

УДК: 51-72

## Дискретно-элементное моделирование внедрения шара в массивную преграду

К. К. Абгарян<sup>1а</sup>, А. А. Журавлев<sup>2</sup>, Н. Л. Загордан<sup>1</sup>, Д. Л. Ревизников<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Учреждение Российской академии наук «Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН»,  
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40

<sup>2</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
Россия, 125993, г. Москва, Волоколамское ш., д. 4

E-mail: <sup>а</sup> abgaryan@ccas.ru

Получено 23 декабря 2014 г.

Дискретно-элементная модель, основанная на представлении ударника и преграды совокупностью плотно упакованных частиц, применена к задаче внедрения металлических шаров в массивные преграды. Для описания взаимодействия между частицами использовался двухпараметрический потенциал Леннарда–Джонса. Компьютерная реализация модели осуществлена с использованием распараллеливания вычислений на графических процессорах, что позволило добиться высокого пространственно-временного разрешения. На основе сравнения результатов компьютерного моделирования с экспериментальными данными идентифицирована зависимость энергии межчастичной связи от динамической твердости материалов. Показано, что использование данного подхода позволяет достаточно точно описать процесс внедрения ударника в преграду в диапазоне скоростей взаимодействия 500–2500 м/с.

Ключевые слова: высокоскоростной удар, дискретно-элементная модель, энергия связи, численное моделирование

### Discrete-element simulation of a spherical projectile penetration into a massive obstacle

K. K. Abgaryan<sup>1</sup>, A. A. Zhuravlev<sup>2</sup>, N. L. Zagordan<sup>1</sup>, D. L. Reviznikov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Institution of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of RAS, 40 Vavilov st., Moscow, 119333, Russia*

<sup>2</sup> *Moscow Aviation Institute (National research University), 4 Volokolamskoye sh., Moscow, 125993, Russia*

**Abstract.** — A discrete element model is applied to the problem of a spherical projectile penetration into a massive obstacle. According to the model both indenter and obstacle are described by a set of densely packed particles. To model the interaction between the particles the two-parameter Lennard–Jones potential is used. Computer implementation of the model has been carried out using parallelism on GPUs, which resulted in high spatial — temporal resolution. Based on the comparison of the results of numerical simulation with experimental data the binding energy has been identified as a function of the dynamic hardness of materials. It is shown that the use of this approach allows to accurately describe the penetration process in the range of projectile velocities 500–2500 m/c.

Keywords: high velocity impact, discrete-element model, binding energy, numerical simulation

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2015, vol. 7, no. 1, pp. 71–79 (Russian).

## Методы моделирования высокоскоростного взаимодействия тел

Интерес к компьютерному моделированию высокоскоростного взаимодействия ударника и преграды обусловлен, с одной стороны, стремлением к более глубокому пониманию особенностей протекающих процессов, экспериментальное исследование которых затруднительно даже при использовании измерительной аппаратуры высокого разрешения, а с другой — стремительным развитием вычислительной техники и возможностью получения в компьютерном эксперименте детальной пространственно-временной картины изучаемых явлений.

При этом математическая модель должна учитывать сложный комплекс протекающих в ходе внедрения взаимосвязанных физико-химических процессов. В отличие от других видов механического движения внедрение отличается сложным, нелинейным, характером изменения свойств взаимодействующих тел, как по времени, так и по пространству, нарушением сплошности материалов.

С определенной долей условности можно выделить следующие фазы в развитии процесса внедрения [Златин и др., 1974; Фомин и др., 1999; Орленко, 2006]. В начальной фазе соприкосновения ударника с преградой возникает пик давления, генерируемый ударными волнами внутри мишени. Затем начинается вторая фаза — период относительной стабилизации, когда увеличивается глубина проникания, но одновременно происходит уменьшение размеров ударника. Начиная с момента полного израсходования массы ударника, наступает третья фаза, когда размеры кратера расширяются за счет инерции. Завершает процесс внедрения быстрозатухающий колебательный режим (фаза IV), когда размеры кратера последовательно уменьшаются и возрастают.

В результате итоговая глубина внедрения ударника в преграду определяется следующим набором безразмерных комплексов (параметров подобия): отношением удельной кинетической энергии ударника к динамической твердости преграды, отношением плотностей ударника и преграды, относительным удлинением ударника, а также формой головной части ударника.

Используемые в настоящее время математические модели можно разделить на три класса: континуальные, континуально-дискретные, дискретные модели.

К моделям первого класса относятся модели континуальной механики, справедливые как при умеренных скоростях взаимодействия, когда существенную роль играют упругопластические и прочностные свойства материалов, так и при высоких скоростях соударения, когда первостепенное значение имеют волновые процессы (гидродинамические модели) [Кукуджанов, 2008]. Такие модели, будучи макроскопическими, требуют дополнительного задания свойств материалов (упругопластических, вязкостных, термодинамических и т. д.). Знание этих свойств применительно к высокоскоростному взаимодействию ударника и преграды может быть весьма приблизительным в силу высокой интенсивности, кратковременности и существенной неравновесности протекающих процессов. Тем не менее при соответствующей настройке даже простейшие модели данного класса позволяют удовлетворительно описывать наблюдаемые в экспериментах результаты [Михатулин и др., 2008].

Недостатки континуальных моделей во многом устраняются при использовании континуально-дискретного подхода [Фомин и др., 1999]. Согласно этому подходу до появления признаков разрушения применяется континуальная модель, а с наступлением разрушительного процесса осуществляется замена разрушенного материала дискретными частицами. При этом существенную сложность представляет выбор критериев разрушения. Он во многом зависит от хода процесса разрушения и от прочностных свойств материала. В этой связи авторы монографии [Фомин и др., 1999] предлагают целый набор критериев разрушения. Данный подход позволил получить хорошее согласование результатов математического моделирования с экспериментальными данными. Однако необходимо отметить довольно сложную, неоднородную, структуру вычислительных алгоритмов. В ряде методов моделирования в основу положены уравнения механики сплошных сред, при этом вводятся частицы, что позволяет построить эффективные вычислительные алгоритмы. К данному классу относятся метод частиц в ячейках [Белоцерковский, Давыдов, 1982], метод крупных частиц [Харлоу, 1987], а также получающий

все большее распространение метод сглаженных частиц [Блажевич и др., 1999; Parshikov, Medin, 2002]. Отметим также метод конечно-размерных частиц в ячейке [Ким и др., 2006; Острик, 2008], применяемый для моделирования высокоэнергетических импульсных воздействий на вещество и высокоскоростного взаимодействия гетерогенных тел. Достоинством этого подхода является возможность учета композиционной структуры преграды.

В последнее время все большее распространение получают дискретные модели. Для многообразия различных дискретных методов используется обобщенное название — метод дискретных элементов или дискретно-элементная модель. Метод состоит в представлении исследуемой системы как совокупности взаимодействующих дискретных элементов (частиц, атомов, кластеров и т. д.). При этом движение частиц подчиняется уравнениям динамики с учетом заданных законов межчастичного взаимодействия. Одним из наиболее распространенных вариантов метода дискретных элементов является метод молекулярной динамики, активно развивающийся на протяжении последних десятилетий.

Применение метода дискретных элементов возможно на различных масштабных уровнях. Присущий данному семейству методов потенциал распараллеливания вычислений обуславливает возможность высокого пространственно-временного разрешения за счет наращивания количества дискретных элементов. Следует отметить и свойство метода устранять недостатки континуальных моделей, особенно сильно проявляющиеся при нарушении сплошности среды. Данный класс методов фактически не требует использования дополнительных предположений о механике разрушения, что позволяет добиться однородности вычислительных алгоритмов.

Основной сложностью применения дискретно-элементных моделей является задание адекватных законов межэлементного взаимодействия.

Одной из первых реализаций метода применительно к двумерным задачам является задание механизма взаимодействия путем размещения между элементами двух виртуальных пружин (продольная и поперечная) со своими параметрами упругости. Таким образом, задаются продольные и сдвиговые напряжения в материале в зависимости от деформаций. При этом параметры упругости могут быть оценены по макроскопическому отклику материала на характерные воздействия. Метод был реализован в программном продукте PFC-2D (Particle Flow Code in 2 Dimensions).

Другой весьма популярный подход связан с применением концепции клеточных автоматов. В основе этого подхода лежит представление материалов как совокупности элементов (клеточных автоматов), меняющих свое состояние в дискретные моменты времени по определенным правилам в зависимости от состояния данного элемента и его соседей в предшествующий момент времени. Эволюция системы автоматов определяется правилами перехода между состояниями, что дает альтернативу описанию процессов с использованием дифференциальных уравнений. Важным шагом в развитии данного подхода стало создание метода подвижных клеточных автоматов [Псахье и др., 2011]. Его основным отличием является способность элементов к пространственному перемещению и введение понятия состояния к относительному положению пары автоматов. Это позволило применить метод к задачам механики разрушения.

В последнее время все больший интерес вызывают реализации метода дискретных элементов, основанные на применении различных потенциалов межчастичного взаимодействия [Кривцов, 2007]. В этом смысле данный подход аналогичен молекулярно-динамическому моделированию с той разницей, что возможен произвольный выбор масштабного уровня. В работах [Индейцев и др., 2006; Ткачев, Кривцов, 2012] показана перспективность применения такого подхода к исследованию откольной прочности материалов. В настоящей работе метод дискретных элементов применяется для моделирования внедрения сферического ударника в преграду.

## Основные уравнения и вычислительные алгоритмы

В методе дискретных элементов рассматривается ансамбль из  $n$  взаимодействующих между собой частиц (дискретных элементов). Движение частиц описывается в рамках классической

динамики:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{F}_i,$$

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i.$$

Здесь  $m_i$  — масса  $i$ -й частицы,  $\mathbf{r}_i$  — радиус-вектор,  $\mathbf{F}_i(t)$  — сила, действующая на  $i$ -ю частицу, равная сумме сил, обусловленных взаимодействием с окружающими частицами. Выражение для силы можно представить в виде

$$\mathbf{F}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{f}_{ij}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{f_{ij}}{r_{ij}} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j),$$

где  $\mathbf{f}_{ij}$  — сила, с которой  $j$ -я частица действует на  $i$ -ю частицу, зависящая от текущего расстояния между частицами  $r_{ij}$ .

Для интегрирования системы уравнений движения взаимодействующих частиц используется метод скоростей Верле второго порядка точности. Эта численная схема представляется оптимальной по соотношению «точность–производительность». В методе скоростей Верле все координаты, скорости и ускорения частиц вычисляются в моменты времени, кратные временному шагу интегрирования  $\tau_k$ . Сначала обновляются координаты частиц, затем в новых координатах рассчитываются ускорения (силы, действующие на частицы), после чего по средним за временной интервал значениям ускорений определяются новые скорости частиц.

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^k + \tau_k \mathbf{v}_i^k + \frac{\tau_k^2}{2m_i} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{f}_{ij}(\mathbf{r}_i^k - \mathbf{r}_j^k),$$

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{v}_i^k + \frac{\tau_k}{2m_i} \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{f}_{ij}(\mathbf{r}_i^{k+1} - \mathbf{r}_j^{k+1}) + \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{f}_{ij}(\mathbf{r}_i^k - \mathbf{r}_j^k) \right).$$

Так как в алгоритме присутствует неявный элемент при вычислении скоростей (скорость на новом временном слое рассчитывается из ускорения (силы) на новом слое), то данный численный алгоритм обладает хорошим запасом устойчивости по сравнению с другими известными алгоритмами.

В общем виде двухчастичное (парное) взаимодействие описывается с помощью потенциала  $\Phi(r)$ , где  $r$  — расстояние между дискретными элементами (частицами). Тогда сила взаимодействия определяется как  $f(r) = -\frac{d\Phi(r)}{dr}$ .

В настоящей работе используется двухпараметрический потенциал Леннарда–Джонса:

$$\Phi(r) = E \left[ \left( \frac{a}{r} \right)^{12} - 2 \left( \frac{a}{r} \right)^6 \right], \quad f(r) = \frac{12E}{a} \left[ \left( \frac{a}{r} \right)^{13} - \left( \frac{a}{r} \right)^7 \right],$$

где  $E$  — энергия связи,  $a$  — длина связи (расстояние, на котором обращается в ноль сила взаимодействия).

При проведении расчетов используется усечение потенциала межчастичного взаимодействия, основанное на быстром убывании силы притяжения с расстоянием между частицами. В сочетании с ячеей моделью, согласно которой для частиц, находящихся в некоторой ячей-

ке, рассматривается взаимодействие только с частицами из пограничных с ней ячеек, фэто позволяет на порядок сократить количество вычислений. Таким образом, число операций становится пропорциональным количеству дискретных элементов в системе. Дальнейшее повышение эффективности вычислительного процесса связано с применением технологий распараллеливания вычислений. В настоящей работе использовалось распараллеливание на графических процессорах. Различные аспекты такого подхода применительно к молекулярно-динамическому моделированию наносистем описаны в [Ревизников, Семенов, 2013]. Разработанная компьютерная модель оснащена средствами трехмерной визуализации и анимации результатов, что позволяет получать детальные пространственно-временные картины процесса взаимодействия ударника и преграды.

## Результаты вычислительных экспериментов

В настоящей работе на основе разработанных программно-алгоритмических средств проведено моделирование внедрения металлических шаров в массивные преграды, изготовленные из тех же, что и шары, материалов. Для таких условий имеется достаточно представительный массив экспериментальных данных [Златин и др., 1974]. Эксперименты, проведенные в широком диапазоне скоростей взаимодействия ударника и преграды для различных металлов, позволили установить универсальную связь между итоговой глубиной внедрения  $h$ , отнесенной к диаметру шара  $d$ , и безразмерным параметром  $B = \frac{\rho v^2}{H}$ ,  $\rho$  — плотность материала,  $H$  — динамическая твердость,  $v$  — скорость ударника в момент соударения. Вопрос воспроизведения экспериментальных данных в компьютерном моделировании на основе дискретно-элементного подхода является предметом настоящего раздела.

Рассмотрены ударники и преграды, изготовленные из алюминия, меди и мягкой стали. Свойства материалов задавались согласно [Златин и др., 1974]: алюминий — плотность  $2700 \text{ кг/м}^3$ , динамическая твердость  $26 \text{ кгс/мм}^2$ ; медь — плотность  $8900 \text{ кг/м}^3$ , динамическая твердость  $65 \text{ кгс/мм}^2$ ; сталь — плотность  $7850 \text{ кг/м}^3$ , динамическая твердость —  $167 \text{ кгс/мм}^2$ . Таким образом, определяющие глубину внедрения характеристики материалов (плотность и динамическая твердость) варьировались в достаточно широких диапазонах. Диаметр шаров в соответствии с данными [Златин и др., 1974] полагался равным  $9.4 \text{ мм}$ , однако, забегая вперед, отметим, что согласно проведенным вычислительным экспериментам глубина внедрения, отнесенная к диаметру шара, довольно слабо зависит от размера шара. Преграда представляла собой массивную пластину, размеры которой примерно на порядок превышали размер шара. Скорость ударника варьировалась в диапазоне  $500\text{--}2500 \text{ м/с}$ , что соответствует дозвуковому для рассмотренных материалов диапазону.

Как отмечалось выше, согласно дискретно-элементному подходу ударник и преграда представляются совокупностью взаимодействующих дискретных элементов (частиц). В расчетах использовались частицы одинакового размера для ударника и преграды. Согласно проведенным вычислительным экспериментам приемлемое с позиций «точность расчета – вычислительные затраты» количество моделирующих частиц для ударника составляет порядка  $10^4$ , для преграды — около  $5 \cdot 10^6$ .

В начальный момент времени (до соударения) ударник и преграда представляются плотно упакованными структурами, для чего используются кубические гранецентрированные решетки. Это позволяет, исходя из количества моделирующих частиц  $N$  и объема объекта  $V_s$ , определить равновесное расстояние между частицами  $a$  [Кривцов, 2007]:

$$a = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{V_s}{\beta V_0 N} \right)^{1/3},$$

где  $V_0$  — безразмерный объем элементарной ячейки плотной упаковки, рассчитанный для единичного расстояния между ближайшими частицами, для гранцентрированной кубической решетки  $V_0 = \sqrt{2}/2$ ,  $\beta$  — коэффициент плотности упаковки,  $\gamma$  — коэффициент, характеризующий изменение равновесного расстояния между частицами в плотной упаковке в результате взаимодействия с частицами следующих координационных сфер, для гранцентрированной кубической решетки  $\gamma = 0.98$ , что соответствует взаимодействию с потенциалом Леннарда–Джонса при радиусе обрезания  $2.1a$ . Таким образом, один из двух параметров потенциала Леннарда–Джонса определен. Более сложным является определение второго параметра — энергии межэлементного взаимодействия. В настоящей работе осуществлялась идентификация этого параметра по экспериментальным данным. При этом использовался следующий подход. Для каждого из материалов подбиралась энергия взаимодействия для одной скорости взаимодействия ударника и преграды. После этого с определенной таким образом энергией межэлементного взаимодействия просчитывался весь скоростной диапазон и результаты сопоставлялись с экспериментальной кривой.

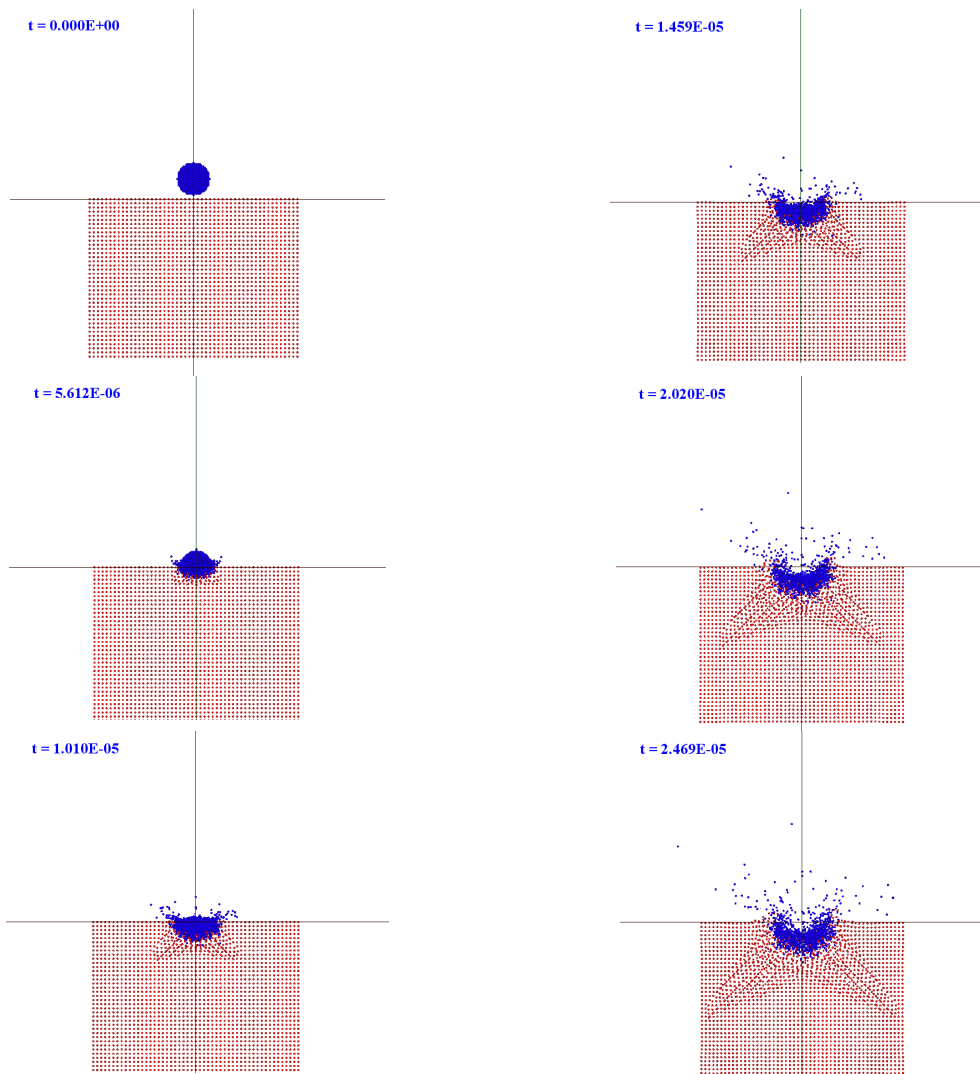


Рис. 1. Ход процесса внедрения медного шара в медную преграду

Результаты расчетов представлены на рисунках 1–4. На рисунке 1 показан ход (временная развертка) процесса внедрения медного шара в медную преграду. Скорость ударника в момент

соударения равнялась 1046 м/с, что соответствует значению параметра  $B = 15$ . С течением времени глубина внедрения перестает меняться, это значение принимается в качестве итоговой глубины. Более наглядно процесс установления проиллюстрирован на рисунке 2, где показаны зависимости глубины внедрения от времени для различных материалов. Здесь скорости взаимодействия ударника и преграды для различных вариантов одинаковы и равны 1500 м/с. На рисунке 3 представлены зависимости итоговой глубины внедрения от безразмерной скорости взаимодействия  $B$  для различных материалов. Здесь расчетные данные представлены маркерами, а сплошной кривой показана аппроксимация экспериментальных результатов [Златин и др., 1974]. Видно, что при такой обработке результаты вычислительных экспериментов ложатся практически на одну кривую, причем эта кривая достаточно близка к экспериментальной кривой. С увеличением скорости взаимодействия ударника и преграды наблюдается небольшое превышение расчетной глубины внедрения над экспериментальными значениями. Как уже отмечалось, расчетные кривые на рисунке 3 получены для значений энергии межэлементного взаимодействия, идентифицированных по экспериментальным данным для одной скорости взаимодействия ударника и преграды. Эти значения энергии показаны на рисунке 4 в зависимости от динамической твердости материалов. Здесь наряду с рассмотренными алюминием, медью и сталью представлен дюралюминий, обладающий, по данным [Златин и др., 1974], практически такой же динамической твердостью, как и медь ( $67 \text{ кгс/мм}^2$ ), и плотностью, близкой к плотности алюминия ( $2800 \text{ кг/м}^3$ ). Отчетливо прослеживается практически линейный характер рассматриваемой зависимости. Это позволяет определять энергию взаимодействия исходя из размера элементов и динамической твердости материала. Таким образом, дискретно-элементная модель учитывает все три параметра, входящие в безразмерный комплекс  $B = \frac{\rho v^2}{H}$ , что позволяет с удовлетворительной точностью описать процесс внедрения ударника в преграду в рассматриваемом диапазоне скоростей взаимодействия (500–2500 м/с).

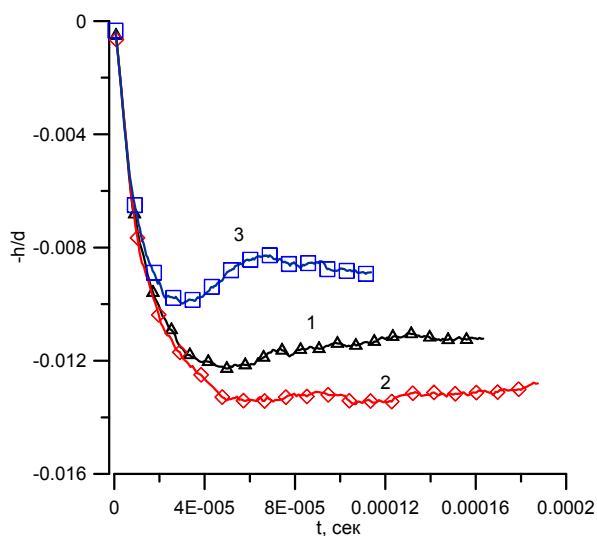


Рис. 2. Зависимости глубины внедрения от времени для различных материалов. 1 — алюминий, 2 — медь, 3 — сталь

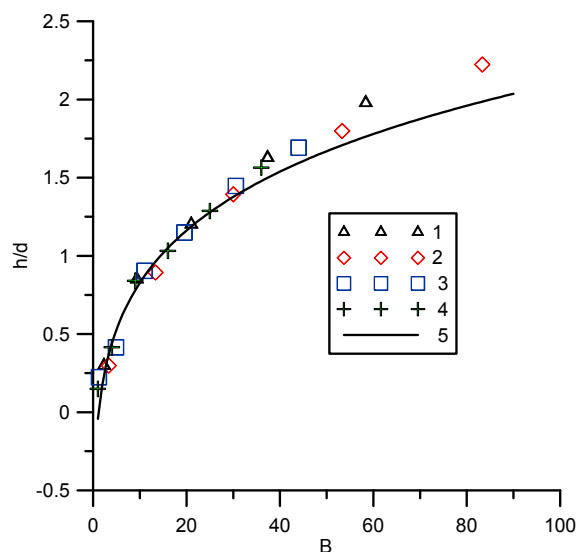


Рис. 3. Зависимости итоговой глубины внедрения от безразмерной скорости взаимодействия для различных материалов. 1 — алюминий, 2 — медь, 3 — сталь, 4 — дюралюминий, 5 — экспериментальная кривая [Златин и др., 1974]

Следует отметить, что полученная зависимость качественно согласуется с предлагаемой в [Кривцов, 2007] квадратичной зависимостью энергии взаимодействия от скорости распространения длинных продольных волн в материале  $c$ :  $E = m \left( \frac{c}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{2k_v^2}$ , где  $\lambda$  — безразмерный

коэффициент, равный отношению скорости распространения длинных продольных волн для рассматриваемой упаковки частиц к скорости длинных волн в одномерной цепочке,  $k_v$  — коэффициент динамичности, равный 6 для потенциала Леннарда–Джонса. Принципиальным моментом здесь является относительная консервативность величины  $\frac{\rho c^2}{H}$  для различных металлов. Однако количественно полученные в результате идентификации значения энергии межэлементного взаимодействия оказываются существенно ниже, что, по-видимому, связано с нелинейными эффектами, ярко проявляющимися при внедрении ударника в преграду.

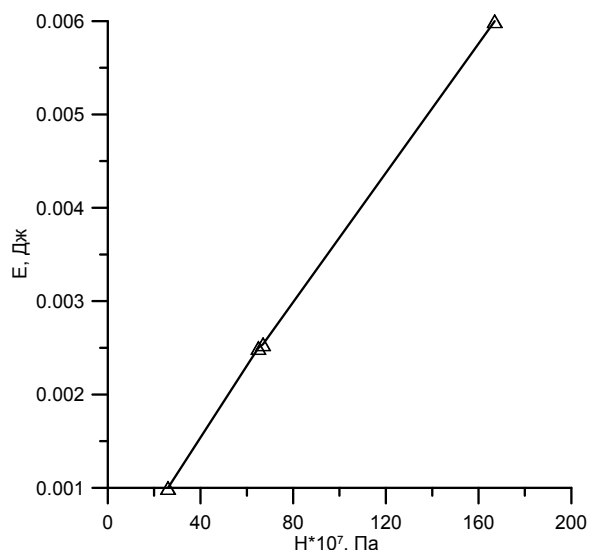


Рис. 4. Зависимость энергии межэлементной связи от динамической твердости

## Выводы

Рассмотрены вопросы применения дискретно-элементной модели, основанной на представлении ударника и преграды совокупностью плотно упакованных частиц, к задаче внедрения металлических шаров в массивные преграды. Использование технологий распараллеливания вычислений на графических процессорах в сочетании со средствами трехмерной визуализации и анимации результатов позволило получить детальные пространственно-временные картины процесса внедрения. На основе сравнения результатов компьютерного моделирования с экспериментальными данными идентифицирована зависимость энергии межчастичной связи от динамической твердости материалов. Показано, что эта зависимость носит линейный характер. Использование построенной таким образом дискретно-элементной модели позволяет достаточно точно описать процесс внедрения ударника в преграду в диапазоне скоростей взаимодействия 500–2500 м/с.

## Список литературы

- Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. — М.: Наука, 1982. — 392 с.
- Блажевич Ю. В., Иванов В. Д., Петров И. Б., Петвиашвили И. В. Моделирование высокоскоростного соударения методом гладких частиц // Математическое моделирование. — 1999. — Т. 11, № 1. — С. 88–100.



- Златин Н. А., Красильщиков А. П., Мишин Г. И., Попов Н. Н. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. — М.: Наука, 1974. — 344 с.
- Индейцев Д. А., Кривцов А. М., Ткачев П. В. Исследование методом динамики частиц взаимосвязи между откольной прочностью и скоростью деформирования твердых тел // Доклады Академии наук. — 2006. — Т. 407, № 3. — С. 1–3.
- Ким В. В., Ломоносов И. В., Острик А. В., Фортвов В. Е. Метод конечно-размерных частиц в ячейке для численного моделирования высокоэнергетических импульсных воздействий на вещество // Математическое моделирование. — 2006. — Т. 18, № 8. — С. 5–11.
- Кривцов А. М. Деформирование и разрушение твердых тел с микроструктурой. — М.: Физматлит, 2007. — 304 с.
- Кукуджанов В. Н. Вычислительная механика сплошных сред. — М.: Изд-во физико-математической литературы, 2008. — 320 с.
- Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л. Теплообмен и разрушение тел в сверхзвуковом гетерогенном потоке. — М.: Янус-К, 2007. — 392 с.
- Орленко Л. П. Физика взрыва и удара. — М.: Физматлит, 2006. — 304 с.
- Острик А. В. Метод конечно-размерных частиц в ячейке, применяемый для численного моделирования высокоскоростного взаимодействия гетерогенных тел // Химическая физика. — 2008. — Т. 27, № 8. — С. 81–88.
- Псахье С. Г., Шилько Е. В., Смолин А. Ю., Астафуров С. В. Развитие подхода к реализации моделей упругости и пластичности в рамках концепции дискретных элементов // Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика. — Международная конференция, посвященная 90-летию со дня рождения академика Н. Н. Яненко, Новосибирск, Россия, 30 мая – 4 июня 2011, Новосибирск, ИВТ СО РАН, 2011.
- Ревизников Д. Л., Семенов С. А. Особенности молекулярно-динамического моделирования наносистем на графических процессорах // Программная инженерия. — 2013. — № 2. — С. 31–35.
- Ткачев П. В., Кривцов А. М. Использование потенциала Морзе для описания зависимости откольной прочности металлов от скорости деформирования // Наносистемы: Физика, Химия, Математика. — 2012. — Т. 3, № 5. — С. 70–75.
- Фомин В. М., Гудилов А. И., Сапожников Г. А. и др. Высокоскоростное взаимодействие тел. — Новосибирск: Издательство СО РАН, 1999. — 600 с.
- Харлоу Ф. Х. Численный метод частиц в ячейках для задач гидродинамики // В сб. «Вычислительные методы в гидродинамике». — М.: Мир, 1967. — С. 316–342.
- Parshikov A. N., Medin S. A. Smoothed particle hydrodynamics using interparticle contact algorithms // Journal of Computational Physics. — 2002. — No. 180. — P. 358–382.