

Ньютоновский метод безусловной минимизации

Приложения «NMBM» и «NMBMApp» предназначены для решения задач безусловной минимизации

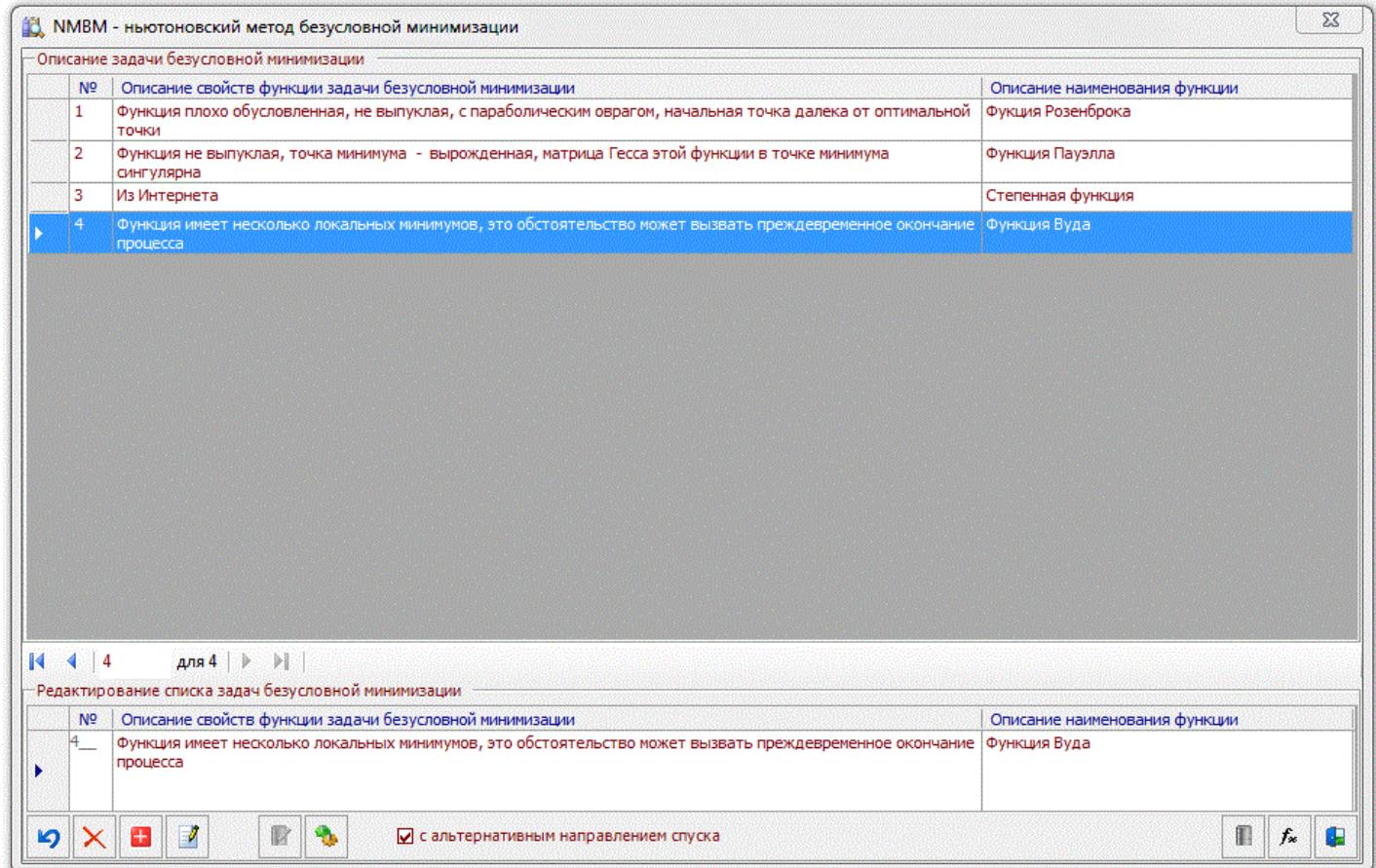
$$\min_x F(x), x \in E_x,$$

где E_x есть n -мерное евклидово пространство, функция $F(x)$ не обязательно выпукла, но дважды непрерывно дифференцируема.

«NMBMApp» отличается от своего классического прототипа «NMBM» (ввод градиента и гессиана производится вручную) конечно-разностной аппроксимацией первых и вторых производных. Все версии алгоритмов реализованы на языке Visual Basic .NET.

Техническая поддержка: E-mail roshechka@gmail.com

Главное окно приложения «NMBM»



Обратите внимание на отображение значка и всплывающей подсказки

"NMBM (вкл) - Ньютоновский метод безусловной минимизации"

в правом углу статусной строки рабочего стола. При нажатии на информационный значок приложение "исчезнет" с экрана монитора, а текст всплывающей посказки изменится на

"NMBM (выкл) - Ньютоновский метод безусловной минимизации"

При повторном нажатии на информационный значок приложение снова появится на экране монитора, а текст всплывающей посказки изменится на предыдущий.

Рисунки на всех кнопках приложения означают:

.undo - отменить, всплывающая подсказка кнопки: "Отменить".

.delete - удалить, всплывающая подсказка кнопки: "Удалить".

.add - добавить, всплывающая подсказка кнопки: "Добавить".

.edit - редактировать, всплывающая подсказка кнопки: "Редактировать".

.save - сохранить в локальной базе данных, всплывающая подсказка кнопки: "Сохранить в локальной базе данных".

.settings - настройки алгоритма, всплывающая подсказка кнопки: "Настройки алгоритма".

.db_save - сохранить в информационной базе данных, всплывающая подсказка кнопки: "Сохранить в информационной базе данных".

.solve - решить задачу, всплывающая подсказка кнопки: "Решить задачу".

 - закрыть, всплывающая подсказка кнопки: "Закрыть".

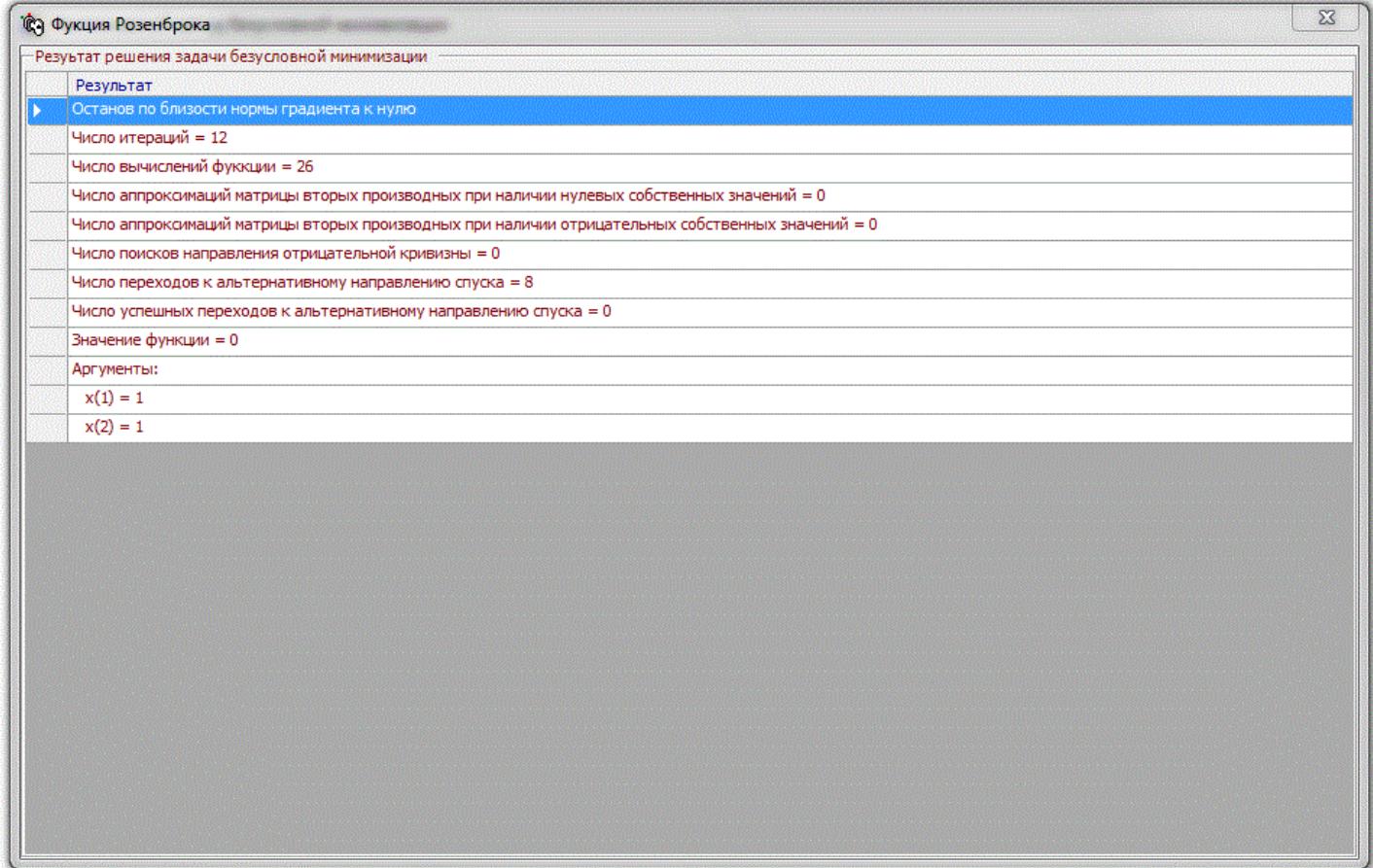
Клавиша "Esc" - для закрытия окна приложения.

Клавиша "Enter" - для редактирования таблиц и для сохранения результатов в локальной базе данных.

В верхней части окна располагаются описания всех задач, сохраненных пользователями в информационной базе данных.

Задачу можно выбрать щелчком мыши или с помощью клавиш "Вверх", "Вниз".

Запустить выбранную задачу на решение можно нажатием кнопки "Решить задачу". Ниже даны примеры результатов решения задач, сохраненных в информационной базе данных



Функция Розенброка

Результат решения задачи безусловной минимизации

Результат
Останов по близости нормы градиента к нулю
Число итераций = 12
Число вычислений функции = 26
Число аппроксимаций матрицы вторых производных при наличии нулевых собственных значений = 0
Число аппроксимаций матрицы вторых производных при наличии отрицательных собственных значений = 0
Число поисков направления отрицательной кривизны = 0
Число переходов к альтернативному направлению спуска = 8
Число успешных переходов к альтернативному направлению спуска = 0
Значение функции = 0
Аргументы:
x(1) = 1
x(2) = 1

Функция Паузла

Результат решения задачи безусловной минимизации

Результат
▶ Останов по близости нормы градиента к нулю
Число итераций = 5
Число вычислений функции = 6
Число аппроксимаций матрицы вторых производных при наличии нулевых собственных значений = 1
Число аппроксимаций матрицы вторых производных при наличии отрицательных собственных значений = 0
Число поисков направления отрицательной кривизны = 0
Число переходов к альтернативному направлению спуска = 1
Число успешных переходов к альтернативному направлению спуска = 1
Значение функции = 0
Аргументы:
x(1) = 0
x(2) = 0
x(3) = 0
x(4) = 0

Степенная функция

Результат решения задачи безусловной минимизации

Результат
▶ Останов по близости нормы градиента к нулю
Число итераций = 13
Число вычислений функции = 163
Число аппроксимаций матрицы вторых производных при наличии нулевых собственных значений = 2
Число аппроксимаций матрицы вторых производных при наличии отрицательных собственных значений = 0
Число поисков направления отрицательной кривизны = 0
Число переходов к альтернативному направлению спуска = 9
Число успешных переходов к альтернативному направлению спуска = 4
Значение функции = 0
Аргументы:
x(1) = 1
x(2) = 1

Функция Вуда

Результат решения задачи безусловной минимизации

Результат
▶ Останов по близости нормы градиента к нулю
Число итераций = 14
Число вычислений функции = 47
Число аппроксимаций матрицы вторых производных при наличии нулевых собственных значений = 0
Число аппроксимаций матрицы вторых производных при наличии отрицательных собственных значений = 3
Число поисков направления отрицательной кривизны = 0
Число переходов к альтернативному направлению спуска = 10
Число успешных переходов к альтернативному направлению спуска = 0
Значение функции = 0
Аргументы:
x(1) = 1
x(2) = 1
x(3) = 1
x(4) = 1

Чтобы отредактировать выбранное описание задачи нажмите кнопку "Редактировать".

NMBM - ньютоновский метод безусловной минимизации

Описание задачи безусловной минимизации

№	Описание свойств функции задачи безусловной минимизации	Описание наименования функции
1	Функция плохо обусловленная, не выпуклая, с параболическим оврагом, начальная точка далека от оптимальной точки	Функция Розенброка
2	Функция не выпуклая, точка минимума - вырожденная, матрица Гесса этой функции в точке минимума сингулярна	Функция Паузлла
3	Из Интернета	Степенная функция
4	Функция имеет несколько локальных минимумов, это обстоятельство может вызвать преждевременное окончание процесса	Функция Вуда

◀ | 4 | для 4 | ▶ |

Редактирование списка задач безусловной минимизации

№	Описание свойств функции задачи безусловной минимизации	Описание наименования функции
4	Функция имеет несколько локальных минимумов, это обстоятельство может вызвать преждевременное окончание процесса	Функция Вуда

с альтернативным направлением спуска

Отредактируйте описание и нажмите кнопку "Сохранить в локальной базе данных".

Внимание. Только при нажатии кнопки "Сохранить в информационной базе данных" все таблицы локальной базы данных будут сохранены в xml-файле и станут доступны другим пользователям. Если Вы передумали вносить изменения, то нажмите кнопку "Отменить".

Теперь рассмотрим этапы добавления в базу данных.

На первом этапе нажмите кнопку "Добавить", опишите новую задачу безусловной минимизации и сохраните описание в информационной базе данных.

Описание задачи безусловной минимизации		Описание наименования функции
1	Функция плохо обусловленная, не выпуклая, с параболическим оврагом, начальная точка далека от оптимальной точки	Функция Розенброка
2	Функция не выпуклая, точка минимума - вырожденная, матрица Гесса этой функции в точке минимума сингулярна	Функция Паузлла
3	Из Интернета	Степенная функция
4	Функция имеет несколько локальных минимумов, это обстоятельство может вызвать преждевременное окончание процесса	Функция Вуда

Кнопки навигации: < | 4 | для 4 | > | >> |

Редактирование списка задач безусловной минимизации

№	Описание свойств функции задачи безусловной минимизации	Описание наименования функции
5	Свойства функции опишем позже	Корневая функция

Кнопки инструментов: с альтернативным направлением спуска

Кнопки настройки:

На втором этапе нажмите кнопку "Настройки алгоритма" и отредактируйте правую колонку таблицы.

Настройки алгоритма решения задачи безусловной минимизации		Значения настроек алгоритма
1	п - число переменных	
2	alfa ($0 < \text{alfa} < 0.5$). Обычно величину alfa рекомендуется выбирать равной 0.4	
3	kmax - максимальное число итераций. Задает критерий останова по числу итераций	
4	nr - число "правильных разрядов" функции $F(x)$ в точке, полученной на итерации $k = 0, \dots, k_{\text{max}}$. Обычно величину nr ($nr \leq 400$) рекомендуется выбирать равной 48	
5	m - максимальное число вычислений альтернативного направления спуска. Обычно величину m рекомендуется выбирать равной 12	
6	gamma ($\gamma \geq 1$) определяет выбор масштаба при спуске. Попробуйте задать величину gamma равной 10	

Кнопки навигации: < | 1 | для 6 | > | >> |

Редактирование настроек алгоритма решения задачи безусловной минимизации

№	Настройка алгоритма	Значение настройки алгоритма
1	п - число переменных	

Кнопки инструментов: F x h H

Буквы на кнопках означают:

F - функция, всплывающая подсказка на кнопке: "Функция".

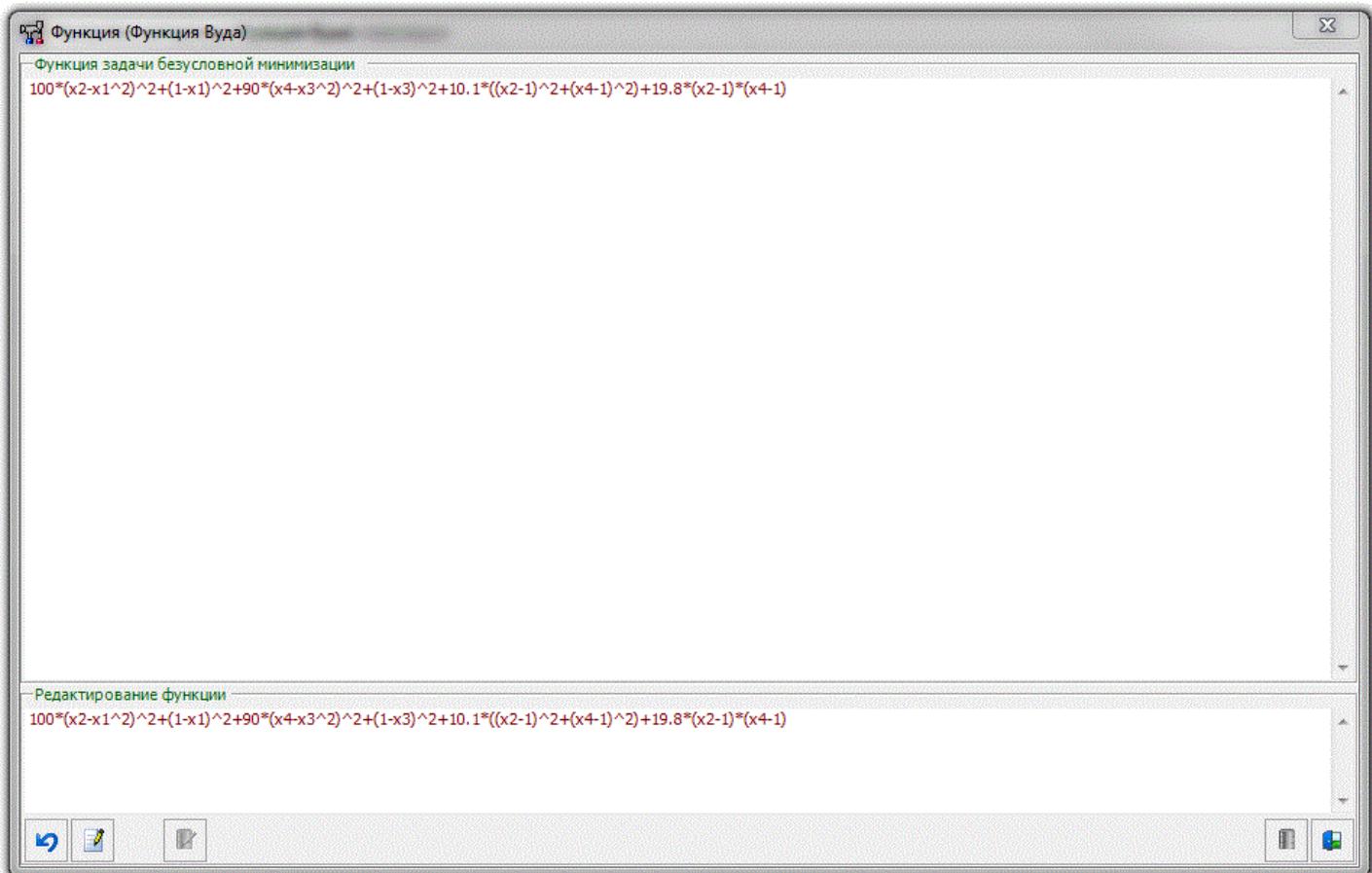
x - стартовая точка, всплывающая подсказка на кнопке: "Стартовая точка".

h - градиент, всплывающая подсказка на кнопке: "Градиент".

H - матрица вторых производных (гессиан), всплывающая подсказка на кнопке: "Гессиан".

На третьем этапе нажмите кнопку "Функция" и внесите в информационную базу данных описание функции так, как показано на примере функции Вуда

$$F(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 + 90(x_4 - x_3^2)^2 + (1 - x_3)^2 + 10.1((x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2) + 19.8(x_2 - 1)(x_4 - 1)$$



В информационную базу данных нужно занести

$$100*(x2-x1^2)^2+(1-x1)^2+90*(x4-x3^2)^2+(1-x3)^2+10.1*((x2-1)^2+(x4-1)^2)+19.8*(x2-1)*(x4-1)$$

В процессе описания функции можно использовать пробелы, например, так

$$100 * (x2 - x1 ^ 2) ^ 2 + (1 - x1) ^ 2 + 90 * (x4 - x3 ^ 2) ^ 2 + (1 - x3) ^ 2 + 10.1 * ((x2 - 1) ^ 2 + (x4 - 1) ^ 2) + 19.8 * (x2 - 1) * (x4 - 1)$$

На четвертом этапе нажмите кнопку "Стартовая точка" и отредактируйте правую колонку таблицы.

Стартовая точка (Функция Вуда)

Стартовая точка задачи безусловной минимизации

№	x(i)	Значение x(i)
1	x(1)	-3
2	x(2)	-1
3	x(3)	-3
4	x(4)	-1

◀ | 1 для 4 | ▶ |

Редактирование стартовой точки задачи безусловной минимизации

№	x(i)	Значение x(i)
1	x(1)	-3

На пятом этапе нажмите кнопку "Градиент" и отредактируйте правую колонку таблицы.

Градиент (Функция Вуда)

Градиент задачи безусловной минимизации

№	h(i)	Значение h(i)
1	h(1)	-400*(x2-x1^2)*x1-2*(1-x1)
2	h(2)	200*(x2-x1^2)+20.2*(x2-1)+19.8*(x4-1)
3	h(3)	-360*(x4-x3^2)*x3-2*(1-x3)
4	h(4)	180*(x4-x3^2)+20.2*(x4-1)+19.8*(x2-1)

◀ | 1 для 4 | ▶ |

Редактирование градиента

№	h(i)	Значение h(i)
1	h(1)	-400*(x2-x1^2)*x1-2*(1-x1)

На шестом этапе нажмите кнопку "Гессиан" и отредактируйте правую колонку таблицы.

Гессиан (Функция Вуда)

Гессиан задачи безусловной минимизации

	Nº	H(i,j)	Значение H(i,j)
▶	1	H(1,1)	-400*x2+1200*x1^2+2
	2	H(1,2)	-400*x1
	3	H(1,3)	0
	4	H(1,4)	0
	5	H(2,2)	220.2
	6	H(2,3)	0
	7	H(2,4)	19.8
	8	H(3,3)	-360*x4+1080*x3^2+2
	9	H(3,4)	-360*x3
	10	H(4,4)	200.2

1 для 10 | ▶ |

Редактирование гессиана

	Nº	H(i,j)	Значение H(i,j)
▶	1	H(1,1)	-400*x2+1200*x1^2+2

undo redo

print