КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2019 Т. 11 № 4 С. 653–673
DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-4-653-673

МОДЕЛИ В ФИЗИКЕ И ТЕХНОЛОГИИ

УДК: 519.63

Исследование свойств материала пластины лазерным ультразвуком при помощи анализа кратных волн

А. В. Фаворская[1,2]

[1] Московский физико-технический институт,
141700, Россия, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9
[2] Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук,
117218, Россия, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 36, к. 1

E-mail: aleanera@yandex.ru

Получено 27.02.2019, после доработки — 20.06.2019.
Принято к публикации 18.07.2019.

Ультразвуковое исследование свойств материалов является прецизионным методом определения их упругих и прочностных свойств в связи с маленькой по сравнению с толщиной пластины длиной волны, образующейся в материале после воздействия лазерным пучком. В данной работе подробно рассмотрены волновые процессы, возникающие в ходе проведения этих измерений. Показано, что полноволновое численное моделирование позволяет детально изучать типы волн, геометрические характеристики их профиля, скорость прихода волн в различные точки, выявлять типы волн, измерения по которым оптимальны для исследований образца с заданными материалом и формой, разрабатывать методики измерений.

Для осуществления полноволнового моделирования в данной работе был применен сеточно-характеристический метод на структурированных сетках и решалась гиперболическая система уравнений, описывающая распространение упругих волн в материале рассматриваемой пластины конечной толщины на конкретном примере отношения толщины к ширине 1:10.

Для моделирования упругого фронта, возникшего в пластине от воздействия лазерного пучка, предложена соответствующая постановка задачи. Выполнено сравнение возникающих при ее использовании волновых эффектов со случаем точечного источника и с данными физических экспериментов о распространении лазерного ультразвука в металлических пластинах.

Проведено исследование, на основании которого были выявлены характерные геометрические особенности рассматриваемых волновых процессов. Исследованы основные типы упругих волн, возникающие в процессе воздействия лазерного пучка, проанализирована возможность их использования для исследования свойств материалов и предложен метод, основанный на анализе кратных волн. Проведено тестирование предложенного метода по изучению свойств пластины при помощи кратных волн на синтетических данных, показавшее хорошие результаты.

Следует отметить, что большая часть исследований кратных волн направлена на разработку методов их подавления. Кратные волны не используются для обработки результатов ультразвуковых исследований в связи со сложностью их выявления в регистрируемых данных физического эксперимента.

За счет применения полноволнового моделирования и анализа пространственных динамических волновых процессов в данной работе кратные волны рассмотрены подробно и предложено деление материалов на три класса, позволяющее использовать кратные волны для получения информации о материале пластины.

Основными результатами работы являются разработанные постановки задачи для численного моделирования исследования пластин конечной толщины лазерным ультразвуком; выявленные особенности волновых явлений, возникающих в пластинах конечной толщины; разработанная методика исследования свойств пластины на основе кратных волн; разработанная классификация материалов.

Результаты исследований, приведенные в настоящей работе, могут быть интересны для разработок не только в области ультразвуковых исследований материалов, но и в области сейсмической разведки земных недр, так как предложенный подход может быть расширен на более сложные случаи гетерогенных сред и применен в геофизике.

Ключевые слова: исследование свойств материалов, пластины, лазерный ультразвук, математическое моделирование, численные методы, компьютерное моделирование, сеточно-характеристический метод, кратные волны

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-20063.

© 2019 Алена Владимировна Фаворская
Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

COMPUTER RESEARCH AND MODELING
2019 VOL. 11 NO. 4 P. 653–673
DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-4-653-673

MODELS IN PHYSICS AND TECHNOLOGY

UDC: 519.63

Investigation the material properties of a plate by laser ultrasound using the analysis of multiple waves

A. V. Favorskaya[1,2]

[1] Moscow Institute of Physics and Technology,
9 Institytsky Pereylok, Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia
[2] Scientific Research Institute for System Studies of the Russian Academy of Sciences,
36/1 Nahimovskij av., Moscow, 117218, Russia

E-mail: aleanera@yandex.ru

Received 27.02.2019, after completion — 20.06.2019.
Accepted for publication 18.07.2019.

Ultrasound examination of material properties is a precision method for determining their elastic and strength properties in connection with the small wavelength formed in the material after impact of a laser beam. In this paper, the wave processes arising during these measurements are considered in detail. It is shown that full-wave numerical modeling allows us to study in detail the types of waves, topological characteristics of their profile, speed of arrival of waves at various points, identification the types of waves whose measurements are most optimal for examining a sample made of a specific material of a particular shape, and to develop measurement procedures.

To carry out full-wave modeling, a grid-characteristic method on structured grids was used in this work and a hyperbolic system of equations that describes the propagation of elastic waves in the material of the thin plate under consideration on a specific example of a ratio of thickness to width of 1:10 was solved.

To simulate an elastic front that arose in the plate due to a laser beam, a model of the corresponding initial conditions was proposed. A comparison of the wave effects that arise during its use in the case of a point source and with the data of physical experiments on the propagation of laser ultrasound in metal plates was made.

A study was made on the basis of which the characteristic topological features of the wave processes under consideration were identified and revealed. The main types of elastic waves arising due to a laser beam are investigated, the possibility of their use for studying the properties of materials is analyzed. A method based on the analysis of multiple waves is proposed. The proposed method for studying the properties of a plate with the help of multiple waves on synthetic data was tested, and it showed good results.

It should be noted that most of the studies of multiple waves are aimed at developing methods for their suppression. Multiple waves are not used to process the results of ultrasound studies due to the complexity of their detection in the recorded data of a physical experiment.

Due to the use of full wave modeling and analysis of spatial dynamic wave processes, multiple waves are considered in detail in this work and it is proposed to divide materials into three classes, which allows using multiple waves to obtain information about the material of the plate.

The main results of the work are the developed problem statements for the numerical simulation of the study of plates of a finite thickness by laser ultrasound; the revealed features of the wave phenomena arising in plates of a finite thickness; the developed method for studying the properties of the plate on the basis of multiple waves; the developed classification of materials.

The results of the studies presented in this paper may be of interest not only for developments in the field of ultrasonic non-destructive testing, but also in the field of seismic exploration of the earth's interior, since the proposed approach can be extended to more complex cases of heterogeneous media and applied in geophysics.

Keywords: study of the properties of materials, plates, laser ultrasound, mathematical modeling, numerical methods, computer simulation, grid-characteristic method, multiple waves

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2019, vol. 11, no. 4, pp. 653–673 (Russian).

The reported study was funded by RFBR according to the research project № 18-31-20063.

© 2019 Alena V. Favorskaya
This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/
or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

1. Введение

Лазерное возбуждение ультразвуковых колебаний [Scruby, Drain, 1990; Лямшев, 1989] с успехом применяется как для исследования геометрических особенностей, при известных упругих свойствах материала, так и для изучения упругих свойств материала при известных геометрических размерах [Зацепин, 2005]. Лазерная генерация ультразвука для этих целей предпочтительнее, чем другие способы возбуждения ультразвуковых колебаний в образце [Болотских, Травин, 1997; Тищенко и др., 2011]. Методике измерения продольных и поперечных свойств в листовых материалах посвящена, к примеру, работа [Коваленко, Грязнов, 2012].

Новизна исследований, проведенных в данной работе, заключается в учете влияния ограниченного поперечного размера рассматриваемой пластины и других факторов, которые ранее детально не изучались, так как при разработке подходов для обработки данных ультразвуковых исследований применялось приближение лучевого метода, геометрической оптики [McMechan, Mooney, 1980; Hanyga, Helle, 1995; Spence et al., 1984] и другие допущения. В работе [Bate et al., 2017] рассмотрены основные типы измерений свойств материалов с помощью лазерного ультразвука. Также в [Bate et al., 2017] показано, что полноволновое моделирование является предпочтительным по сравнению с лучевым методом. Заметим, что в этой работе рассмотрены и указаны на волновых полях следующие типы волн: P-волна, S-волна, H-волна, рассеянные PP-волны и PS-волны, однако не проведен анализ волновых картин в динамике, а также не рассмотрены кратные волны. Также там применялся конечно-разностный метод полноволнового моделирования, а в данной работе — сеточно-характеристический, а также методика измерений, предложенная в настоящей работе, в работе [Bate et al., 2017] не упомянута.

Известны также подходы к изучению свойств материала при помощи поверхностных волн Рэлея, сгенерированных лазерным ультразвуком [Grünsteidl et al., 2015], совместному термоупругому моделированию его генерации [Taheri et al., 2017].

В работе [Жаркий и др., 2003] приведена методика исследования свойств неоднородного материала с особенностями, все расчеты проведены на основе лучевого метода. Существует множество готовых установок по изучению свойств материалов методом лазерного ультразвука, в том числе и композитных материалов со сложной гетерогенной структурой [Танарро, 2018]. В них один лазер создает ультразвуковые колебания, а другой лазер совместно с детектирующей системой используется для обнаружения дефектов.

В настоящее время на практике [Ермолов и др., 2000] применяются оценки с помощью лучевого метода, то есть анализируется только скорость прихода волн, а влияние конкретных особенностей волнового фронта не учитывается. Подробное описание всех распространенных допущений, которые осуществляются при анализе получаемых в ходе ультразвуковой дефектоскопии физических данных, можно найти, например, в работах [Зацепин, 2005; Ермолов и др., 2000].

Следует отдельно выделить использование результатов физических экспериментов по изучению волновых процессов, возникающих в результате воздействия ультразвука, которые применяют для уточнения коэффициентов приближенных моделей, описывающих волновые процессы (см., например, [Ji et al., 2018]).

В данной работе на основе основных физических аспектов ультразвуковых исследований материалов и применения для этих целей генерации импульса лазером предложен подход для полноволнового моделирования процесса лазерно-ультразвукового исследования материалов. Использовалась модификация сеточно-характеристический метода, предложенная в [Favorskaya et al., 2018]. Применение сеточно-характеристического метода для изучения волновых эффектов можно найти, например, в работах [Favorskaya, 2018; Favorskaya et al., 2018; Stognii, Khokhlov, 2019; Favorskaya et al., 2019; Muratov, Petrov, 2019].

Выявлены основные типы волн, которые возникают при исследовании; на основе этих типов волн разработано разделение изучаемых материалов на три класса.

Также предложена методика исследования свойств материала пластины лазерным ультразвуком на основе анализа кратных волн и проведено ее тестирование на синтетических данных,

полученных при помощи полноволнового численного моделирования для примеров материалов из различных классов.

Отметим, что исследования, приведенные в данной работе на примере пластины прямоугольной формы с постоянной толщиной, можно повторить и для образца произвольной формы. Также их можно обобщить на случай композитных материалов, для которых также активно применяют исследования лазерным ультразвуком. Применение сеточно-характеристического метода для численного моделирования волновых процессов в композитных материалах можно найти, например, в работах [Beklemysheva et al., 2017].

2. Особенности исследования свойств материалов лазерным ультразвуком

Можно выделить следующие ключевые характеристики исследования свойств материала лазерным ультразвуком.

1. Присутствуют различные типы волн, около 67 % мощности соответствует волнам Релея, 26 % — поперечным волнам, 7 % — продольным волнам [Болотских, Травин, 1997]. В работе [Болотских, Травин, 1997], вероятно, данные процентные соотношения взяты не для объема, а для видимой на поверхности исследуемого материала составляющей этих типов волн и доступной для физических исследований.
2. Длительность ультразвукового цуга в материале составляет $10^{-8}..10^{-12}$ м для длины волны лазера 10^{-8} м [Болотских, Травин, 1997]. Оптимальная длина волны лазера для максимальной точности измерений — 10–20 нс [Болотских, Травин, 1997]. То есть такая длина волны позволяет прецизионно измерять свойства материала для рассматриваемого размера образца. Для увеличения скорости вычислений будем рассматривать более длительные импульсы ультразвуковых волн в пластине, однако достаточно короткие, чтобы можно было визуально на визуализированных волновых полях счесть их малыми.
3. Глубина начальных напряжений — около 1 мкм для импульса длительностью 30 нс [Болотских, Травин, 1997]. То есть глубина напряжений представляет собой практически «дискретный ноль» для рассматриваемого размера образца.
4. Диаметр лазерного пятна может быть равным 0.5–0.8 мм [Болотских, Травин, 1997]. Данные характеристики означают, что масштаб пятна меньше поперечной длины пластинки, но сравним с шириной пластинки.
5. При оптимальном облучении в звук преобразуется 20 % мощности излучения при использовании CO_2 лазеров с энергией до 200 Дж [Ермолов и др., 2000].

3. Система уравнений, описывающая распространение упругих волн

Пространственные динамические упругие волны описываются следующей линейной системой уравнений [Новацкий, 1975]:

$$\rho\frac{\partial v_x}{\partial t}=\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z}, \tag{1}$$

$$\rho\frac{\partial v_y}{\partial t}=\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial z}, \tag{2}$$

$$\rho\frac{\partial v_z}{\partial t}=\frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial t}=\lambda\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)+2\mu\frac{\partial v_x}{\partial x}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right), \tag{7}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right), \tag{8}$$

$$\frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right), \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Уравнения (1)–(3) являются записанным покомпонентно локальным уравнением движения. В уравнениях (1)–(10) ρ — плотность материала, $\vec{v} = \{v_x, v_y, v_z\}^{\mathrm{T}}$ — локальная скорость движения бесконечно малых объемов рассматриваемой среды, $\boldsymbol{\sigma}$, заданный выражением (10), — тензор напряжений Коши, являющийся симметричным в силу закона парности касательных напряжений. И скорость, и тензор напряжений Коши рассматриваются как вариации относительно статически устойчивого состояния. Уравнения (4)–(9) выводятся из закона Гука с помощью дифференцирования по времени.

Система гиперболических уравнений (1)–(9) решается в данной работе при помощи модификации сеточно-характеристического метода, подробно изложенной, например, в работе [Favorskaya et al., 2018]. Заметим, что для проведения анализа волновых процессов можно использовать и другие численные методы, например разрывный метод Галёркина [Petrov et al., 2015], метод спектральных элементов [Komatitsch et al., 1999], псевдоспектральный метод [Faccioli et al., 1997], различные вариации конечно-разностных методов во временной области (FDTD, finite-difference method in the time domain) [Moczo et al., 2007; Wang, Tang, 2003] и конечно-разностный метод на сдвинутых сетках (SDFD, staggered-grid finite differences) [Graves, 1996].

4. Формулы для пересчета параметров исследуемых материалов

Упругий изотропный материал, из которого состоит исследуемая пластина конечной толщины, можно описать всегда двумя константами. Это могут быть или параметры Ламе, или модуль Юнга и коэффициент Пуассона, или модуль Юнга и модуль жесткости, или две скорости распространения упругих волн: продольных и поперечных. Итого перечислим наиболее часто употребляемые константы и ниже приведем формулы, связывающие их с параметрами Ламе и друг с другом.

Через параметры Ламе, а также через модуль упругости M и модуль сдвига G можно выразить скорости звука в материале, зная его плотность: скорость продольных P-волн (11) и скорость поперечных S-волн (12):

$$c_{\mathrm{P}} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{M}{\rho}}, \tag{11}$$

$$c_{\mathrm{S}} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \tag{12}$$

И наоборот, можно найти параметры Ламе, модуль упругости M и модуль сдвига G, зная скорости распространения упругих волн в материале и плотность этого материала:

$$\mu = G = \rho\left(c_{\mathrm{S}}\right)^2, \tag{13}$$

$$M = \rho\left(c_{\mathrm{P}}\right)^2, \tag{14}$$

$$\lambda = \rho\left(c_{\mathrm{P}}\right)^2 - 2\rho\left(c_{\mathrm{S}}\right)^2. \tag{15}$$

Из (15) ясно, что скорости упругих волн всегда должны удовлетворять следующему соотношению:

$$\sqrt{2}c_{\mathrm{S}} < c_{\mathrm{P}}. \tag{16}$$

А зная любые два параметра, характеризующие упругие свойства материала, можно уже найти все остальные, воспользовавшись следующими соотношениями:

$$\lambda = G\frac{E-2G}{3G-E} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} = K - \frac{2G}{3} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} = \frac{3K\nu}{1+\nu} = \frac{3K(3K-E)}{9K-E} = M - 2G, \tag{17}$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 3\frac{K-\lambda}{2} = \lambda\frac{1-2\nu}{2\nu} = \frac{3K}{2}\frac{1-2\nu}{1+\nu} = \frac{3KE}{9K-E}, \tag{18}$$

$$E = \mu\frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+\mu} = G\frac{3M-4G}{M-G} = 9K\frac{K-\lambda}{3K-\lambda} = \frac{9KG}{3K+G} =$$

$$= \frac{\lambda(1+\nu)(1-2\nu)}{\nu} = 2G(1+\nu) = 3K(1-2\nu), \tag{19}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)} = \frac{M-2G}{2(M-G)} = \frac{E}{2G} - 1 = \frac{\lambda}{3K-\lambda} = \frac{3K-2G}{2(3K+G)} = \frac{3K-E}{6K}, \tag{20}$$

$$K = \lambda + \frac{2\mu}{3} = M - \frac{4G}{3} = \frac{GE}{3(3G-E)} = \lambda\frac{1+\nu}{3\nu} = \frac{2G}{3}\frac{1+\nu}{1-2\nu} = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \tag{21}$$

$$M = \lambda + 2\mu = G\frac{4G-E}{3G-E} = 3K - 2\lambda = K + \frac{4G}{3} = \lambda\frac{1-\nu}{\nu} =$$

$$= 2G\frac{1-\nu}{1-2\nu} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} = 3K\frac{1-\nu}{1+\nu} = 3K\frac{3K+E}{9K-E}. \tag{22}$$

В формулах (11)–(22) введены следующие обозначения.

K — модуль объемного сжатия, или модуль всесторонней упругости, МПа. Если на тело действует всестороннее напряжение, данный параметр характеризует степень сжатия материала.

E — модуль Юнга, МПа. Характеризует степень сжатия или растяжения материала в случае осевой нагрузки на него.

G — модуль сдвига, или модуль жесткости, МПа. Характеризует сопротивление материала изменению формы при сохранении его объема, определяется как отношение напряжения сдвига к деформации сдвига. Деформация сдвига вычисляется как изменение прямого угла между плоскостями, по которым действуют касательные напряжения.

λ, μ — параметры Ламе, МПа, возникающие как коэффициенты в законе Гука для бесконечно малого объема сплошной линейно-упругой среды.

ν — коэффициент Пуассона, безразмерный. Определяется как величина отношения относительного поперечного сжатия к относительному продольному растяжению.

M — еще один продольный модуль, МПа. Не так часто употребляем, как модуль Юнга, пропорционален квадрату скорости продольных волн. Также равен некоторым коэффициентам тензора упругости четвертого ранга, которым линейно-упругая среда описывается в общем, то есть анизотропном, случае.

5. Параметры расчета и способы задания источника упругих волн

Рассматривается пластина размером 1 см × 1 см × 1 мм для трехмерного моделирования и 1 см × 1 мм для двумерного моделирования соответственно. Шаг дискретизации подбирается таким образом, чтобы на длину импульса приходилось достаточное число расчетных ячеек.

Рассматривались два типа материалов из разных классов, которые обсуждаются в следующем разделе, со следующими параметрами среды: обычный алюминий «ALU» и материал с той же скоростью продольных волн, что и у алюминия, но со скоростью поперечных волн в 1.7 раз меньшей, в дальнейшем называемый в данной статье материалом «1.7». Их параметры заданы в таблице 1.

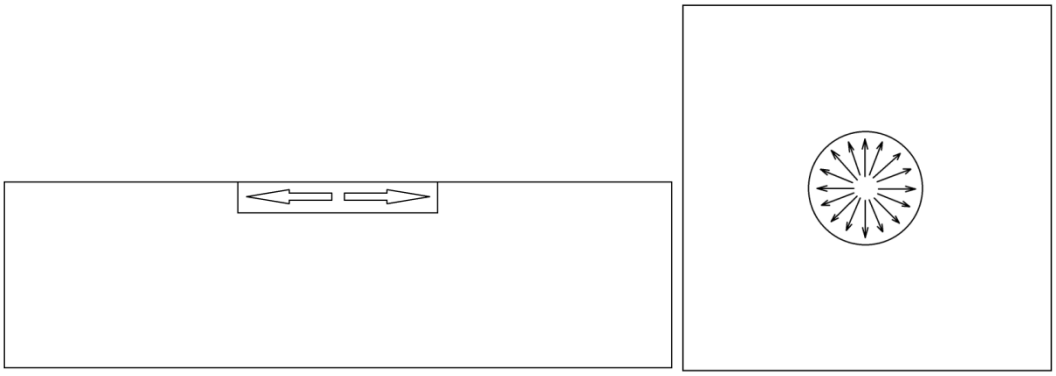
Шаг дискретизации по пространству брался равным 10^{-6} м, а шаг дискретизации по времени — $1.56 \cdot 10^{-10}$ с в соответствии с условием устойчивости использованного численного метода [Favorskaya, Petrov, 2016]. Было выполнено 6000 шагов по времени.

Рассматривались два типа источника упругих волн:

1) точечный источник заданного в центре широкой грани пластины давления с заданным импульсом («точечный источник»),
2) начальное поле вектора скорости, расходящееся от этого центра широкой грани пластины в круге радиусом R на глубине D соответственно («модель расширения»), направления вектора скорости приведены на рис. 1. Численные эксперименты показали, что данная модель обеспечивает процентные соотношения различных волновых процессов, близкие к экспериментальным [Болотских, Травин, 1997].

Таблица 1. Свойства материала рассматриваемых пластин

Материал	Скорость продольных волн, м/с	Скорость поперечных волн, м/с	Плотность, кг/м^3
«ALU»	6400	3130	2697
«1.7»	6400	3764	2697

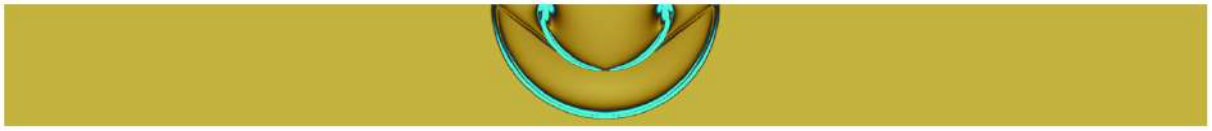


(а) (б)

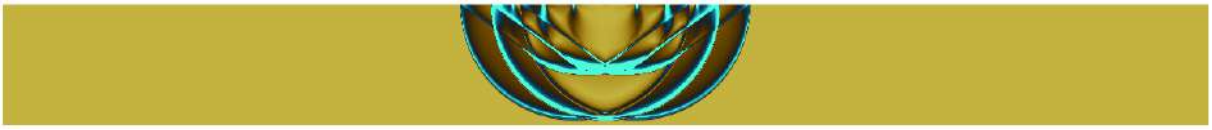
Рис. 1. Начальное условие (направление скоростей), моделирующее расширения пластины от воздействия лазерного импульса: схема распределения вектора скорости в начальный момент времени для 2D-моделирования (а) и 3D-моделирования, вид сверху, (б) соответственно

6. Исследование влияния типа источника упругих волн на рассматриваемые волновые процессы

Использовались два типа источников, второй из них приведен на рис. 1. Рассмотрим возникающие в рассматриваемых пластинах фронты упругих волн (рис. 3–5 соответственно). Моделировалось воздействие лазерного импульса на грань пластины, показанную на рис. 3–5 сверху.



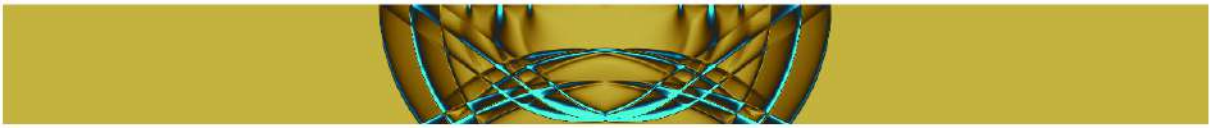
(а)



(б)

Рис. 2. Сравнение типа источника упругих волн, волновые картины в момент времени 148.2 нс, лазерный импульс сверху, материал «1.7»: точечный источник (а) и модель расширения (б)

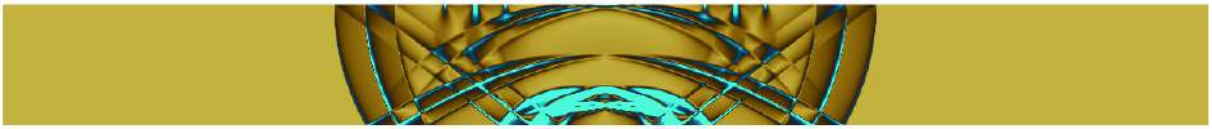
(а)



(б)

Рис. 3. Сравнение типа источника упругих волн, волновые картины в момент времени 253.5 нс, лазерный импульс сверху, материал «1.7»: точечный источник (а) и модель расширения (б)

(а)



(б)

Рис. 4. Сравнение типа источника упругих волн, волновые картины в момент времени 312 нс, лазерный импульс сверху, материал «1.7»: точечный источник (а) и модель расширения (б)

Для модели расширения пластины ширина области расширения бралась равной 0.5 мм соответственно, что соответствует диаметру лазерного пятна 0.5 мм. С этой величиной связана разная скорость распространения волн поперек пластины для разных типов ультразвукового воздействия.

Можно видеть, что для модели расширения выделяются три точечных источника: в центре лазерного пятна и на его границе. В трехмерном расчете они соответствуют одному точечному источнику в центре лазерного пятна и бесконечному количеству точечных источников на окружности, которая является границей лазерного пятна. Данный эффект связан со следующим распределением скорости по координате вдоль оси, параллельной пластине, которое приведено на рис. 5.

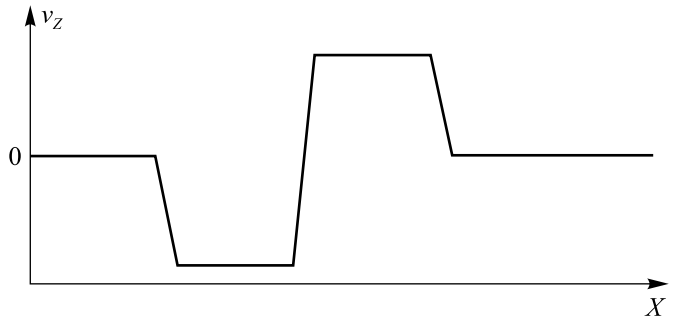


Рис. 5. Зависимость компоненты скорости v_Z, сонаправленной оси пластины, в начальный момент времени для типа источника «модель расширения»; X — пространственная координата, перпендикулярная оси пластины; Z — пространственная координата вдоль оси пластины

Таким образом, в соответствии с уравнениями (4)–(6) градиент скорости, показанный на рис. 5, дает резкое увеличение модулей главных компонент тензора напряжений, обратно пропорциональное шагу по пространственным координатам. Очевидно, что в физической постановке задачи данный градиент имеет другое значение. Но он, безусловно, имеется.

Тип источника упругих волн существенно влияет на волновые процессы, однако не влияет на общий набор возникающих волн. Также тип источника упругих волн несущественно влияет на время их прихода к краю пластины, противоположному лазерному воздействию, в случае если длина волн достаточно мала. Также используемый в расчете тип источника упругих волн влияет на геометрические размеры и геометрические особенности наблюдаемых на поверхности рассматриваемой пластины волновых явлений.

Следует отметить, что лазерное воздействие на пластину лучше описывается постановкой задачи, моделирующей тепловое расширение пластины, чем постановкой задачи с точечным источником, так как в случае использования постановки задачи, моделирующей расширение, получаются пропорции по типам волн, близкие к перечисленным в § 1.

Также по рис. 2, 3, 4 видно, что лучевой метод, который применяют для обработки результатов измерений, полученных путем исследования материалов ультразвуком, не дает точного результата. Погрешность лучевого метода, связанная с этим, равняется длине волны в материале, помноженной на некий поправочный коэффициент, который зависит от геометрических размеров образца и особенностей воздействия на него лазером и может быть определен на основе численных экспериментов.

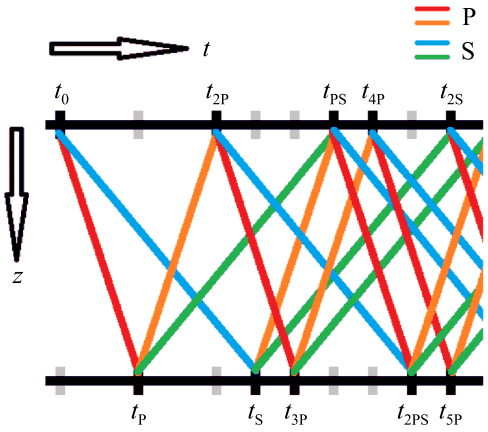


Рис. 6. Основные типы волн в пластине: волны-переотражения от границ пластины; красными и оранжевыми линиями обозначены продольные P-волны, а голубыми и зелеными линиями обозначены поперечные S-волны; Z — пространственная координата вдоль оси пластины; t — время; t_i — время прихода различных типов волн: P-, S-, 2P-, 3P-, PS-, 4P-, 2PS-, 2S- и 5P-волн

7. Типы упругих волн в пластине

Основные типы волн, возникающие в расчете, можно увидеть на рис. 6. Это многократные переотражения волн в пластине конечной толщины от источника ультразвука: P-, S-, PP-, PS-, SP-, SS-, PPP-, PPS-, PSP-, SPP-волны и так далее. На рис. 6 сплошными линиями обозначены продольные волны, распространяющиеся от стороны пластины, на которую светило лазерное пятно, и продольные волны, распространяющиеся к стороне пластины, на которую светило лазерное пятно. Точно так же пунктирными линиями обозначены аналогичные поперечные волны.

На пространственных динамических волновых картинах эти типы волн выглядят так, как показано на рис. 7.

Следует отметить, что необходимо рассматривать конечное число переотражений в связи с двумя факторами.

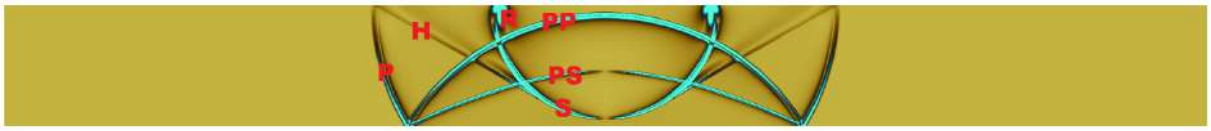
1. Ультразвуковые волны в пластине затухают, и более поздние переотражения не могут быть использованы для измерений.

2. Как только продольная волна от источника ультразвука доходит до торцов пластины, происходит ее отражение от боковых границ пластины (рис. 8), которое делает невозможным дальнейшую регистрацию. В связи с этим целесообразно использовать лазерное воздействие строго по центру широкой грани исследуемой пластины. Также следует отметить, что с ростом количества переотражений уменьшается разность времен прихода к детектору различных типов волн, что также затрудняет их регистрацию.

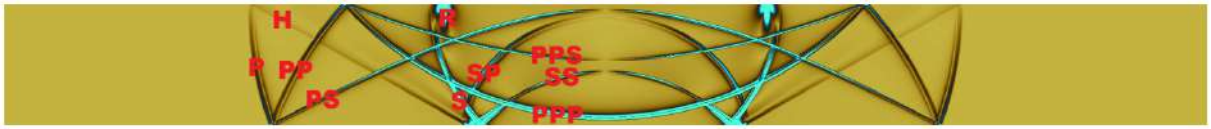
То есть количество выбранных для измерения типов волн находится в зависимости от геометрических характеристик изделия. Чем большее отношение длины пластины к ее толщине, тем более точные возможны измерения. И это отношение следует выбирать на основе коэффициента затухания упругих волн, возникающих от воздействия используемого лазера в исследуемой пластине, таким образом, чтобы число волн, пригодных для исследования, определенное на основе данного коэффициента затухания, и число волн, определенное на основе геометрических размеров пластины, были бы одинаковыми.

Были выбраны следующие группы волн, характеризующиеся временем их одновременной регистрации. Следует отметить, что в зависимости от параметров материала возможен разный порядок регистрации данных типов волн, что отражено в таблицах 2, 3. На основе данной особенности был разработан критерий деления исследуемых материалов на три различных класса.

Также в пластине наблюдаются головные волны (рис. 7, 9, обозначены литерой H) и волны Релея (рис. 7, 10, обозначены литерой R), однако для исследования свойств материала пластины их использование представляется нецелесообразным, потому что это внутренние типы волн, мало отражающиеся на поверхности пластины, доступной для исследования детектором.



(а)



(б)

Рис. 7. Типы волн в пластине, материал «ALU», точечный источник, лазерный импульс сверху, волновые картины в моменты времени 304.2 нс (а) и 464.1 нс (б); P — P-волна, S — S-волна, H — головная волна, R — волна Рэлея, PP — PP-волна, PS — PS-волна, SP — SP-волна, SS — SS-волна, PPP — PPP-волна, PPS — PPS-волна

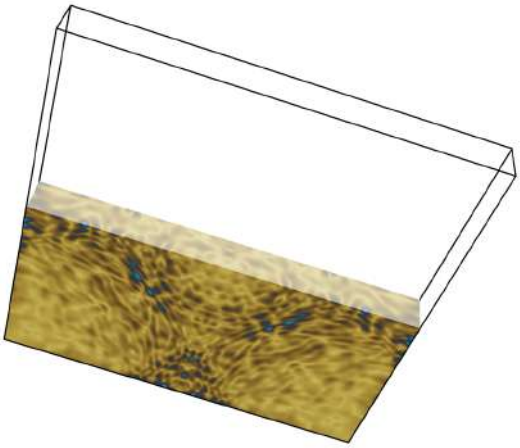


Рис. 8. Результат отражений волн от боковых краев пластины, материал «ALU», точечный источник, лазерный импульс приходится на дальнюю сторону пластины, волновая картина в момент времени 4446 нс

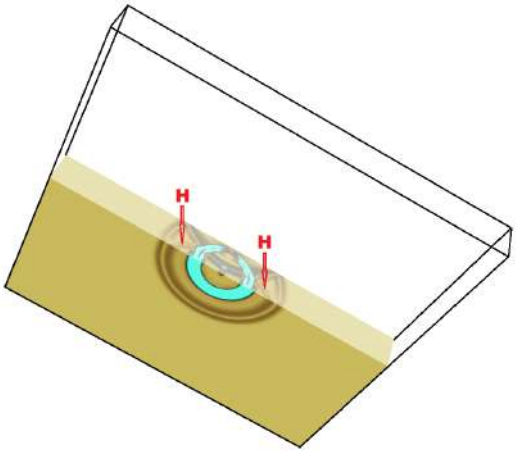


Рис. 9. Типы волн в пластине, материал «ALU», точечный источник, лазерный импульс приходится на ближнюю сторону пластины, волновая картина в момент времени 312 нс, H — головная волна

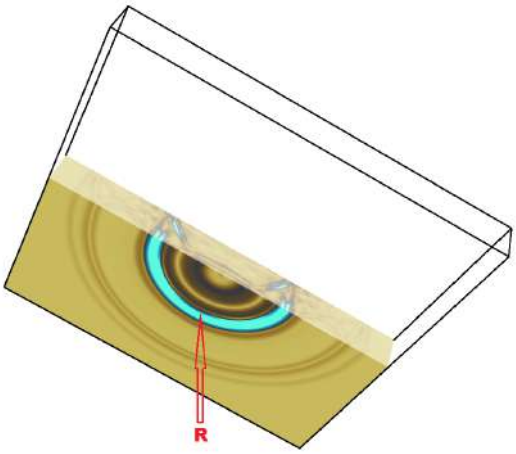


Рис. 10. Типы волн в пластине, материал «ALU», точечный источник с расширенной длиной волны, лазерный импульс приходится на ближнюю сторону пластины, волновая картина в момент времени 702 нс, R — волна Рэлея

Таблица 2. Время прихода групп ультразвуковых волн на грань пластины, противоположную источнику, для материала «ALU»

t_{P}, нс	160.15
t_{S}, нс	323.39
$t_{3\mathrm{P}}$, нс	472.65
$t_{2\mathrm{PS}}$, нс	635.89
t_{P2S}, нс	799.13
$t_{5\mathrm{P}}$, нс	785.15

Таблица 3. Время прихода групп ультразвуковых волн на грань пластины, противоположную источнику, для материала «1.7»

t_{P}, нс	156.25
t_{S}, нс	265.67
$t_{3\mathrm{P}}$, нс	468.75
$t_{2\mathrm{PS}}$, нс	578.17
t_{P2S}, нс	687.60
$t_{5\mathrm{P}}$, нс	781.25

По результатам исследований можно выявить нецелесообразность применения 3D-моделирования для данной задачи, так как процесс осесимметричный и волновая картина на торцах пластины понятна на основе анализа результатов 2D-расчета. То есть в данном случае 3D-моделирование не дает никакой новой информации о рассматриваемых процессах и только замедляет ход исследований.

Можно также видеть, что при отражении на торцах пластины можно наблюдать вначале круг точно напротив зоны воздействия лазерного импульса (рис. 11). Затем этот круг становится кольцом либо серией колец, причем суммарная ширина этих колец меньше радиуса исходного круга, так как часть волн отразилась перпендикулярно поверхности пластины. Но в связи с тем, что фронт волны близок по форме к сфере, отражение этой сферы от поверхности пластины будет происходить вначале в центре, в круге, а затем на расходящихся от центра кольцах. Так как волновой фронт может быть неоднородным и представлять собою несколько сфер, то, соответственно, на поверхности пластины будет наблюдаться несколько концентрических колец. Для измерения важно время возникновения круга по центру пластины точно напротив зоны воздействия лазерного пучка. Следует отметить, что в силу наличия в поперечных волнах центрального падения амплитуды, иногда в этих кругах может по центру также наблюдаться падение амплитуды. Сравните рис. 11 (круг без центрального падения амплитуды) и рис. 12 (круг с центральным падением амплитуды). Причем для модели источника «модель расширения» данный эффект менее существенный, чем при использовании точечного источника. При помощи численного моделирования можно точно указать, будет ли отражающаяся волна с торца пластины выглядеть как окружность (отражаются только S-волны) или как круг (отражаются P-волны или P-волны и S-волны одновременно), учесть форму исследуемого образца.

8. Расчет времени наблюдения различных типов волн в пластине

Рис. 6 иллюстрирует алгоритм расчета времени наблюдения различных типов кратных волн. Вначале вычисляется время, которое необходимо продольной и поперечной волнам, чтобы пересечь пластину поперек нее, т. е. пройти расстояние dZ, равное толщине пластины.

Затем для группы волн $n\mathrm{P}m\mathrm{S}$ время регистрации вычисляется по формуле (23).

$$t_{n\mathrm{P}m\mathrm{S}} = n\frac{dZ}{c_{\mathrm{P}}} + m\frac{dZ}{c_S}. \tag{23}$$

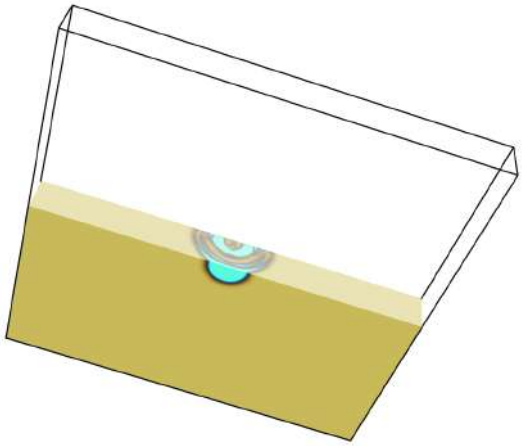


Рис. 11. Отражение P-волны от грани пластины, круг без центрального падения амплитуды, материал «ALU», точечный источник, лазерный импульс приходится на дальнюю сторону пластины, волновая картина в моменты времени 195 нс

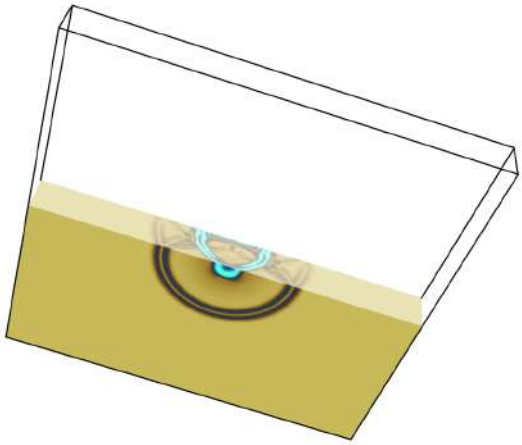


Рис. 12. Отражение P-волны от грани пластины, круг с центральным падением амплитуды, материал «ALU», точечный источник, лазерный импульс приходится на дальнюю сторону пластины, волновая картина в моменты времени 351 нс

Соответственно, когда в результате измерений становятся известными времена прихода различных групп волн, то необходимо правильным образом сопоставить каждому времени натуральные числа n и m. Затем получится переопределенная система уравнений, которая была бы вырожденной, если бы погрешность измерений была нулевой. Рассмотрим пример данной системы для пластины рассматриваемых пропорций, когда длина пластины в 10 раз больше ширины пластины.

$$t_{\mathrm{P}} \approx \frac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}, \tag{24}$$

$$t_{\mathrm{S}} \approx \frac{dZ}{c_S}, \tag{25}$$

$$t_{3\mathrm{P}} \approx 3\frac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}, \tag{26}$$

$$t_{2\mathrm{PS}} \approx 2\frac{dZ}{c_{\mathrm{P}}} + \frac{dZ}{c_S}, \tag{27}$$

$$t_{\mathrm{P2S}} \approx \frac{dZ}{c_{\mathrm{P}}} + 2\frac{dZ}{c_S}, \tag{28}$$

$$t_{5\mathrm{P}} \approx 5\frac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}. \tag{29}$$

На основе решения системы уравнений (24)–(29) можно найти c_{P} и c_{S}, например, по следующим формулам. Вначале используется формула (30), затем используется формула (31).

$$c_{\mathrm{P}} \approx \frac{dZ}{t_{\mathrm{P}}} \approx 3\frac{dZ}{t_{3\mathrm{P}}} \approx 5\frac{dZ}{t_{5\mathrm{P}}}, \tag{30}$$

$$c_{\mathrm{S}} \approx \frac{dZ}{t_{\mathrm{S}}} \approx \frac{dZ}{t_{2\mathrm{PS}} - 2\dfrac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}} \approx 2\frac{dZ}{t_{\mathrm{P2S}} - \dfrac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}}. \tag{31}$$

Второй вариант расчета, приведенный ниже, применяется тогда, когда не известно время начала действия лазерного импульса и формулы (30), (31) заменяются на формулы (32), (33) соответственно.

$$c_{\mathrm{P}} \approx 2\frac{dZ}{t_{3\mathrm{P}} - t_{\mathrm{P}}} \approx 4\frac{dZ}{t_{5\mathrm{P}} - t_{\mathrm{P}}}, \tag{32}$$

$$c_{\mathrm{S}} \approx \frac{dZ}{t_{2\mathrm{PS}} - 2\dfrac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}} \approx 2\frac{dZ}{t_{\mathrm{P2S}} - \dfrac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}} \approx \frac{dZ}{t_{\mathrm{P2S}} - \dfrac{dZ}{c_{\mathrm{P}}} - t_{\mathrm{S}}}. \tag{33}$$

Помимо выражений (30)−(33), можно вначале вычислить время одиночного прохода P-волны поперек пластины, равное $\dfrac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}$, и S-волны поперек пластины, равное $\dfrac{dZ}{c_{\mathrm{S}}}$, затем уже на их основе найти скорости.

Выяснить, какую именно методику расчета необходимо применить, можно, сопоставляя разные значения c_{P} и c_{S}, вычисленные на основе формул (30), (31) в соответствии с нижеприведенными неравенствами. Если (34), (35) выполняются, то целесообразно использовать формулы (32), (33).

$$\frac{dZ}{t_{\mathrm{P}}} < 3\frac{dZ}{t_{3\mathrm{P}}} \approx 5\frac{dZ}{t_{5\mathrm{P}}}, \tag{34}$$

$$\frac{dZ}{t_{\mathrm{S}}} < \frac{dZ}{t_{2\mathrm{PS}} - 2\dfrac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}} \approx 2\frac{dZ}{t_{\mathrm{P2S}} - \dfrac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}}. \tag{35}$$

Если же вначале вычисляется время одиночного прохождения волн поперек пластины, то место неравенств (34), (35) займут следующие:

$$t_{\mathrm{P}} > \frac{t_{3\mathrm{P}}}{3} \approx \frac{t_{5\mathrm{P}}}{5}, \tag{36}$$

$$t_{\mathrm{S}} > t_{2\mathrm{PS}} - 2\frac{dZ}{c_{\mathrm{P}}} \approx \frac{t_{\mathrm{P2S}} - \dfrac{dZ}{c_{\mathrm{P}}}}{2}. \tag{37}$$

Затем можно найти все остальные параметры, характеризующие материал пластины, используя выражения (11)−(22).

9. Критерии разделения материалов пластины на три класса и методика исследования свойств материала пластины лазерным ультразвуком

Разработаны критерии разделения материалов пластины на три класса в зависимости от конфигурации волновых процессов, влияющих на особенности исследования их свойств лазерным ультразвуком.

В первом классе материалов порядок регистрации как для алюминия в таблице 1, то есть вначале регистрируется группа волн 5P, затем P2S. Во втором классе материалов порядок регистрации обратный, вначале группа волн P2S, затем группа волн 5P, как для материала «1.7» в таблице 2.

То есть все материалы с соотношением скоростей как в следующем выражении относятся к первому классу:

$$c_{\mathrm{P}} > 2c_{\mathrm{S}}. \tag{38}$$

А материалы, для которых выражение (38) не выполняется и выполняется выражение (39), относятся ко второму классу:

$$c_{\mathrm{P}} < 2c_{\mathrm{S}}. \tag{39}$$

Можно также выделить третий класс материалов, для которого в точности справедливо следующее выражение:

$$c_{\mathrm{P}} = 2c_{\mathrm{S}}. \tag{40}$$

Для материалов из третьего класса регистрация групп волн 5P и P2S будет происходить одновременно.

Следует отметить, что алюминий близок к третьему классу для расчетной длины волны и относится к первому классу для длин волн, ожидаемых в лабораторном эксперименте. То есть точность осуществления сравнений (38)–(40) должна осуществляться по порядку длины волны.

Теперь изложим ключевые аспекты методики исследования свойств материала пластины лазерным ультразвуком. В данном исследовании целесообразно выделить следующие этапы.

1. Формирование гипотезы о типе материала, позволяющей предположить время регистрации различных типов волн. Если это невозможно, целесообразно определиться, к какому классу относится исследуемый материал: к первому или ко второму. Если и это невозможно, необходимо учесть обе возможности и провести все дальнейшие расчеты во всех вариантах, сравнив полученные расчетные cP и cS между собой.
2. Проведение измерений времени регистрации волновых фронтов на стороне пластины, противоположной воздействию лазерного пучка, в физическом эксперименте.
3. Проведение вычислений на основе формул из § 8.

10. Результаты численного моделирования

Рассмотрим некоторые поперечные срезы исследуемых путем численного моделирования пластин, соответствующие моментам времени, при которых происходит приход той или иной группы волн на поверхность пластины.

Отражения от границы всех рассматриваемых типов волн для примера алюминиевой пластины (материал первого класса) приведены на рис. 13–18 соответственно.

Отражения от границы всех рассматриваемых типов волн для примера пластины из материала второго класса приведены на рис. 19–24 соответственно.

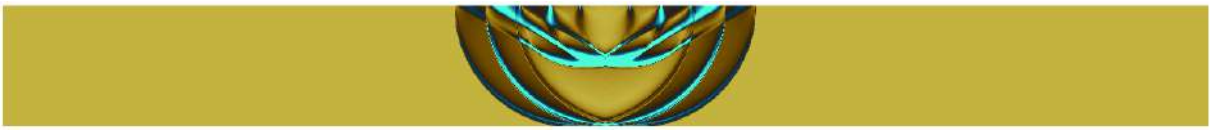


Рис. 13. Отражение P-волны от грани пластины, материал «ALU», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 156 нс

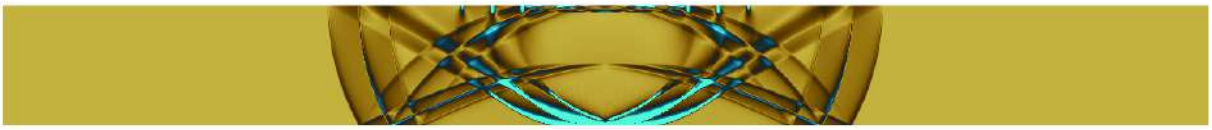


Рис. 14. Отражение S-волны от грани пластины, материал «ALU», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 319.8 нс

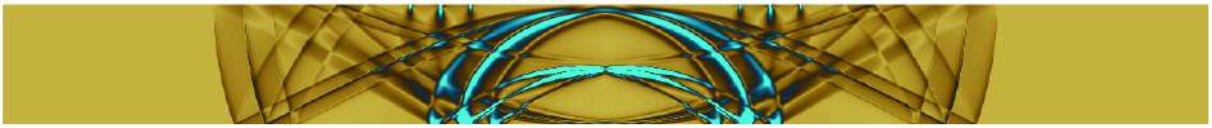


Рис. 15. Отражение 3P-волн от грани пластины, материал «ALU», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 468 нс

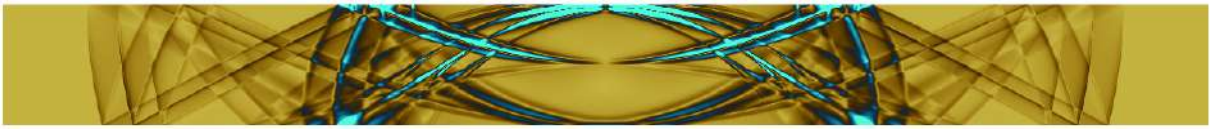


Рис. 16. Отражение 2PS-волн от грани пластины, материал «ALU», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 631.8 нс

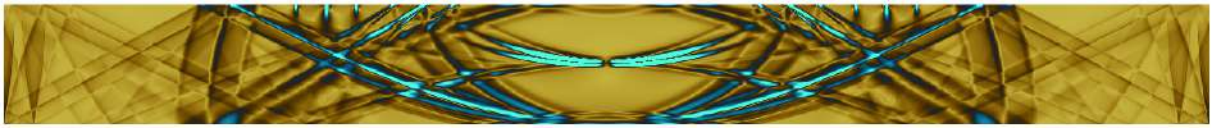


Рис. 17. Отражение P2S-волн от грани пластины, материал «ALU», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 795.6 нс

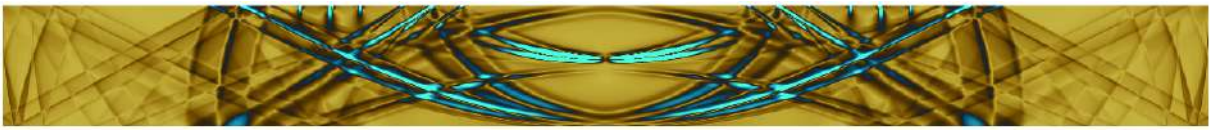


Рис. 18. Отражение 5P-волн от грани пластины, материал «ALU», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 781.95 нс

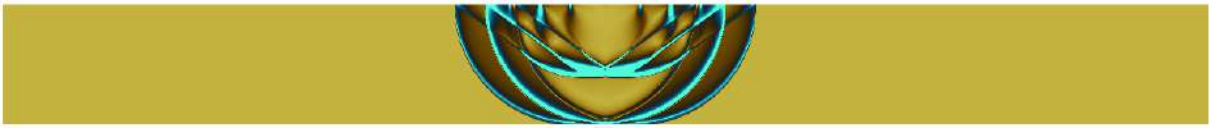


Рис. 19. Отражение P-волны от грани пластины, материал «1.7», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 156 нс

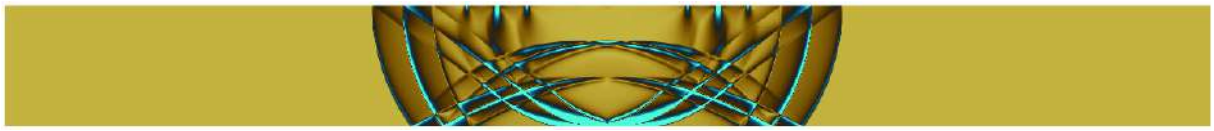


Рис. 20. Отражение S-волны от грани пластины, материал «1.7», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 265.2 нс

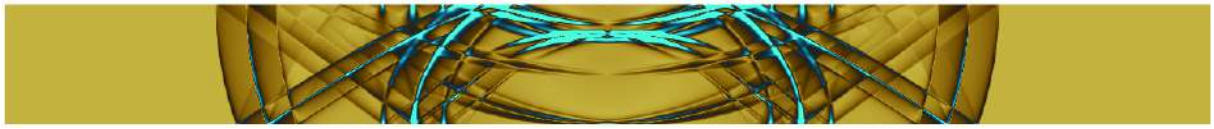


Рис. 21. Отражение 3P-волн от грани пластины, материал «1.7», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 468 нс

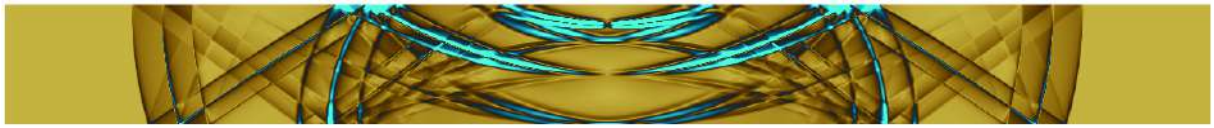


Рис. 22. Отражение 2PS-волн от грани пластины, материал «1.7», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 577.2 нс

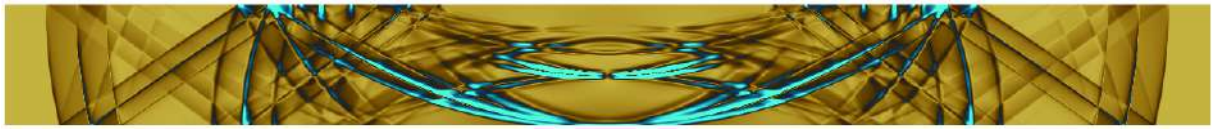


Рис. 23. Отражение P2S-волн от грани пластины, материал «1.7», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 688.35 нс

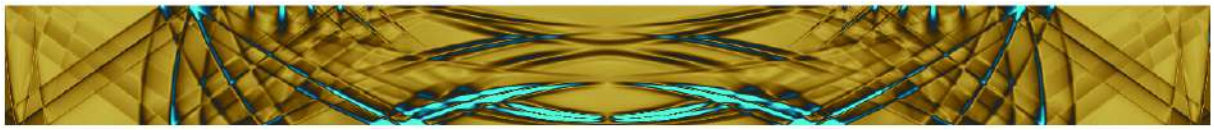


Рис. 24. Отражение 5P-волн от грани пластины, материал «1.7», модель расширения, лазерный импульс сверху, волновая картина в моменты времени 781.95 нс

По результатам проведенных исследований было выявлено, что различные факторы влияют на погрешность измерений:

1) точность измерения времени прихода различных типов волн,
2) точность измерения времени начала работы лазера и формирования фронта волны в пластине,
3) точность измерения толщины пластины,
4) геометрические пропорции пластины,
5) скорость затухания волн.

Причем влияние точности измерения начального момента импульса возможно уменьшить, вычитая из величин время прихода первой P-волны от источника.

Отметим также, что параметры из пунктов 1−3 влияют на точность измерений напрямую, а параметры из пунктов 4−6 влияют в связи с обстоятельствами, выявленными в § 6. Для минимизации ошибки по пунктам 4−6 отношение ширины пластины к ее толщине следует выбирать на основе коэффициента затухания упругих волн от используемого лазера в исследуемой пластине и чувствительности датчика к амплитуде регистрируемых колебаний таким образом, что-

бы число волн, пригодных для исследования, определенное на основе данного коэффициента затухания, и число волн, пригодных для регистрации, определенное на основе геометрических размеров пластины, были бы одинаковыми.

Также следует отметить, что, как показано в § 6, целесообразно использовать лазерное воздействие строго по центру широкой грани исследуемой пластины.

11. Заключение

Выявлены основные особенности численного полноволнового моделирования процесса исследования свойств материала пластины лазерным ультразвуком: приведена система уравнений, описывающая распространение упругих волн, разработаны постановки задач для численного моделирования, исследовано влияние типа источника упругих волн на рассматриваемые волновые процессы.

Выявлены основные особенности волновых процессов, возникающих при исследовании свойств материала пластины лазерным ультразвуком: изучены типы упругих волн в пластине, разработан метод расчета времени наблюдения различных типов волн в пластине. Также разработаны критерии разделения материалов пластины на три класса в зависимости от конфигурации волновых процессов, влияющих на особенности исследования их свойств лазерным ультразвуком.

Разработана методика исследования свойств материала пластины лазерным ультразвуком на основе анализа кратных волн. Методика апробирована путем полноволнового моделирования: изложены результаты примера 1 «Алюминиевая пластина, материал первого класса» и примера 2 по апробации методики. Сделаны выводы о влиянии различных факторов на погрешность измерений и дан ряд повышающих точность измерений рекомендаций.

Выявлены преимущества полноволнового численного моделирования при тестировании различных экспериментальных методик, в том числе разработанной в рамках настоящей работы. Основным преимуществом является возможность анализа внутреннего среза исследуемого материала, который наиболее информативно отражает возникающую в ходе ультразвукового исследования совокупность волновых фронтов. Аналогичные физические эксперименты неизбежно нарушат целостность исследуемого материала и тем самым создадут дополнительные границы раздела внутри материала и существенным образом изменят ту совокупность волновых фронтов, которая в действительности имеет место внутри исследуемого объекта.

Следует отметить, что численный метод в связи с неточностью задания исходного импульса, погрешностью аппроксимации разностной схемы, мелкостью разбиения расчетной сетки для геометрических параметров исходного импульса и т. д. может давать существенно отличное от наблюдаемого в лабораторном эксперименте отношение амплитуд различных типов волн. Этот фактор следует обязательно учитывать при проведении тестирования методики экспериментальных исследований путем полноволнового моделирования.

Однако следует также отметить, что понимание особенностей дискретизации исходной механико-математической модели, используемого численного метода и его программной реализации позволяет выявить эти различия между наблюдаемыми в численном эксперименте характеристиками волновых процессов и тем, что будет наблюдаться в эксперименте лабораторном. И, соответственно, наличие данных различий не помешает успешной разработке и тестированию экспериментальных методик путем численных экспериментов.

Сформулируем представляющие интерес направления дальнейших исследований волновых процессов, возникающих в пластине в процессе воздействия на нее лазером. В будущем было бы интересно исследовать влияние характеристик материала пластины на радиус возникающих при отражении волн пятен. Однако уже сейчас можно предположить, что материал пластины влияет только на скорость прихода волн, а геометрические размеры пятна напрямую зависят только от геометрических параметров задачи: радиуса лазерного пятна, толщины пластины, глубины прогрева пластины под воздействием лазерного импульса и т. д.

То есть для обработки результатов физических исследований в целях определения параметра материала должно быть достаточно формул расчета времени прихода различных типов волн, изложенных в методике. Однако в случае сложности интерпретации регистрируемых ультразвуковых волн в пластине от воздействия лазерного импульса можно применить также и полноволновое моделирование для того, чтобы разобраться, какой волновой картиной на центральном срезе пластины может быть обусловлен процесс и какой тип ультразвуковых волн наблюдается на поверхности пластины.

В дальнейшем можно разработать стратегию подбора оптимальных для точности исследований геометрических размеров рассматриваемой пластины конечной толщины в зависимости от особенностей исследуемого материала, лазера, длины волны ультразвуковых волн в материале и т. д. Также представляет прикладной интерес изучение влияния неровностей толщины пластины на результат измерений.

Список литературы (References)

Болотских П. А., Травин Г. А. Лазерное возбуждение ультразвуковых колебаний // Научные ведомости БГУ. — 1997. — № 2. — С. 52–53.
Bolotskih P. A., Travin G. A. Lazernoe vozbuzhdenie ul'trazvukovyh kolebanij [Laser excitation of ultrasonic vibrations] // Nauchnye vedomosti BGU. — 1997. — No. 2. — P. 52–53 (in Russian).

Ермолов И. Н., Вопилкин А. Х., Бадалян В. Г. Расчеты в ультразвуковой дефектоскопии: краткий справочник. — М.: Эхо, 2000.
Ermolov I. N., Vopilkin A. H., Badalyan V. G. Raschety v ul'trazvukovoj defektoskopii: kratkij spravochnik [Computations in nondestructive testing: reference book]. — Moscow: Ehkho, 2000 (in Russian).

Жаркий С. М., Карабутов А. А., Пеливанов И. М., Подымова Н. Б., Тимошенко В. Ю. Исследование слоев пористого кремния лазерным ультразвуковым методом // Физика и техника полупроводников. — 2003. — Т. 37, № 4. — С. 485–489.
Zharkij S. M., Karabutov A. A., Pelivanov I. M., Podymova N. B., Timoshenko V. Yu. Issledovanie sloev poristogo kremniya lazernym ul'trazvukovym metodom [Investigation of porous silicon layers by laser ultrasonic method] // Physics and technology of semiconductors. — 2003. — Vol. 37, No. 4. — P. 485–489 (in Russian).

Зацепин А. Ф. Акустический контроль. — Екатеринбург: УГТУ, 2005.
Zacepin A. F. Akusticheskij kontrol' [Acoustic control]. — Ekaterinburg: USTU, 2005 (in Russian).

Коваленко А. А., Грязнов А. С. К методике измерения продольной и поперечной скоростей ультразвука в листовых материалах // Вестник Бурятского государственного университета. — 2012. — №. 3.
Kovalenko A. A., Gryaznov A. S. K metodike izmereniya prodol'noj i poperechnoj skorostej ul'trazvuka v listovy'x materialax [To the method of measuring the longitudinal and transverse ultrasound speeds in sheet materials] // Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta. — 2012. — No. 3 (in Russian).

Лямшев Л. М. Лазерное термооптическое возбуждение звука / отв. ред. В. И. Ильичев; АН СССР, Акустический институт им. Н. Н. Андреева. — М.: Наука, 1989.
Lyamshev L. M. Lazernoe termoopticheskoe vozbuzhdenie zvuka [Laser thermooptical excitation of sound]. — Moscow: Nauka, 1989 (in Russian).

Новацкий В. Теория упругости. — М.: Мир, 1975.
Novackij V. Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]. — Moscow: Mir, 1975 (in Russian).

Танарро А. Лазерный ультразвук // http://www.locus.spb.ru/files/UZK/podrobnee_laser_ultrasonics.pdf (дата обращения: 02.02.2018).
Tanarro A. Lazerny'j ul'trazvuk // http://www.locus.spb.ru/files/UZK/podrobnee_laser_ultrasonics.pdf (accesed: 02.02.2018) (in Russian).

Тищенко В. Н., Пономаренко А. Г., Посух В. Г., Павлов А. А., Запрягаев В. И., Гулидов А. И., Бояринцев Э. Л., Кавун И. Н., Мелехов А. В., Голубев М. П., Павлов А. А., Голобокова Л. С., Мирошниченко И. Б., Шмаков А. С. Лазерный источник звука, создаваемый при облучении мишени широкоапертурным излучением // XXIV сессия Российского акустического общества, сессия Научного совета по акустике РАН. Ультразвук и ультразвуковые технологии. — 2011.

Tishhenko V. N., Ponomarenko A. G., Posux V. G., Pavlov A. A., Zapryagaev V. I., Gulidov A. I., Boyarincev E. L., Kavun I. N., Melexov A. V., Golubev M. P., Pavlov A. A., Golobokova L. S., Miroshnichenko I. B., Shmakov A. S. Lazerny'j istochnik zvuka, sozdavaemy'j pri obluchenii misheni shirokoaperturny'm izlucheniem [A laser source of sound created by irradiating a target with wide-aperture radiation] // XXIV session of the Russian Acoustical Society, session of the Scientific Council on Acoustics of the Russian Academy of Sciences. Ultrasound and ultrasound technology. — 2011 (in Russian).

Bate P., Lundin P., Lindh-Ulmgren E., Hutchinson B. Application of laser-ultrasonics to texture measurements in metal processing. Acta Materialia. — 2017. — Vol. 123. — P. 329–336.

Beklemysheva K., Vasyukov A., Ermakov A., Favorskaya A. Numerical modeling of ultrasound beam forming in elastic medium // Procedia Computer Science. — 2017. — Vol. 112. — P. 1488–1496.

Faccioli E., Maggio F., Paolucci R., Quarteroni A. 2D and 3D elastic wave propagation by a pseudo-spectral domain decomposition method // Journal of seismology. — 1997. — Vol. 1, No. 3. — P. 237–251.

Favorskaya A. V. The use of multiple waves to obtain information on an underlying geological structure // Procedia Computer Science. — 2018. — Vol. 126 — P. 1110–1119.

Favorskaya A. V., Breus A. V., Galitskii B. V. Application of the grid-characteristic method to the seismic isolation model // Proceedings of the 50 Years of Development of the Grid-Characteristic Method, Smart Innovation, Systems and Technologies, Vol. 133. — 2019. — P. 167–181.

Favorskaya A., Golubev V., Grigorievyh D. Explanation the difference in destructed areas simulated using various failure criteria by the wave dynamics analysis // Procedia Computer Science. — 2018. — Vol. 126 — P. 1091–1099.

Favorskaya A. V., Petrov I. B. A study of high-order grid-characteristic methods on unstructured grids // Numerical Analysis and Applications. — 2016. — Vol. 9, No. 2. — P. 171–178.

Favorskaya A. V., Zhdanov M. S., Khokhlov N. I., Petrov I. B. Modeling the wave phenomena in acoustic and elastic media with sharp variations of physical properties using the grid-characteristic method // Geophysical Prospecting. — 2018. — Vol. 66, No. 8. — P. 1485–1502.

Grunsteidl C. M., Veres I. A., Murray T. W. Experimental and numerical study of the excitability of zero group velocity Lamb waves by laser-ultrasound // The Journal of the Acoustical Society of America. — 2015. — Vol. 138 (1). — P. 242–250.

Graves R. W. Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences // Bulletin of the Seismological Society of America. — 1996. — Vol. 86, No. 4. — P. 1091–1106.

Hanyga A., Helle H. B. Synthetic seismograms from generalized ray tracing // Geophysical Prospecting. — 1995. — Vol. 43, No. 1. — P. 51–75.

Ji H., Luo J., Qiu J., Cheng L. Investigations on flexural wave propagation and attenuation in a modified one-dimensional acoustic black hole using a laser excitation technique // Mechanical Systems and Signal Processing. — 2018. — Vol. 104. — P. 19–35.

Komatitsch D., Vilotte J. P., Vai R., Castillo-Covarrubias J. M., Sanchez-Sesma F. J. The spectral element method for elastic wave equations-application to 2-D and 3-D seismic problems // International Journal for numerical methods in engineering. — 1999. — Vol. 45, No. 9. — P. 1139–1164.

McMechan G. A., Mooney W. D. Asymptotic ray theory and synthetic seismograms for laterally varying structures: theory and application to the Imperial Valley, California // Bulletin of the Seismological Society of America. — 1980. — Vol. 70, No. 6. — P. 2021–2035.

Moczo P., Robertsson J. O., Eisner L. The finite-difference time-domain method for modeling of seismic wave propagation // Advances in geophysics. — 2007. — Vol. 48. — P. 421–516.

Muratov M. V., Petrov I. B. Application of fractures mathematical models in exploration seismology problems modeling // Proceedings of the 50 Years of Development of the Grid-Characteristic Method, Smart Innovation, Systems and Technologies. — 2019. — Vol. 133. — P. 120–131.

Petrov I. B., Favorskaya A. V., Khokhlov N. I., Miryakha V. A., Sannikov A. V., Golubev V. I. Monitoring the state of the moving train by use of high performance systems and modern computation methods // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2015. — Vol. 7, No. 1. — P. 51–61.

Scruby C. B., Drain L. E. Laser ultrasonics techniques and applications. — CRC Press, 1990.

Shragge J., Blum T. E., Van Wijk K., Adam L. Full-wavefield modeling and reverse time migration of laser ultrasound data: A feasibility study // Modeling and RTM of LU data. Geophysics. — 2015. — Vol. 80, No. 6. — D553–D563.

Spence G. D., Whittall K. P., Clowes R. M. Practical synthetic seismograms for laterally varying media calculated by asymptotic ray theory // Bulletin of the Seismological Society of America. — 1984. — Vol. 74, No. 4. — P. 1209–1223.

Stognii P. V., Khokhlov N. I. 2D seismic prospecting of gas pockets // Proceedings of the 50 Years of Development of the Grid-Characteristic Method, Smart Innovation, Systems and Technologies. — 2019. — Vol. 133. — P. 156–166.

Taheri H., Koester L. W., Bigelow T. A., Bond L. J. Thermoelastic finite element modeling of laser generated ultrasound in additive manufacturing materials. // ASNT Annual Conference 2017. — 2017. — P. 188–198.

Wang T., Tang X. Finite-difference modeling of elastic wave propagation: A nonsplitting perfectly matched layer approach // Geophysics. — 2003. — Vol. 68, No. 5. — P. 1749–1755.