

УДК: 314.7: 519.25

Моделирование межрегиональных миграционных потоков клеточными автоматами

Ю. Д. Шмидт^a, Н. В. Ивашина^b, Г. П. Озерова^c

Дальневосточный федеральный университет,
Россия, 690091, г. Владивосток, ул. Суханова, д. 8

E-mail: ^asyd@dvfu.ru, ^bivashina_n@mail.ru, ^cgal_o@mail.ru

Получено 12.06.2020, после доработки — 14.08.2020.

Принято к публикации 14.08.2020.

В статье исследуется проблема разработки и обоснования наиболее адекватного инструментария для прогнозирования величины и структуры межрегиональных миграционных потоков. Миграционные процессы оказывают значительное влияние на численность и демографическую структуру населения территорий, состояние и сбалансированность региональных и локальных рынков труда. Для анализа миграционных процессов и оценки их последствий необходим экономико-математический инструментарий, позволяющий с необходимой точностью моделировать миграционные процессы и потоки для различных территорий. Рассмотрены существующие подходы и методы моделирования миграционных процессов с анализом их преимуществ и недостатков. Отмечается, что для реализации многих из этих методов необходим большой массив агрегированных статистических данных, который не всегда имеется в наличии и не характеризует поведение мигрантов на локальном уровне, на котором принимается решение о переезде на новое место жительства. Это существенно влияет на возможность применения соответствующих методов моделирования миграционных процессов и точность прогнозов величины и структуры миграционных потоков.

В работе разработана и апробирована на данных Приморского края модель клеточного автомата для моделирования межрегиональных миграционных потоков, реализующая интеграцию модели миграционного поведения домашних хозяйств в условиях ограниченной рациональности в общую модель миграционного потока территории. Для реализации модели миграционного поведения домашних хозяйств в условиях ограниченной рациональности предложен интегральный индекс привлекательности регионов с экономической, социальной и экологической составляющими. Для оценки прогностической способности разработанной модели проведено ее сравнение с существующими моделями клеточных автоматов, используемыми для прогнозирования межрегиональных миграционных потоков. Для этих целей был использован метод вневыборочного прогнозирования, который показал статистически значимое превосходство предложенной модели, которая позволяет получать прогнозы и количественные характеристики миграционных потоков территорий на основе реального миграционного поведения домашних хозяйств на локальном уровне с учетом условий их проживания и поведенческих мотивов.

Ключевые слова: миграционные потоки, модели, сравнительный анализ, клеточные автоматы, ограниченная рациональность, точность прогноза

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-010-00206).

UDC: 314.7: 519.25

Modelling interregional migration flows by the cellular automata

Yu. D. Shmidt^a, N. V. Ivashina^b, G. P. Ozerova^c

Far Eastern Federal University,
8 Sukhanov st., Vladivostok, 690091, Russia

E-mail: ^asyd@dvfu.ru, ^bivashina_n@mail.ru, ^cgal_o@mail.ru

Received 12.06.2020, after completion — 14.08.2020.

Accepted for publication 14.08.2020.

The article dwells upon investigating the issue of the most adequate tools developing and justifying to forecast the interregional migration flows value and structure. Migration processes have a significant impact on the size and demographic structure of the population of territories, the state and balance of regional and local labor markets.

To analyze the migration processes and to assess their impact an economic-mathematical tool is required which would be instrumental in modelling the migration processes and flows for different areas with the desired precision. The current methods and approaches to the migration processes modelling, including the analysis of their advantages and disadvantages, were considered. It is noted that to implement many of these methods mass aggregated statistical data is required which is not always available and doesn't characterize the migrants behavior at the local level where the decision to move to a new dwelling place is made. This has a significant impact on the ability to apply appropriate migration processes modelling techniques and on the projection accuracy of the migration flows magnitude and structure.

The cellular automata model for interregional migration flows modelling, implementing the integration of the households migration behavior model under the conditions of the Bounded Rationality into the general model of the area migration flow was developed and tested based on the Primorye Territory data. To implement the households migration behavior model under the conditions of the Bounded Rationality the integral attractiveness index of the regions with economic, social and ecological components was proposed in the work.

To evaluate the prognostic capacity of the developed model, it was compared with the available cellular automata models used to predict interregional migration flows. The out of sample prediction method which showed statistically significant superiority of the proposed model was applied for this purpose. The model allows obtaining the forecasts and quantitative characteristics of the areas migration flows based on the households real migration behaviour at the local level taking into consideration their living conditions and behavioural motives.

Keywords: migration flows, models, benchmarking, cellular automata, bounded rationality, forecast accuracy

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 6, pp. 1467–1483 (Russian).

The work was supported by Russian Foundation for basic research (project No. 19-010-00206).

Введение

В современных условиях развития интеграционных процессов, глобализации экономики и общественной жизни огромная масса людей перемещается из одних мест проживания в другие в поисках более безопасной и обеспеченной, комфортной жизни. Это влияет на численность и демографическую структуру населения территорий, на соотношение спроса и предложения на рынке труда. Вопрос о необходимом количестве мигрантов, направлении и интенсивности миграционных потоков для рационального размещения трудовых ресурсов и обеспечения социально-экономического развития территорий и страны в целом является очень сложным и требует своего решения.

Для решения этой задачи необходимы не только детальные статистические данные о внутренней и внешней трудовой миграции, но и качественный структурный анализ и прогнозирование межрегиональных миграционных потоков.

Важным приближением к решению последней задачи, с нашей точки зрения, может послужить обоснование наилучшего, наиболее адекватного инструментария для прогнозирования величины и структуры межрегиональных миграционных потоков.

В настоящее время существует достаточно широкий спектр различных моделей для моделирования миграционных потоков, включая эконометрические модели, модели системной динамики, балансовые модели, агент-ориентированные модели, модели клеточных автоматов и марковских процессов.

Существует целый ряд работ отечественных и зарубежных ученых, в которых успешно используются эконометрические модели для моделирования миграционных процессов. Широкое распространение получили различные модификации гравитационной модели, многофакторные модели, в которых оценивается взаимосвязь миграционного потока между территориями с факторами, характеризующими не только экономическое развитие территорий, но и социально-экологические условия проживания населения [Andrienko, Guriev, 2004; Вакуленко и др., 2010; Ангосик, Ивашина, 2019]. Эконометрические модели позволяют количественно оценить влияние различных факторов на зависимые показатели, характеризующие результативность миграционных процессов, исследовать причинно-следственные связи и прогнозировать последствия. Для успешной спецификации эконометрической модели необходимы достаточно объемные массивы исходных статистических данных, которые, к сожалению, не всегда доступны по объективным причинам для проведения соответствующего эконометрического анализа.

В ряде работ при моделировании миграционных процессов используется системно-динамический подход, при котором исследуемые процессы описываются системой взаимосвязанных дифференциальных уравнений [Васильева, 2017; Agal, 2020]. Модели системной динамики позволяют исследовать сценарии развития миграционных процессов в зависимости от изменения входных параметров. Среди моделей этого типа особое место занимают модели, использующие элементы теории оптимального управления и теории оптимизации. Такие модели позволяют исследовать и прогнозировать качественные характеристики миграционных процессов и их влияние на экономику и население принимающих территорий. Можно отметить работы [Feichtinger et al., 2004; Simon et al., 2013] в качестве типичных в этом направлении.

Для анализа и прогнозирования структуры миграционных потоков успешно применяются вероятностные модели — цепи Маркова. Цепь Маркова — это случайный процесс, в котором в любой момент времени будущее состояние процесса зависит только от текущего состояния, но не от прошлых состояний (свойство отсутствия памяти), с дополнительными условиями дискретности времени и дискретности пространства состояний. Предполагается, что вероятность перехода процесса из одного состояния в другое фиксирована и не изменяется во времени. В этом направлении можно отметить следующие работы: [Семенчин, Бабченко, 2006; Pap, Nagurney, 1994]. Модели этого типа позволяют получить хорошую формализацию задачи моделирования миграционного потока и довольно точные краткосрочные прогнозы, хотя матрицы перехода формируются из довольно общих положений, которые не затрагивают глубинные причины миграции.

Более того, свойство отсутствия памяти в целом не характерно для миграционных процессов. Склонность к миграции, с нашей точки зрения, характеризует как индивидуальные личные черты характера индивидуума, так и накопленный жизненный опыт. В работе Р. Гинсберга [Ginsberg, 1971] используется модифицированная цепь Маркова, в которой вероятность перехода связана с продолжительностью пребывания в конкретных состояниях. Вероятность мигрировать у индивидуума тем меньше, чем дольше он находился в определенном состоянии (проживал на одном месте).

Видное место в моделировании миграционных потоков занимают балансовые модели, которые строятся на основе балансовых соотношений численности и перемещений населения территорий. Прогнозирование миграционных потоков на основе балансовых таблиц связано с построением матрицы вероятности переходов и представлено, в частности, в работах [Коровкин, 2001; Единак, Коровкин, 2012].

В последние годы широкое распространение приобретают агент-ориентированные модели (АОМ) для моделирования миграционных процессов. Теоретические основы АОМ представлены в работах [Hamill, Gilbert, 2016; Макаров, Бахтизин, 2013]. Агент-ориентированная модель представляет собой совокупность взаимодействующих разноуровневых агентов, которые действуют независимо друг от друга в процессе компьютерных симуляций. При моделировании миграционных процессов при реализации АОМ создается искусственная среда, которая соответствует определенной территории и в которую помещается совокупность агентов. В каждой такой АОМ выделяются показатели, характеризующие экономические, социальные, экологические, институциональные и другие факторы, присущие среде, которые влияют на агентов и способствуют или препятствуют их миграции. Агенты наделены определенными свойствами, которые позволяют их идентифицировать в соответствующие целевые группы, на которые влияют различные факторы среды [Макаров и др., 2017]. При этом агенты независимо друг от друга принимают решение о переезде на новое место жительства по определенным в модели правилам. Модели АОМ позволяют не только моделировать миграционные потоки территорий, но и исследовать влияние различных факторов на миграционную активность населения и последствия миграционных процессов в ходе компьютерных экспериментов. Отметим следующие исследования, в которых использовалась АОМ для моделирования миграционных процессов [Espindola et al., 2006, Макаров и др., 2019].

Несмотря на целый ряд перечисленных выше преимуществ агент-ориентированных моделей перед традиционными методами моделирования миграционных процессов, существующие модели АОМ имеют в основном только концептуальный характер. Это связано не только со сложностью создания соответствующего программного продукта для компьютерной реализации модели, но и с огромным количеством агентов для реальной модели, сложностью описания взаимосвязей разноуровневых агентов, выбора конечного числа адекватных правил поведения агентов на микроуровне при принятии решения о переезде на новое место жительства, учитывая, что поведение людей не всегда носит рациональный характер. Для упрощения процедуры компьютерной реализации таких моделей и оптимизации процессов симуляций, в работе [Reinhardt et al., 2018] была разработана гибкая среда вычислительного моделирования для агент-ориентированных демографических моделей.

В последние годы наблюдается рост публикаций по теме клеточных автоматов, особенно в зарубежных изданиях, и количества проводимых специализированных научных и научно-практических конференций в этой области [Матюшкин, Заплетина, 2019]. Основные положения теории клеточных автоматов и ее этапы развития изложены в работах [Тоффоли, Марголуз, 1991; Лобанов, 2010; Матюшкин, Заплетина, 2019].

Клеточные автоматы используют при моделировании социально-экономических процессов в следующих областях: распространение и диффузия инноваций [Нижегородцев и др., 2012; Шмидт, Лободина, 2015], заселение и развитие территорий [Cheng, Masser, 2002; He et al., 2019], миграция по районам мегаполиса [Benito-Ostolaza et al., 2015; Dabbaghian et al., 2010]. В модели клеточного автомата каждая клетка взаимодействует только с ограниченным числом клеток, как правило, ближайшего окружения. Изменение состояний клеток происходит

для всех клеток одновременно на основе общего правила клеточного автомата и по результатам взаимодействия клеток. Это свойство позволяет при моделировании связывать процессы, происходящие на микроуровне, на уровне отдельных клеток, с процессами на мезо- или макроуровне, с поведением всех клеток клеточного автомата [Шмидт и др., 2017].

Более того, это свойство клеточных автоматов хорошо согласуется с массовым поведением людей в больших группах в стандартных ситуациях. В этом случае работает закон больших чисел и поведение людей описывается вероятностным образом: даже если в единичных случаях поведение будет неожиданным (по каким-то причинам), это не повлияет на движение группы в целом.

Мигранты принимают решение о переезде на новое место жительства на локальном уровне, на уровне домашнего хозяйства или индивидуально, советуясь с родственниками и своими близкими. При этом используют информацию, которая для них доступна: экономические, социальные и экологические условия проживания на разных территориях, их преимущества и недостатки по отзывам и впечатлениям в конкретных социальных группах. Поэтому, с нашей точки зрения, целесообразно моделировать миграционный поток территории, используя модель миграционного поведения домашних хозяйств в условиях ограниченной рациональности. Для встраивания моделей миграционного поведения домашних хозяйств в общую модель миграционного потока территорий будем использовать модель клеточного автомата.

Цель данного исследования — разработать модель клеточного автомата для моделирования межрегиональных миграционных потоков, реализующую интеграцию модели миграционного поведения домашних хозяйств в условиях ограниченной рациональности в общую модель миграционного потока территории и оценить ее прогностические способности.

Модель миграционного поведения в условиях ограниченной рациональности

В данной работе будем полагать, что домашнее хозяйство, при принятии решения о переезде на новое место жительства, обладает ограниченной информацией об условиях жизни на разных территориях, имеет возможность сравнивать разные альтернативы и выбирать для себя наиболее предпочтительный вариант. При этом решение о переезде может быть сформировано в результате общения с друзьями, родственниками и коллегами на основе полученной от них информации, эмоций и других мотиваций, не всегда явно осознанных.

Для построения модели ограниченной рациональности будем использовать вспомогательный инструмент — интегральный индекс привлекательности регионов, который сформируем в следующем виде:

$$R_i^t = a \cdot E_i^t + b \cdot C_i^t + c \cdot K_i^t, \quad (1)$$

где a , b , c — весовые коэффициенты, вычисляемые методом анализа иерархий, R_i^t — интегральный индекс привлекательности региона i в году t , E_i^t — индекс привлекательности сферы экономики региона i в году t , C_i^t — индекс привлекательности социальной сферы региона i в году t , K_i^t — индекс привлекательности климата и экологии региона i в году t .

Предварительный анализ эконометрических моделей миграционных потоков, зависимости величины потоков от экономических, социальных и экологических факторов [Andrienko, Guriev, 2004; Вакуленко и др., 2010; Ангосик, Ивашина, 2019] позволил выделить соответствующие составляющие в интегральном индексе привлекательности регионов. При этом выбрана аддитивная форма интегрального индекса привлекательности вполне осознанно, так как для разных людей и разных возрастных групп наблюдаются различные побудительные мотивы для смены места жительства. Поэтому миграционная привлекательность конкретной территории может прирастать за счет разных своих составляющих. Если какая-то составляю-

щая на территории слабо развита, то развитие других составляющих может это компенсировать в интегральном индексе привлекательности региона, что согласуется с реальными разноплановыми мотивами мигрантов.

Для формирования индексов будем использовать нормированные значения показателей, которые их составляют. Если показатель X возрастающий (т. е. чем значения показателя больше, тем соответствующие характеристики лучше), то нормировка проводится по следующей формуле:

$$\frac{X_i - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}},$$

где X_i — текущее значение показателя X , X_{\max} — наибольшее значение показателя X по регионам, а X_{\min} — наименьшее значение показателя по регионам.

Если показатель X убывающий (т. е. чем значения показателя меньше, тем соответствующие характеристики лучше), то нормировка проводится по следующей формуле:

$$1 - \frac{X_i}{X_{\max}}.$$

При этом все нормированные значения показателей будут иметь одно возрастающее направление: чем нормированные значения показателя больше, тем соответствующие характеристики лучше.

В каждой составляющей привлекательности регионов выделены, с нашей точки зрения, наиболее значимые факторы, характеризующие уровень развития соответствующей составляющей привлекательности территории. При этом эти факторы характеризуют один и тот же предмет, уровень развития экономической, социальной сферы региона или климатические и экологические условия проживания населения, поэтому они вполне равнозначны и могут входить с равными весовыми коэффициентами в соответствующие индексы привлекательности составляющих.

Индекс привлекательности сферы экономики региона i в году t будем вычислять по следующей формуле:

$$E_i^t = \frac{1}{3} \cdot (V_i^t + P_i^t + L_i^t),$$

где V_i^t — нормированные значения ВРП на душу населения в регионе i в году t , P_i^t — нормированные значения среднедушевых месячных доходов в регионе i в году t , L_i^t — нормированные значения доли занятых в общей численности населения региона i в году t .

Индекс привлекательности социальной сферы региона i в году t будем вычислять по следующей формуле:

$$C_i^t = \frac{1}{3} \cdot (M_i^t + W_i^t + S_i^t),$$

где M_i^t — нормированные значения общей площади жилых помещений, приходящихся в среднем на одного жителя региона i в году t , W_i^t — нормированные значения численности врачей всех специальностей на 10 000 человек населения региона i в году t , S_i^t — нормированные значения численности студентов, обучающихся по программам бакалавриата, специалитета, магистратуры на 10 000 человек населения региона i в году t .

Индекс привлекательности климата и экологии региона i в году t будем вычислять по следующей формуле:

$$K_i^t = \frac{1}{3} \cdot (T_i^t + N_i^t + Q_i^t),$$

где T_i^t — нормированные значения средней годовой температуры в регионе i в году t , N_i^t — нормированные значения среднемесячного количества осадков в регионе i в году t , Q_i^t — нормированные значения выбросов в атмосферу вредных веществ от стационарных источников в регионе i в году t .

Для вычисления весовых коэффициентов в формуле (1) использовался метод анализа иерархий и привлекались эксперты. Метод анализа иерархий достаточно подробно описан в литературе [Саати, 1993], поэтому в данной работе будем использовать только то, что необходимо для понимания текста. Для вычислений необходимо решить следующие задачи:

- 1) декомпозиция задачи в виде иерархии элементов, влияющих на заданную цель, — определение приоритетов при принятии решения о переезде на новое место жительства;
- 2) индивидуальный опрос экспертов для последовательного попарного сравнения всех элементов иерархии по оценочной шкале метода;
- 3) представление экспертных суждений в виде обратно симметричных матриц и проверка их на согласованность;
- 4) вычисление собственных векторов матриц, которые определяют приоритеты элементов на разных уровнях иерархии для каждого эксперта;
- 5) определение среднего итогового вектора — коэффициентов значимости составляющих миграционной привлекательности региона.

Иерархия, построенная для решения этой задачи, состоит из трех уровней. В вершине — главная цель — приоритеты при принятии решения о переезде на новое место жительства, на втором уровне — основные целевые установки мигрантов при переезде на новое место жительства, а на третьем уровне — составляющие миграционной привлекательности региона (рис. 1). В качестве экспертов выступили специалисты в области миграции и преподаватели Дальневосточного федерального университета. Общее количество экспертов составило 16 человек. Эксперты проводили попарные сравнения значимости элементов в иерархии, представленной на рис. 1.

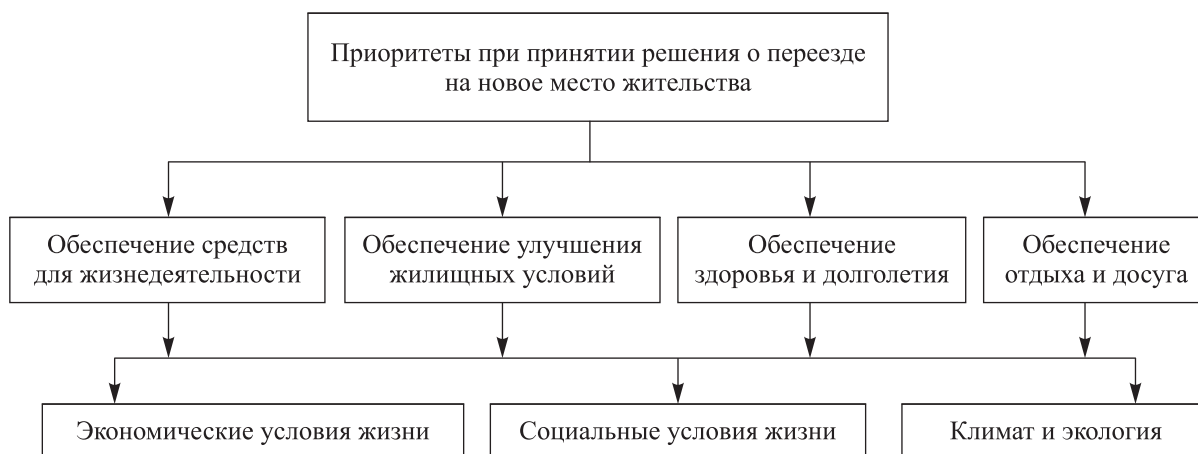


Рис. 1. Иерархия задачи определения значений весовых коэффициентов в формуле (1)

С вычисленными весовыми коэффициентами формула (1) принимает следующий вид:

$$R_i^t = 0.552 \cdot E_i^t + 0.239 \cdot C_i^t + 0.209 \cdot K_i^t, \quad (2)$$

где R_i^t — интегральный индекс привлекательности региона i в году t , E_i^t — индекс привлекательности сферы экономики региона i в году t , C_i^t — индекс привлекательности социальной сферы региона i в году t , K_i^t — индекс привлекательности климата и экологии региона i в году t .

Модель клеточного автомата

Клеточные автоматы представляют собой регулярно упорядоченный набор простых однотипных объектов, называемых клетками. Каждая клетка обладает внутренним состоянием, которое является дискретным и конечным множеством. Будем обозначать через $a(i, t)$ состояние i -й клетки в момент времени t . Классические клеточные автоматы обладают свойствами дискретности (пространства, времени и состояний), локальности (связей), однородности (клеток) и синхронности работы [Матюшкин, Заплетина, 2019]. Клетки обновляют свои состояния одновременно (синхронно) в дискретные моменты времени. Правила обновления состояния являются однородными, не зависят ни от времени, ни от пространственного расположения клетки в соответствующей упорядоченной сетке. Для каждой клетки i определенным образом определяются клетки окружения $O(i)$, которых конечное число. Для детерминированных автоматов определяется закон перехода для каждой клетки i автомата в новое состояние $a(i, t+1)$ по формуле

$$a(i, t+1) = F(a(i, t), a(j_1, t), a(j_2, t), \dots, a(j_n, t)),$$

где j_1, j_2, \dots, j_n — клетки окружения $O(i)$ клетки i , n — количество клеток в окружении клетки i , $F(x, y, \dots, z)$ — некоторая функциональная зависимость от нескольких переменных.

Новое состояние клетки однозначно определяется значениями предыдущего состояния клетки и ее окружения (свойство локальности). Если состояние клеток в новый период времени определяется с определенной вероятностью, то задается функция вероятности перехода элемента следующим образом:

$$W = W(a(i, t+1) | a(i, t), a(j_1, t), a(j_2, t), \dots, a(j_n, t)),$$

где W — вероятность перехода i -й клетки из состояния $a(i, t)$ в момент времени t в состояние $a(i, t+1)$ в момент времени $t+1$, j_1, j_2, \dots, j_n — клетки окружения $O(i)$ клетки i , n — количество клеток в окружении клетки i .

Такие клеточные автоматы называются вероятностными. Для моделирования межрегиональных миграционных потоков будем применять двумерные вероятностные клеточные автоматы с прямоугольными сетками клеток без границ. Приморскому краю, каждому федеральному округу России и странам ближнего зарубежья ставим в соответствие прямоугольную сетку клеток, в которой количество клеток совпадает с количеством домашних хозяйств в соответствующем регионе, с учетом предположения, что домашнее хозяйство состоит из трех человек. При этом предполагается режим работы автомата с отсутствием границ, то есть первая строка прямоугольной сетки считается продолжением последней, а последняя — предшествующей первой. Аналогичное свойство выполняется и для столбцов прямоугольной сетки клеток.

В работе будем использовать модификацию классического клеточного автомата, предложенную в работе [Shmidt et al., 2016] и подробно описанную в работе [Шмидт и др., 2017]. В этой модификации в качестве окружения для каждой клетки выступают четыре ближайших клетки, имеющие общую сторону с исходной (окрестность Неймана), и четыре клетки, выбранные случайным образом в этой сетке. Клетки прямоугольной сетки — это домашние хозяйства, проживающие в соответствующем для данной сетки регионе. Клетки окружения из $O(i)$, выбранные случайным образом, — это домашние хозяйства, которые тесно общаются с домашним хозяйством, соответствующим клетке i , по всем доступным телекоммуникационным каналам. В этом отличие используемой модели клеточного автомата от классического, расширено свойство локальности.

Моделировать межрегиональные миграционные потоки будем по временным периодам, которым соответствует календарный год. Вычислительные процедуры клеточных автоматов при их настройке проводятся по итерациям, с повторением однотипных вычислений до появления необходимых результатов. Количество итераций для каждого года определяем из условия

минимизации абсолютной разности между количеством выехавших мигрантов из Приморского края по статистическим данным за этот год и вычисленных по модели.

Алгоритм расчетов в модели на каждой итерации состоит из следующих этапов:

- 1) определение количества домашних хозяйств, принявших решение мигрировать из Приморского края;
- 2) определение количества домашних хозяйств из федеральных округов и стран ближнего зарубежья, принявших решение мигрировать в Приморский край;
- 3) уточнение количества домашних хозяйств по всем регионам и состояний клеток в соответствующих прямоугольных сетках.

Обозначим вероятность выезда из Приморского края по 9 направлениям: пусть p_1^t — вероятность остаться проживать в Приморском крае в момент времени t , p_2^t — вероятность перейти в момент времени t в Центральный федеральный округ, p_3^t — в Северо-Западный федеральный округ, p_4^t — в Южный федеральный округ (вместе с Северо-Кавказским федеральным округом), p_5^t — в Приволжский федеральный округ, p_6^t — в Уральский федеральный округ, p_7^t — в Сибирский федеральный округ, p_8^t — в Дальневосточный федеральный округ (без Приморского края), p_9^t — в страны ближнего зарубежья, p_{10}^t — в страны дальнего зарубежья, p_i^t вычисляется как средняя вероятность для домашнего хозяйства выехать в i -й регион по статистическим данным в году t .

Вычисляем общую сумму R^t значений интегрального индекса привлекательности регионов в году t по следующей формуле:

$$R^t = \sum_{i=1}^9 R_i^t,$$

где R_i^t — интегральный индекс привлекательности региона i в году t .

Для стран дальнего зарубежья интегральный индекс привлекательности не вычисляли и использовать не будем. Предполагаем, что выполняется соотношение

$$\frac{p_i^{t-1}}{p_i^t} = \frac{R_i^{t-1}}{R^{t-1}} \bigg/ \frac{R_i^t}{R^t},$$

где p_i^t — вероятность выехать из Приморского края в i -й регион в году t , R_i^t — интегральный индекс привлекательности региона i в году t , R^t — общая сумма значений интегрального индекса привлекательности регионов в году t .

Следовательно, в силу сделанного выше предположения вероятность выехать из Приморского края в i -й регион изменяется в соответствии с изменениями доли соответствующего региона в общей привлекательности регионов. В модели будем использовать скорректированную вероятность z_i^t выехать из Приморского края в i -й регион в году t , вычисленную из соотношения

$$z_i^t = p_i^{t-1} \cdot \frac{R_i^t}{R_i^{t-1}} \cdot \frac{R^{t-1}}{R^t}. \tag{3}$$

Аналогично считаем, что выполняется соотношение

$$\frac{b_1^t}{b_1^{t-1}} = \frac{R^t - R_1^t}{R^t} \bigg/ \frac{R^{t-1} - R_1^{t-1}}{R^{t-1}},$$

где $b_1^t = 1 - p_1^t$ — вероятность уехать из Приморского края в году t , R_1^t — индекс привлекательности Приморского края в году t , R^t — общая сумма значений интегрального индекса привлекательности регионов в году t .

Аналогично: скорректированную вероятность v_1^t уехать из Приморского края в году t вычисляем из соотношения

$$v_1^t = b_1^{t-1} \cdot \frac{R^t - R_1^t}{R^{t-1} - R_1^{t-1}} \cdot \frac{R^{t-1}}{R^t}.$$

Тогда скорректированная вероятность остаться в Приморском крае в году t вычисляется из соотношения $z_1^t = 1 - v_1^t$.

Для каждого федерального округа и стран ближнего зарубежья вычисляем, аналогично выводу формулы (3), скорректированную вероятность d_1^t выехать на постоянное место жительства из соответствующего региона в Приморский край:

$$d_1^t = q_1^{t-1} \cdot \frac{R_1^t}{R_1^{t-1}} \cdot \frac{R^{t-1}}{R^t},$$

где q_1^t — средняя вероятность для населения соответствующего региона выехать на постоянное место жительства в Приморский край в году t , вычисленная по статистическим данным.

Опишем подробнее алгоритм настройки модели, моделирования межрегиональных миграционных потоков клеточными автоматами в году t .

На предварительном этапе определяем состояние клеток в прямоугольных сетках, соответствующих Приморскому краю, федеральным округам и странам ближнего зарубежья, используя датчик случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0, 1]$. Для каждой клетки прямоугольной сетки, соответствующей Приморскому краю, генерируем случайное число x . Если x попадает в интервал $[0, z_1^t]$, где z_1^t — скорректированная вероятность остаться проживать в Приморском крае, то отмечаем состояние клетки как 0 и полагаем, что соответствующее домашнее хозяйство планирует остаться жить в Приморском крае. В противном случае состояние клетки помечается числом 1.

Для каждого федерального округа и стран ближнего зарубежья отмечаем состояние клеток аналогичным образом, как и для Приморского края. Для каждой клетки соответствующей прямоугольной сетки генерируем случайное число x . Если x попадает в интервал $[0, d_1^t]$, где d_1^t — скорректированная вероятность мигрировать из рассматриваемого региона в Приморский край в году t , то отмечаем состояние клетки числом 1. В противном случае состояние клетки помечается числом 0.

На первом этапе каждой итерации по сетке, соответствующей Приморскому краю, определяем домашние хозяйства, принявшие решение мигрировать из Приморского края. Предполагается, что каждой клетке автомата соответствует домашнее хозяйство, которое может принять решение о переезде на новое место жительства, а может решить не переезжать (состояние клетки соответственно 1 или 0). Состояние клетки в автомате принимается с определенной вероятностью, в зависимости от состояния клеток ближайшего окружения. Для каждой клетки учитываются состояния 4 соседних клеток (окрестность Неймана) и четырех клеток, выбранных случайным образом в регионе. В зависимости от количества клеток окружения в состоянии 1 обозначим это количество через n , определяется пороговая функция $P(n)$ — вероятность текущей клетки принять состояние 1, т. е. соответствующему домашнему хозяйству выехать из региона на другое место жительства. На миграционное поведение домашнего хозяйства влияет огромное количество разнообразных независимых факторов, поэтому в силу центральной предельной теоремы теории вероятностей можно считать, что решение о переезде на новое место жительства — это случайная величина, которая имеет нормальное распределение с параметра-

ми $m = 0$, $\sigma = 1$, где m — математическое ожидание, а σ — среднее квадратичное отклонение. Как и в работе [Шмидт, Лободина, 2015], будем использовать хорошо известный математический факт, что для нормально распределенной случайной величины справедливо правило трех сигм: абсолютная величина ее отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратичного отклонения, т. е.

$$P(|X - m| \leq 3\sigma) = 2\Phi(3) = 0.9973.$$

Перебираем для каждой клетки все клетки ее окружения: 4 соседние клетки и 4 клетки, выбранные случайным образом в регионе. Количество клеток окружения текущей клетки, которые находятся в состоянии 1, может принимать любое значение от 0 до 8. Для каждого такого n определяем значения пороговой функции:

$$P(n) = \frac{W(n)}{k}, \quad (4)$$

где $P(n)$ — пороговая функция, n — число клеток из окружения текущей клетки в состоянии 1; $k = \frac{0.9973}{v_1^t}$, v_1^t — скорректированная вероятность домашних хозяйств уехать из Приморского края на постоянное место жительства, а $W(n)$ определяется формулой

$$W(n) = P\left(-3\sigma \leq X \leq -3\sigma + \frac{3}{4}\sigma n\right) = \Phi\left(-3 + \frac{3}{4}n\right) + \Phi(3), \quad (5)$$

где σ — среднее квадратичное отклонение случайной величины X , $\Phi(x)$ — функция Лапласа.

Из формул (4)–(5) вытекает, что пороговая функция $P(n)$ возрастает от 0 до v_1^t ; если $n = 0$, то $P(n) = 0$, если $n = 8$, то $P(n) = v_1^t$. Вычисляем случайное число x ; если $x \leq P(n)$, то домашнее хозяйство принимает решение уехать из Приморского края. В противном случае отмечаем состояние клетки цифрой 0 и соответствующее домашнее хозяйство остается проживать в регионе.

Для определения региона, в который выезжает домашнее хозяйство, используем интегральные индексы привлекательности регионов R_i^t . Пусть z_{i0}^t — вероятность выехать в страны дальнего зарубежья в году t , вычисляется по статистическим данным.

Введем обозначение $p^t = \sum_{i=2}^{10} z_i^t$ и разобьем отрезок $[0, 1]$ на 9 интервалов, каждый из которых имеет длину $\frac{z_i^t}{p^t}$, т. е.

$$0 \leq \frac{z_2^t}{p^t} \leq \frac{z_2^t + z_3^t}{p^t} \leq \frac{z_2^t + z_3^t + z_4^t}{p^t} \leq \dots \leq 1.$$

Генерируем случайное число x из отрезка $[0, 1]$ и выбираем регион выбытия домашнего хозяйства в соответствии с тем, в какой интервал попадает число. Пусть число x попадает в интервал длины $\frac{z_i^t}{p^t}$, т. е.

$$\frac{z_2^t + z_3^t + \dots + z_{i-1}^t}{p^t} \leq x \leq \frac{z_2^t + z_3^t + \dots + z_{i-1}^t + z_i^t}{p^t}.$$

Тогда домашнее хозяйство выезжает в регион i . Помечаем клетку в решетке, соответствующей Приморскому краю, как выбывшую и запоминаем ее координаты.

На этапе 2 определяем домашние хозяйства, принявшие решение выехать в Приморский край из федеральных округов и стран ближнего зарубежья. По каждому федеральному округу и странам ближнего зарубежья рассматриваем прямоугольную сетку, соответствующую рассматриваемому региону, перебираем все клетки. В этом случае пороговая функция $P(n)$ имеет следующий вид:

$$P(n) = \frac{W(n)}{k}, \quad k = \frac{0.9973}{d_1^t},$$

где n — число клеток из окружения текущей клетки в состоянии 1, d_1^t — скорректированная вероятность мигрировать из рассматриваемого региона в Приморский край в году t .

Генерируем случайное число x из отрезка $[0, 1]$; если $x \leq P(n)$, то домашнее хозяйство принимает решение уехать в Приморский край, отмечаем соответствующую клетку как выбывшую и запоминаем ее координаты. В противном случае отмечаем состояние клетки числом 0 и полагаем, что семья не выезжает в Приморский край. По каждой сетке рассчитываем количество приезжающих в Приморский край, находим их сумму.

На этапе 3 перебираем все прямоугольные сетки клеток модели и в каждой распределяем случайным образом прибывшие в соответствующий регион домашние хозяйства по клеткам сетки, помеченным на этапах 1 и 2 как выехавшие из региона домашние хозяйства, при необходимости изменяем количество клеток. Значения состояния, которые получают такие клетки, определяем в соответствии со скорректированными вероятностями миграции на текущий год из соответствующего региона. Затем выполняется переход на этап 1 или завершается процедура расчетов, если выполняется условие минимизации абсолютной разности между рассчитанным количеством и реальным значением выехавших из Приморского края за этот год людей. В последнем случае прибавляется к числу прибывших в Приморский край количество приехавших из дальнего зарубежья в Приморский край, которое вычисляется по вероятности за предыдущий год.

На этапе настройки модели определяется количество итераций клеточного автомата, необходимое для моделирования межрегиональных миграционных потоков в году t . Эта информация используется при построении прогнозов. При вычислении прогнозных значений на основе разработанной модели необходимые для расчетов исходные вероятности вычисляются на основе расчетных значений за предыдущий период. Количество итераций, необходимых для прогноза по модели на период $t + 1$, определяется как средняя взвешенная величина от количества итераций автомата для моделирования периода в один год за предыдущие три года при настройке автомата по следующей формуле:

$$k_{t+1} = 0.6 \cdot n_t + 0.3 \cdot n_{t-1} + 0.1 \cdot n_{t-2},$$

где k_{t+1} — количество итераций автомата при прогнозировании миграционного потока $t + 1$ года, n_t — количество итераций автомата при настройке в году t .

Результаты реализации модели

Для реализации разработанной модели клеточного автомата была модифицирована кросс-платформенная программа на языке Go, описанная в работе [Шмидт и др., 2017]. Модель клеточного автомата, реализующая интеграцию модели миграционного поведения домашних хозяйств в условиях ограниченной рациональности в общую модель миграционного потока территории, была апробирована на статистических данных по Приморскому краю. На начало каждого года за период с 2005 по 2018 г. имеются следующие данные:

- численность населения Приморского края, каждого федерального округа, включая Дальневосточный (без Приморского края), стран ближнего зарубежья;

- вероятность выезда населения из Приморского края в разрезе федеральных округов, дальнего и ближнего зарубежья;
- вероятность приезда населения в Приморский край по всем федеральным округам, дальнему и ближнему зарубежью;
- въездные и выездные межрегиональные миграционные потоки Приморского края в разрезе федеральных округов, дальнего и ближнего зарубежья.

В процессе настройки клеточного автомата проводились вычисления миграционных потоков по годам с 2005 по 2018 г. Ошибка по количеству выехавших за пределы Приморского края мигрантов в год составляла от 0.00 % до 0.61 %, по прибывшим мигрантам в край — от 0.1 % до 4.22 %.

В таблице 1 представлен фактический и расчетный миграционный поток из Приморского края в 2018 г., построенный при настройке клеточного автомата. Полученные для этого года результаты являются достаточно типичными. Проведено 75 итераций клеточного автомата, рассчитанное общее число выехавших из края составило 10 730 чел., прибывших — 6458 чел., фактически за этот год выехало 10 755 чел., ошибка — 0.23 %, а прибыло 6611 чел., ошибка составила 2.31 %. В таблице 1 также представлены результаты прогноза межрегиональных миграционных потоков из Приморского края на 2018 год, полученные на основе разработанной модели. При этом прогноз проводился на период 2015–2018 гг., с использованием статистических данных и настройки модели за период 2012–2014 гг.

Таблица 1. Фактический, расчетный при настройке модели и прогнозный миграционные потоки из Приморского края в 2018 г., чел.

Регион	Расчетное значение	Фактическое значение	Прогнозное значение	Ошибка прогноза, %	Ошибка, настройки %
Центральный ФО	2410	2430	2410	0.82	0.82
Северо-Западный ФО	2080	1988	1880	5.43	4.63
Южный и Северо-Кавказский ФО	1580	1691	1574	6.92	6.56
Приволжский ФО	568	552	538	2.54	2.90
Уральский ФО	261	273	261	4.40	4.40
Сибирский ФО	824	790	837	5.95	4.30
Дальневосточный ФО (без ПК)	2806	2870	2676	6.76	2.23
Дальнее зарубежье	65	53	62	16.98	22.64
Ближнее зарубежье	136	108	139	28.70	25.93
Всего	10 730	10 755	10 377	3.51	0.23

Источник: фактическое значение — Демографический ежегодник Приморского края: стат. сб. / Приморскстат, 2019. — 93 с.; расчетное, прогнозное значение рассчитано авторами.

Для оценки прогностической способности разработанной модели проведено ее сравнение с существующими моделями клеточных автоматов, используемыми для прогнозирования межрегиональных миграционных потоков. Для этих целей были использованы метод вневыборочного прогнозирования и статистическая проверка гипотезы о равенстве средних двух генеральных совокупностей.

Перейдем к описанию метода вневыборочного прогнозирования для исследуемых моделей. Рассматриваем модель клеточного автомата M_2 , реализующую миграционное поведение в условиях ограниченной рациональности, которая разработана выше. Пусть M_1 — модель клеточного автомата, предложенная в работе [Shmidt et al., 2016]. Обучаем модели M_1 и M_2 на данных за период R лет и делаем прогноз на один год, затем обучаем модели на периоде R лет, но со сдвигом на один год вперед, включая прогнозные данные, и делаем прогноз на один год.

После этого процесс повторяется до тех пор, пока не получим длину горизонта прогнозирования n лет.

Для каждой модели формируем выборку оценок по результатам прогноза:

$$a_{i,t} = (RV_t - h_{i,t})^2,$$

где $a_{i,t}$ — оценка результата прогноза по модели i на t -м объекте прогноза, RV_t — фактическое значение t -го объекта прогноза, $h_{i,t}$ — прогнозное значение t -го объекта прогноза по модели i .

В качестве объектов прогноза выступают численные значения количества выбывших из Приморского края (прибывших в край) по федеральным округам, дальнему и ближнему зарубежью.

Пусть X — совокупность значений оценок $a_{1,t}$, а Y — оценок $a_{2,t}$. Сравним средние значения этих выборок, используя проверку статистической гипотезы:

$$H_0: M(X) = M(Y),$$

$$H_1: M(X) > M(Y),$$

где $M(X)$ — математическое ожидание случайной величины X .

Применяя метод вневыборочного прогнозирования, вычисляем по моделям M_1 и M_2 прогнозные значения на период 2015–2018 гг. В нашем случае горизонт прогнозирования — 4 года и каждая совокупность X и Y содержит по 72 оценки, т. е. $n = 4$, $t = 72$. Проверяем гипотезу о равенстве двух средних произвольно распределенных генеральных совокупностей по большим независимым выборкам. Проведенные вычисления показывают, что средние значения $X_{\text{ср}}$ и $Y_{\text{ср}}$ совокупностей, соответственно X и Y имеют следующие значения: $X_{\text{ср}} = 25996.7$ и $Y_{\text{ср}} = 9504.1$. Так как альтернативная гипотеза имеет вид $M(X) > M(Y)$, то критическая область правосторонняя. При уровне значимости $\alpha = 0.05$ критическое значение — $t_{\text{кр}} = 1.64$. Наблюдаемое значение критерия $t_{\text{наб}} = 1.8266 > t_{\text{кр}}$. Следовательно, нулевая гипотеза отвергается и прогностические способности модели M_2 значительно превосходят прогностические способности модели M_1 .

Заключение

Предложенная модель клеточного автомата позволяет прогнозировать межрегиональные миграционные потоки территорий с учетом миграционного поведения домашних хозяйств в условиях ограниченной рациональности. Проведенные вычисления показывают, что разработанная модель превосходит существующие модели клеточных автоматов, используемые для моделирования межрегиональных миграционных потоков, по своим прогностическим способностям. На этом примере достаточно наглядно демонстрируется, что более детальный учет поведения мигрантов на локальном уровне при решении вопроса о переезде на новое место жительства позволяет получать более точные прогнозы миграционных потоков, результатов миграционных процессов на мезо- и макроуровне. Было бы весьма полезно и плодотворно разработать модели поведения мигрантов на локальном уровне для разных возрастных категорий, социальных групп и реализовать их с помощью моделей клеточных автоматов. Используемый в данной работе методический подход для сравнительной оценки качества прогнозов, с нашей точки зрения, можно успешно применять при соответствующей модификации и в более общих случаях: с большим количеством исследуемых разнородных моделей.

Список литературы (References)

- Ангосик Л. В., Ивашина Н. В.* Моделирование пространственной зависимости миграционных потоков выпускников вузов РФ // Прикладная эконометрика. — 2019. — № 2 (54). — С. 70–89. — DOI: 10.24411/1993-7601-2019-10004
Angosik L. V., Ivashina N. V. Modelirovanie prostranstvennoj zavisimosti migracionnyh potokov vypusknikov vuzov RF [Modeling the spatial dependence of migration flows of Russian University graduates] // Applied econometrics. — 2019. — No. 2 (54). — P. 70–89. — DOI: 10.24411/1993-7601-2019-10004 (in Russian).
- Вакуленко Е. С., Мкртчян Н. В., Фурманов К. К.* Моделирование регистрируемых миграционных потоков между регионами Российской Федерации // Прикладная эконометрика. — 2010. — № 1 (21). — С. 35–55.
Vakulenko E. S., Mkrtchyan N. V., Furmanov K. K. Modelirovanie registriruemyh migracionnyh potokov mezhdru regionami Rossijskoj Federacii [Modeling of registered migration flows between regions of the Russian Federation] // Applied econometrics. — 2010. — No. 1 (21). — P. 35–55 (in Russian).
- Васильева А. В.* Прогноз трудовой миграции, воспроизводства населения и экономического развития России // Экономика региона. — 2017. — Т. 13, вып. 3. — С. 812–826. — DOI: 10.17059/2017-3-14
Vasil'eva A. V. Prognoz trudovoj migracii, vosproizvodstva naseleniya i ekonomicheskogo razvitiya Rossii [Forecast of labor migration, population reproduction and economic development of Russia] // Economy of the region. — 2017. — Vol. 13, No. 3. — P. 812–826. — DOI: 10.17059/2017-3-14 (in Russian).
- Единак Е. А., Коровкин А. Г.* Факторное моделирование и прогнозирование миграционных потоков: результативные показатели и их сравнение // Научные труды: Институт народнохозяйственного прогнозирования РАН. — 2012. — Т. 10. — С. 499–522.
Edinak E. A., Korovkin A. G. Faktornoe modelirovanie i prognozirovanie migracionnyh potokov: rezul'tativnye pokazateli i ih sravnenie [Factor modeling and forecasting of migration flows: performance indicators and their comparison] // Nauchnye trudy: Institut narodnohozyajstvennogo prognozirovaniya RAN [Proceedings: Institute of national economic forecasting of the Russian Academy of Sciences]. — 2012. — Vol. 10. — P. 499–522 (in Russian).
- Коровкин А. Г.* Динамика занятости и рынка труда: вопросы макроэкономического анализа и прогнозирования. — М.: МАКС-Пресс, 2001.
Korovkin A. G. Dinamika zanyatosti i rynka truda: voprosy makroekonomicheskogo analiza i prognozirovaniya [Dynamics of employment and the labor market: issues of macroeconomic analysis and forecasting]. — Moscow: MAKS-Press, 2001 (in Russian).
- Лобанов А. И.* Модели клеточных автоматов // Компьютерные исследования и моделирование. — 2010. — Т. 2, № 3. — С. 273–293.
Lobanov A. I. Modeli kletochnyh avtomatov [Models of cellular automata] // Computer research and modeling. — 2010. — Vol. 2, No. 3. — P. 273–293 (in Russian).
- Макаров В. Л., Бахтизин А. Р.* Социальное моделирование — новый компьютерный прорыв. Агент-ориентированные модели. — М.: Экономика, 2013.
Makarov V. L., Bahtizin A. R. Social'noe modelirovanie — novyj komp'yuternyj proryv. Agent-orientirovannye modeli [Social modeling — a new computer breakthrough. Agent-oriented models]. — Moscow: Ekonomika, 2013 (in Russian).
- Макаров В. Л., Бахтизин А. Р., Сушко Е. Д., Агеева А. Ф.* Агент-ориентированный подход при моделировании трудовой миграции из Китая в Россию // Экономика региона. — 2017. — Т. 13, вып. 2. — С. 331–341. — DOI: 10.17059/2017-2-1
Makarov V. L., Bahtizin A. R., Sushko E. D., Ageeva A. F. Agent-orientirovannyj podhod pri modelirovanii trudovoj migracii iz Kitaya v Rossiyu [Agent-oriented approach to modeling labor migration from China to Russia] // Economy of the region. — 2017. — Vol. 13, No. 2. — P. 331–341. — DOI: 10.17059/2017-2-1 (in Russian).
- Макаров В. Л. и др.* Укрупненная агент-ориентированная имитационная модель миграционных потоков стран Европейского союза // Экономика и математические методы. — 2019. — Т. 55, № 1. — С. 3–15. — DOI: 10.31857/S042473880004044-7
Makarov V. L. et al. Ukrupnennaya agent-orientirovannaya imitacionnaya model' migracionnyh potokov stran Evropejskogo soyuza. [Enlarged agent-oriented simulation model of migration flows of the European Union countries] // Economics and mathematical methods. — 2019. — Vol. 55, No. 1. — P. 3–15. — DOI: 10.31857/S042473880004044-7 (in Russian).

- Матюшкин И. В., Заплетина М. А.* Обзор по тематике клеточных автоматов на базе современных отечественных публикаций // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 1. — С. 9–57. — DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-1-9-57
Matyushkin I. V., Zapletina M. A. Obzor po tematike kletochnyh avtomatov na baze sovremennyh otechestvennyh publikacij [Review on the subject of cellular automata based on modern domestic publications] // Computer research and modeling. — 2019. — Vol. 11, No. 1. — P. 9–57. — DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-1-9-57 (in Russian).
- Нижегородцев Р. М., Секерин В. Д., Лисафьев С. В.* Модели клеточных автоматов в теории диффузии инноваций // Вопросы новой экономики. — 2012. — № 3 (23). — С. 39–43.
Nizhegorodcev R. M., Sekerin V. D., Lisaf'ev S. V. Modeli kletochnyh avtomatov v teorii diffuzii innovacij [Models of cellular automata in the theory of diffusion of innovations] // Issues of the new economy. — 2012. — No. 3 (23). — P. 39–43 (in Russian).
- Саати Т. Л.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. — М.: Радио и связь, 1993.
Saati T. L. Prinyatie reshenij. Metod analiza ierarhij [Decision making. Method for analyzing hierarchies]. — Moscow: Radio i svyaz, 1993 (in Russian).
- Семенчин Е. А., Бабченко О. В.* Применение цепей Маркова для прогнозирования миграционных процессов // Современные проблемы науки и образования. — 2006. — № 2. — С. 57–58.
Semenchin E. A., Babchenko O. V. Primenenie cepej Markova dlya prognozirovaniya migracionnyh processov [Application of Markov chains for predicting migration processes] // Modern problems of science and education. — 2006. — No. 2. — P. 57–58 (in Russian).
- Тоффоли Т., Марголюс Н.* Машины клеточных автоматов / пер с англ. П. А. Власова и Н. В. Барбанова: под ред. Б. В. Баталова. — М.: Мир, 1991.
Toffoli T., Margolus N. Mashiny kletochnyh avtomatov [Cellular automata machines] / trans. from English by P. A. Vlasov and N. V. Barabanov. In B. V. Batalov (Ed.). — Moscow: Mir, 1991 (in Russian).
- Шмидт Ю. Д., Лободина О. Н.* О некоторых подходах к моделированию пространственной диффузии инноваций // Пространственная экономика. — 2015. — № 2. — С. 103–115. — DOI: 10.14530/se.2015.2.103–115
Shmidt Yu. D., Lobodina O. N. O nekotoryh podhodah k modelirovaniyu prostranstvennoj diffuzii innovacij [On some approaches to modeling spatial diffusion of innovations] // Spatial Economics. — 2015. — No. 2. — P. 103–115. — DOI: 10.14530/se.2015.2.103–115 (in Russian).
- Шмидт Ю. Д., Ивашина Н. В., Кухлевский А. Л., Лободин П. Н.* Прогнозирование межрегиональных миграционных потоков // Экономика региона. — 2017. — Т. 13, вып. 1. — С. 126–136. — DOI: 10.17059/2017–1–12
Shmidt Yu. D., Ivashina N. V., Kuhlevskij A. L., Lobodin P. N. Prognozirovanie mezhregional'nyh migracionnyh potokov [Forecasting interregional migration flows] // Economy of the region. — 2017. — Vol. 13, No. 1. — P. 126–136. — DOI: 10.17059/2017–1–12 (in Russian).
- Andrienko Yu., Guriev S.* Determinants of interregional mobility in Russia. Evidence from panel data // Economics of Transition. — 2004. — Vol. 12 (1). — P. 1–27.
- Aral M. M.* Knowledge based analysis of continental population and migration dynamics // Technological Forecasting and Social Change. — 2020. — Vol. 151. — P. 30. — DOI: 10.1016/j.techfore.2019.119848
- Benito-Ostolaza J. M., Hernández P., Palacios-Marqués D., Vila J.* Modeling local social migrations: A cellular automata approach // Cybernetics and Systems. — 2015. — Vol. 46 (3-4). — P. 287–302. — DOI: 10.1080/01969722.2015.1012898
- Cheng J., Masser I.* Cellular Automata Based Temporal Process Understanding of Urban Growth // Lecture Notes in Computer Science. — 2002. — Vol. 2493. — P. 325–336.
- Dabbaghian V., Jackson P., Spicer V., Wunschke K.* A cellular automata model on residential migration in response to neighborhood social dynamics // Mathematical and Computer Modelling. — 2010. — Vol. 52 (9-10). — P. 1752–1762. — DOI: 10.1016/j.mcm.2010.07.002
- Espindola A. L., Silveira J. J., Penna T. J.* A Harris –Todaro Agent-Based Model to Rural-Urban Migration // Brazilian Journal of Physics. — 2006. — Vol. 36, No. 3A. — P. 603–609.

- Feichtinger G., Prskawetz A., Veliov V. M.* Age-structured optimal control in population economics // Theoretical Population Biology. — 2004. — Vol. 65, No. 4. — P. 373–387.
- Ginsberg R.* Semi-Markov Processes and Mobility // Journal of Mathematical Sociology. — 1971. — No. 1 (1). — P. 233–262.
- Hamill L., Gilbert N.* Agent-Based Modelling in Economics. — Chichester: WILEY, 2016.
- He J., Li C., Huang J., Liu D., Yu Y.* Modeling Urban Spatial Expansion Considering Population Migration Interaction in Ezhou, Central China // Journal of Urban Planning and Development. — 2019. — Vol. 145 (2). — DOI:10.1061/(asce)up.1943-5444.0000503
- Pan J., Nagurney A.* Using Markov Chains to Model Human Migration in a Network Equilibrium Framework // Mathematical and Computer Modelling. — 1994. — Vol. 19, No. 11. — P. 31–39.
- Reinhardt O., Hilton J. D., Warnke T., Bijak J., Uhrmacher A. M.* Streamlining simulation experiments with agent-based models in demography // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. — 2018. — Vol. 21 (3). — P. 9. — DOI: 10.18564/jasss.3784
- Simon C., Skritek B., Veliov V. M.* Optimal immigration age-patterns in populations of Fixed size // J. Math. Anal. Appl. — 2013. — Vol. 405. — P. 71–89. — DOI: 10.1016/j.jmaa.2013.03.061
- Shmidt Yu., Ivashina N., Ozerova G., Lobodin P.* Migration Processes Modeling with Cellular Automation // Proc. DOOR 2016. CEUR — WS. — 2016. — Vol. 1623. — P. 779–786.

