

УДК: 004.942

Нечеткое моделирование восприимчивости человека к паническим ситуациям

С. В. Калачин

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарёва,
Россия, 430005, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68

E-mail: s.v.kalachin@mail.ru

Получено 05.11.2020, после доработки — 08.01.2021.

Принято к публикации 03.02.2021.

Изучение механизма развития массовой паники ввиду ее чрезвычайной значимости и социальной опасности представляет собой важную научную задачу. Имеющаяся информация о механизме ее развития основана в основном на работах специалистов-психологов и относится к разряду неточной. Поэтому в качестве инструмента для разработки математической модели восприимчивости человека к паническим ситуациям выбрана теория нечетких множеств.

В результате проведенного исследования разработана нечеткая модель, состоящая из следующих блоков: «Фаззификация», где происходит вычисление степени принадлежности значений входных параметров к нечетким множествам; «Вывод», где на основе степени принадлежности входных параметров вычисляется результирующая функция принадлежности выходного значения нечеткой модели; «Дефаззификация», где с помощью метода центра тяжести определяется единственное количественное значение выходной переменной, характеризующей восприимчивость человека к паническим ситуациям.

Так как реальные количественные значения для лингвистических переменных психических свойств человека неизвестны, то оценить качество разработанной модели, создавая настоящую ситуацию страха и паники, не подвергая людей опасности, не представляется возможным. Поэтому качество результатов нечеткого моделирования оценивалось по расчетному значению коэффициента детерминации, показавшего, что разработанная нечеткая модель относится к разряду моделей хорошего качества ($R^2 = 0.93$), что подтверждает правомерность принятых допущений при ее разработке.

Согласно результатам моделирования восприимчивость человека к паническим ситуациям для сангвинического и холерического видов темперамента в соответствии с принятой классификацией можно отнести к повышенной (0.88), а для флегматического и меланхолического — к умеренной (0.38). Это означает, что холерики и сангвиники могут стать эпицентрами распространения паники и инициаторами возникновения давки, а флегматики и меланхолики — препятствиями на путях эвакуации, что необходимо учитывать при разработке эффективных эвакуационных мероприятий, главной задачей которых является быстрая и безопасная эвакуация людей из неблагоприятных условий.

В утвержденных методиках расчет нормативных значений параметров безопасности основан на упрощенных аналитических моделях движения людского потока, потому что приходится учитывать большое число факторов, часть которых являются количественно неопределенными. Полученный результат в виде количественных оценок восприимчивости человека к паническим ситуациям позволит повысить точность расчетов.

Ключевые слова: массовая паника, восприимчивость человека к паническим ситуациям, неточная информация, теория нечетких множеств, нечеткая модель

© 2021 Сергей Викторович Калачин

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

UDC: 004.942

Fuzzy modeling of human susceptibility to panic situations

S. V. Kalachin

National Research Ogarev Mordovia State University,
68 Bolshevistskaya st., Saransk, 430005, Russia

E-mail: s.v.kalachin@mail.ru

*Received 05.11.2020, after completion — 08.01.2021.
Accepted for publication 03.02.2021.*

The study of the mechanism for the development of mass panic in view of its extreme importance and social danger is an important scientific task. Available information about the mechanism of her development is based mainly on the work of psychologists and belongs to the category of inaccurate. Therefore, the theory of fuzzy sets has been chosen as a tool for developing a mathematical model of a person's susceptibility to panic situations.

As a result of the study, an fuzzy model was developed, consisting of blocks: “Fuzzyfication”, where the degree of belonging of the values of the input parameters to fuzzy sets is calculated; “Inference” where, based on the degree of belonging of the input parameters, the resulting function of belonging of the output value to an odd model is calculated; “Defuzzyfication”, where using the center of gravity method, the only quantitative value of the output variable characterizing a person's susceptibility to panic situations is determined

Since the real quantitative values for linguistic variables mental properties of a person are unknown, then to assess the quality of the developed model, without endangering people, it is not possible. Therefore, the quality of the results of fuzzy modeling was estimated by the calculated value of the determination coefficient R^2 , which showed that the developed fuzzy model belongs to the category of good quality models ($R^2 = 0.93$), which confirms the legitimacy of the assumptions made during her development.

In accordance with to the results of the simulation, human susceptibility to panic situations for sanguinics and cholericics can be attributed to “increased” (0.88), and for phlegmatics and melancholics — to “moderate” (0.38). This means that cholericics and sanguinics can become epicenters of panic and the initiators of stampede, and phlegmatics and melancholics — obstacles to evacuation routes. What should be taken into account when developing effective evacuation measures, the main task of which is to quickly and safely evacuate people from adverse conditions.

In the approved methods, the calculation of normative values of safety parameters is based on simplified analytical models of human flow movement, because a large number of factors have to be taken into account, some of which are quantitatively uncertain. The obtained result in the form of quantitative estimates of a person's susceptibility to panic situations will increase the accuracy of calculations.

Keywords: mass panic, human susceptibility to panic situations, inaccurate information, fuzzy set theory, fuzzy model

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 1, pp. 203–218 (Russian).

Введение

Паника — это временное переживание гипертрофированного страха, порождающее неуправляемое, нерегулируемое поведение людей, которое неразрывно связано с инстинктом самосохранения, одинаково проявляющегося у личности независимо от ее интеллектуального уровня. По масштабам различают индивидуальную, групповую (до несколько десятков или сотен человек) и массовую панику (тысяча и более человек). К тому же массовой надлежит считать панику в ограниченном замкнутом пространстве, когда ею охвачено большинство людей независимо от их общего числа [Бордик, Матафонова, 2009].

Массовые скопления всегда представляют собой потенциальную опасность и угрозу для жизни людей, потому что при определенном стечении обстоятельств организованная публика может превратиться в агрессивную толпу, которая в стихийных порывах сметает все на своем пути. Однако по количеству непосредственных человеческих жертв толпа, обьятая паникой (или паническая толпа), обычно превосходит агрессивную толпу. Из-за чрезвычайной значимости и социальной опасности изучению массовой паники уделяется предельное внимание [Бордик, Матафонова, 2009]. К тому же ежегодно в мире в давке, основной причиной которой является массовая паника, гибнет очень большое количество людей. Поэтому изучение вопросов, связанных с распространением массовой паники среди людей, является актуальной задачей.

Несмотря на актуальность проблемы, как отмечается в работе [Аптуков и др., 2013], долгое время интерес к ней проявлялся в основном со стороны психологов и социологов, которые выдвигали различные гипотезы возникновения и распространения паники, основанные на эмпирическом анализе и объединенные общей точкой зрения, согласно которой паника представляет собой сложный, стремительно развивающийся процесс, в котором бессознательное в человеке является основным фактором, вызывающим ее возникновение. К сожалению, подобный эмпирический подход, основанный на натуральных наблюдениях катастрофического (экстремального) события, не является достаточным и не дает возможности получить количественную оценку происходящего события, так как основан на частных наблюдениях и не учитывает множество всех возможных сценариев развития. Создавать в экспериментальных целях, подвергая людей опасности, настоящую ситуацию страха и паники является неэтичным и уголовно наказуемым деянием, какие бы благие намерения она ни преследовала. Поэтому основным методом исследования в данном случае является моделирование, так как позволяет рассматривать различные сценарии развития восприимчивости человека к паническим ситуациям при различных параметрах моделируемой системы, а также получить количественную оценку происходящего события.

Изучение поведения людей на базе математических моделей сложных систем (а массовая паника является таковой) началось сравнительно недавно [Аптуков и др., 2013]. Работа [Helbing et al., 2000] стала первой публикацией, в которой посредством математического моделирования удалось на основе методов молекулярной динамики сконструировать силы взаимодействия между хаотично движущимися людьми. Последующие аналогичные модели, описанные в работах [Moussaida et al., 2011; Xu et al., 2012; Акоров, Beklaryan, 2012], рассматривают разнообразные аспекты усложнения и улучшения компонентов исходной модели и направлены на изучение динамики потока движения паникующих людей при эвакуации, т. е. направлены на изучение и устранение последствий от действия массовой паники на людей.

Следует отметить, что изучение последствий массовой паники и разработка эффективных эвакуационных мероприятий представляют собой важную задачу. Не менее важным, как отмечалось выше, ввиду чрезвычайной значимости и социальной опасности массовой паники является изучение механизма ее развития. Проанализировать существующие работы по данному направлению, к сожалению, не представляется возможным по причине их отсутствия в опубликованных в открытой печати научных трудах.

В работе [Калачин, 2020b] впервые получена количественная оценка скорости распространения паники среди людей для уточнения методики расчета времени эвакуации людей из здания во время пожара. Однако этого недостаточно, так как для повышения точности существующих упрощенных аналитических моделей движения людского потока, не учитывающих различные

типы нервной системы человека, от которой зависит скорость эвакуации и которая является причиной возникновения давки под воздействием шокирующего стимула, необходима дополнительная количественная оценка, характеризующая восприимчивость человека к паническим ситуациям. Таким образом, вопрос по разработке подходов к решению поставленной задачи актуален.

Теоретические основы исследования

Паническое поведение у людей выражается по-разному. Как отмечается в работах специалистов-психологов, в частности в работе [Еникеев, 2010], восприимчивость к паническим ситуациям прежде всего зависит от вида темперамента человека. Темперамент — это природно обусловленная склонность какого-либо индивида к определенному стилю поведения. В нем проявляются чувствительность индивида к внешним воздействиям и эмоциональность его поведения. Выделяют четыре основных вида темперамента [Еникеев, 2010]:

- сангвинический (сильный, уравновешенный, подвижный тип высшей нервной деятельности);
- холерический (сильный, неуравновешенный (возбудимый), подвижный тип высшей нервной деятельности);
- флегматический (сильный, уравновешенный, малоподвижный тип высшей нервной деятельности);
- меланхолический (слабый, неуравновешенный, малоподвижный тип высшей нервной деятельности).

Люди, как правило, обладают смешанными темпераментами, но тот или иной вид темперамента преобладает.

В таблице 1 представлена характеристика высшей нервной деятельности человека в панических ситуациях, в которой психические свойства человека разделены автором [Еникеев, 2010] на группы:

- I — скорость и сила психических реакций;
- II — экстраверсия/интроверсия, означающие преимущественную направленность индивидов на внешний (экстраверт) или внутренний (интроверт) мир;
- III — пластичность/ригидность, означающие гибкость, легкость приспособления к новым условиям (пластичность) и, наоборот, инертность, нечувствительность к изменению условий (ригидность);
- IV — сензитивность, означающая способность человека реагировать на внешние раздражители.

Таблица 1. Характеристика высшей нервной деятельности человека в панических ситуациях

Психические свойства		Виды темперамента			
		Сангвинический	Холерический	Флегматический	Меланхолический
I	Скорость психических реакций	Высокая	Очень высокая	Медленная	Средняя
	Сила психических реакций	Средняя	Очень большая	Большая	Большая
II	Экстраверсия/интроверсия	Экстраверт	Экстраверт	Интроверт	Интроверт
III	Пластичность/ригидность	Пластичный	Пластичный	Ригидный	Ригидный
IV	Эмоциональная возбудимость	Умеренная	Высокая	Слабая	Высокая
	Сила эмоций	Средняя	Очень большая	Слабая	Большая
	Экспрессия	Умеренная	Повышенная	Пониженная	Повышенная
	Эмоциональная устойчивость	Устойчив	Неустойчив	Очень устойчив	Очень неустойчив

Анализ таблицы 1 показывает, что представленная информация относится к разряду неточной. Область математики, имеющая дело с неточной информацией, получила наименование теории нечетких множеств [Пегат, 2013]. Понятие нечеткого множества появилось в научной литературе благодаря ученому из США Zadeh L. A. [Zadeh, 1965], внесшему существенный вклад в развитие данной теории.

Рассмотрим далее основные аспекты, связанные с нечеткими множествами:

а) лингвистическая переменная — переменная с лингвистическими значениями, выражающими качественные оценки;

б) лингвистическое значение (информационная гранула [Пегат, 2013]) — значение, выраженное в словесной (эмпирической) форме (применительно к случаю табл. 1, например, *сила эмоций для сангвиника — средняя, сила психических реакций холерика — очень большая* и так далее);

в) лингвистическое терм-множество переменной — множество всех лингвистических значений (информационных гранул), используемых для определения лингвистической переменной, например: *скорость психических реакций* = {медленная, средняя, высокая, очень высокая};

г) нечеткое множество: нечетким множеством A , определенным на некоторой числовой предметной области X , называется множество пар [Пегат, 2013]:

$$A = \{(\mu_A^*(x), x)\} \quad \forall x \in X,$$

где для каждого элемента $x \in X$ степень его принадлежности μ_A^* множеству A задается с помощью функции принадлежности $\mu_A(x)$, при этом $\mu_A(x) \in [0, 1]$.

Функция принадлежности отображает числовую область значений X данной переменной на отрезок $[0, 1]$. Понятие нечеткого множества обеспечивает возможность математического представления качественных оценок, выражаемых в форме лингвистических значений. Функция принадлежности может быть задана в виде графика или диаграммы, аналитического выражения, таблицы, вектора степени принадлежности, интеграла или суммы.

На основании вышеизложенного преобразуем лингвистическое содержание таблицы 1 в нечеткие множества. Для этого предварительно произведем цифровую кодировку психических свойств человека для каждого вида темперамента.

Так как реальные количественные значения для лингвистических переменных психических свойств человека неизвестны, то сделаем предположение, что их значения изменяются в диапазоне $[0.00, 1.00]$ с интервалом 0.25, потому что максимальное количество информационных гранул равняется 4. Анализ таблицы 1 показывает, что большинство психических свойств человека описывается идентичными информационными гранулами, цифровая кодировка которых представлена ниже (символ \approx обозначает терм «примерно»):

- «очень высокая», «очень большая», «повышенная»: ≈ 1.00 ;
- «высокая», «большая»: ≈ 0.75 ;
- «средняя», «умеренная»: ≈ 0.50 ;
- «медленная», «слабая»: ≈ 0.25 ;
- «пониженная»: ≈ 0.00 .

Исключение представляют экстраверсия/интроверсия, пластичность/ригидность и эмоциональная устойчивость, так как они описываются информационными гранулами, отличными от представленных выше.

Для психических свойств, таких как экстраверсия/интроверсия и пластичность/ригидность, описываемых двумя обратно противоположными информационными гранулами, кодировку произведем следующим образом: выбрав за точку отсчета соответственно гранулы «экстраверт» и «пластичный», присвоим им значение ≈ 1.00 , а информационным гранулам «интроверт» и «ригидный» — значение ≈ 0.00 .

Эмоциональная устойчивость описывается четырьмя информационными гранулами: «устойчив», «неустойчив», «очень устойчив», «очень неустойчив». Выбрав за точку отсчета ин-

формационную гранулу «очень устойчив» и, соответственно, присвоив ей значение ≈ 1.00 , дальнейшую кодировку осуществляем в следующей последовательности: для гранулы «устойчив» присваивается значение ≈ 0.75 , «неустойчив» — ≈ 0.50 и «очень неустойчив» — ≈ 0.25 .

Правомерность принятых допущений при кодировке психических свойств человека может быть подтверждена (либо опровергнута) впоследствии посредством оценки качества разрабатываемой нечеткой модели. Результат произведенной цифровой кодировки характеристик высшей нервной деятельности человека в панических ситуациях представлен в таблице 2.

Таблица 2. Кодировка характеристик высшей нервной деятельности человека в панических ситуациях

Психические свойства		Виды темперамента			
		Сангвинический	Холерический	Флегматический	Меланхолический
I	Скорость психических реакций	Высокая (≈ 0.75)	Очень высокая (≈ 1.00)	Медленная (≈ 0.25)	Средняя (≈ 0.50)
	Сила психических реакций	Средняя (≈ 0.50)	Очень большая (≈ 1.00)	Большая (≈ 0.75)	Большая (≈ 0.75)
II	Экстраверсия/интроверсия	Экстраверт (≈ 1.00)	Экстраверт (≈ 1.00)	Интроверт (≈ 0.00)	Интроверт (≈ 0.00)
III	Пластичность/ригидность	Пластичный (≈ 1.00)	Пластичный (≈ 1.00)	Ригидный (≈ 0.00)	Ригидный (≈ 0.00)
IV	Эмоциональная возбудимость	Умеренная (≈ 0.50)	Высокая (≈ 0.75)	Слабая (≈ 0.25)	Высокая (≈ 0.75)
	Сила эмоций	Средняя (≈ 0.50)	Очень большая (≈ 1.00)	Слабая (≈ 0.25)	Большая (≈ 0.75)
	Экспрессия	Умеренная (≈ 0.50)	Повышенная (≈ 1.00)	Пониженная (≈ 0.00)	Повышенная (≈ 1.00)
	Эмоциональная устойчивость	Устойчив (≈ 0.75)	Неустойчив (≈ 0.50)	Очень устойчив (≈ 1.00)	Очень неустойчив (≈ 0.25)

Разработка нечеткой модели

На рис. 1 представлена структура нечеткой модели, разработанная применительно к вышеописанным условиям, позволяющая рассматривать различные сценарии развития восприимчивости человека к паническим ситуациям при различных параметрах моделируемой системы, то есть в зависимости от характеристик высшей нервной деятельности человека, присущих соответствующему виду темперамента (см. табл. 2), а также получить количественную оценку происходящего события.

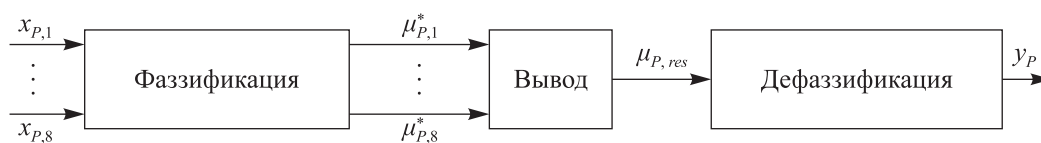


Рис. 1. Структура нечеткой модели

На входы нечеткой модели подаются восемь входных сигналов $x_{P,i}$ (где $P = C, X, \Phi, M$ — индекс, обозначающий инициал вида темперамента, соответственно C — сангвинический, X — холерический, Φ — флегматический, M — меланхолический; $i = 1, \dots, 8$ — номер входного параметра), характеризующих психические свойства человека (см. табл. 2), отдельно для каждого вида темперамента:

$x_{P,1}$ — скорость психических реакций,

$x_{P,2}$ — сила психических реакций,

- $x_{P,3}$ — экстраверсия/интроверсия,
- $x_{P,4}$ — пластичность/ригидность,
- $x_{P,5}$ — эмоциональная возбудимость,
- $x_{P,6}$ — сила эмоций,
- $x_{P,7}$ — экспрессия,
- $x_{P,8}$ — эмоциональная устойчивость.

В блоке «Фаззификация» происходит вычисление степени принадлежности $\mu_{P,1}^*, \mu_{P,2}^*, \dots, \mu_{P,8}^*$ значений входных параметров $x_{P,1}, x_{P,2}, \dots, x_{P,8}$ к нечетким множествам.

На практике используется большое количество различных видов функций принадлежности. Однако наиболее часто используемой в практических приложениях является треугольная функция принадлежности, задаваемая в виде

$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c, \\ 0, & c \leq x, \end{cases}$$

где a, b, c — действительные числовые параметры (a, c — это соответственно левое и правое основание функции принадлежности, а b — ее мода), удовлетворяющие условию $a \leq b \leq c$ [Бобырь, 2017]. С учетом этого графическая интерпретация функций принадлежности $\mu_{P,1}, \mu_{P,2}, \dots, \mu_{P,8}$ для каждого входного параметра $x_{P,1}, x_{P,2}, \dots, x_{P,8}$ имеет вид, показанный на рис. 2.

Ввиду того что оценка восприимчивости человека к паническим ситуациям, обобщенная по набору психологических характеристик, ни в виде лингвистических переменных, ни в виде количественных оценок в открытых источниках не обнаружена, сделаем предположение, что выходной параметр нечеткой модели y_P (восприимчивость человека к паническим ситуациям в зависимости от вида темперамента), как и входные $x_{P,1}, x_{P,2}, \dots, x_{P,8}$, изменяется в диапазоне $[0.00, 1.00]$ и описывается информационными гранулами (см. рис. 3):

- «повышенная»: ≈ 1.00 ;
- «умеренная»: ≈ 0.50 ;
- «пониженная»: ≈ 0.00 .

Блок «Вывод» на входе получает степени принадлежности $\mu_{P,1}^*, \mu_{P,2}^*, \dots, \mu_{P,8}^*$ для каждого входного параметра $x_{P,1}, x_{P,2}, \dots, x_{P,8}$ и на выходе определяет результирующую функцию принадлежности $\mu_{P,res}$ выходного значения y_P модели, характеризующего восприимчивость человека к паническим ситуациям для соответствующего вида темперамента.

Для выполнения вычислений блок вывода включает в себя следующие строго определенные элементы:

- база правил,
- механизм вывода.

База правил содержит логические правила, которые задают имеющие место в модели причинно-следственные отношения между нечеткими значениями ее входных и выходных величин [Пегат, 2013].

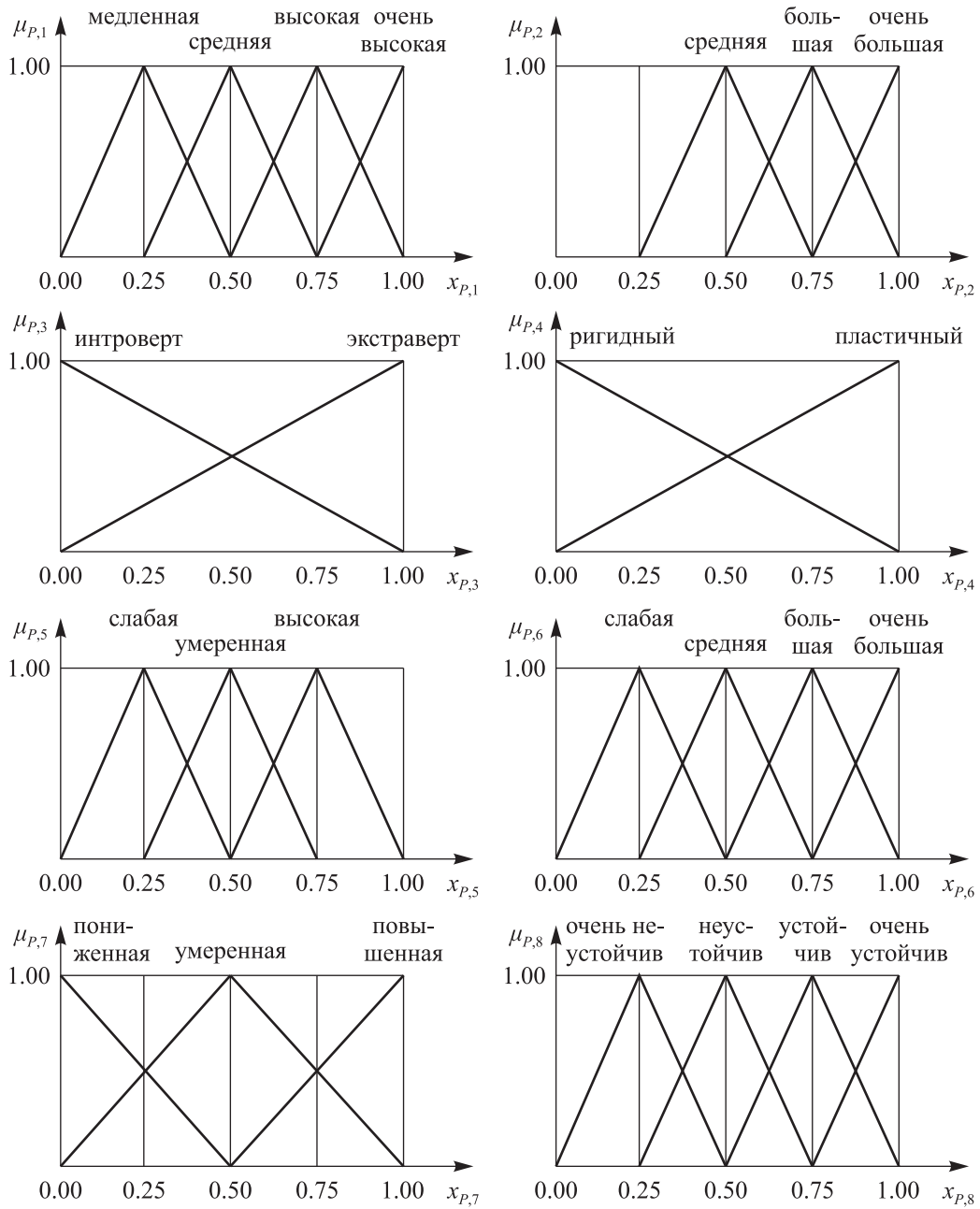


Рис. 2. Функции принадлежности $\mu_{p,1}, \mu_{p,2}, \dots, \mu_{p,8}$ входных параметров $x_{p,1}, x_{p,2}, \dots, x_{p,8}$

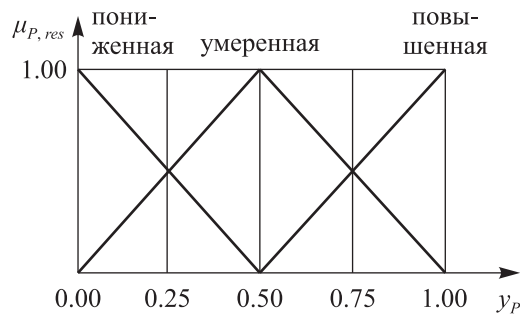


Рис. 3. Функция принадлежности $\mu_{p,res}$ выходного параметра y_p

Как указывалось выше, психические свойства человека объединены в четыре группы: I — скорость и сила психических реакций, II — экстраверсия/интроверсия, III — пластичность/ригидность, IV — сензитивность. Поэтому база правил R_m (где $m = 1, \dots, n$) будет сформирована из четырех правил вывода, то есть по одному правилу для каждой группы.

Далее рассмотрим логику рассуждений по формированию базы правил. Группа I состоит из двух характеристик психических свойств (скорость и сила психических реакций), поэтому правило вывода для данной группы будет состоять из двух простых подусловий, связанных логическим союзом *И* (конъюнктивное условие), что соответствует выражению

$$R_1: \text{ЕСЛИ } (x_{P,1} = \mu_{P,1}) \text{ И } (x_{P,2} = \mu_{P,2}) \text{ ТО } (y_{P,1} = \mu_{P,I}), \quad (1)$$

где *ЕСЛИ*, *И*, *ТО* — операторы агрегирования нечетких множеств [Pfeiffer, 1996]; $\mu_{P,1}$, $\mu_{P,2}$ — функции принадлежности входных параметров $x_{P,1}$, $x_{P,2}$ для соответствующего вида темперамента (см. рис. 2); $\mu_{P,I}$ — активизированная (модифицированная [Пегат, 2013]) функция принадлежности вывода $y_{P,1}$ нечеткой модели для правила R_1 и соответствующего вида темперамента.

Группы II и III содержат по одной характеристике психических свойств «экстраверсия/интроверсия» и «пластичность/ригидность», поэтому правила вывода для данных групп будут состоять из простых условий вида

$$R_2: \text{ЕСЛИ } (x_{P,3} = \mu_{P,3}) \text{ ТО } (y_{P,2} = \mu_{P,II}), \quad (2)$$

$$R_3: \text{ЕСЛИ } (x_{P,4} = \mu_{P,4}) \text{ ТО } (y_{P,3} = \mu_{P,III}), \quad (3)$$

где $\mu_{P,3}$, $\mu_{P,4}$ — функции принадлежности входных параметров $x_{P,3}$, $x_{P,4}$ для соответствующего вида темперамента (см. рис. 2); $\mu_{P,II}$ и $\mu_{P,III}$ — модифицированные функции принадлежности выводов $y_{P,2}$ и $y_{P,3}$ нечеткой модели для правил R_2 , R_3 и соответствующего вида темперамента.

Группа IV состоит из четырех характеристик психических свойств (эмоциональной возбудимости, силы эмоций, экспрессии и эмоциональной устойчивости), поэтому правило вывода для данной группы будет состоять из четырех простых подусловий, связанных логическим союзом *И* (конъюнктивное условие), что соответствует выражению

$$R_4: \text{ЕСЛИ } (x_{P,5} = \mu_{P,5}) \text{ И } (x_{P,6} = \mu_{P,6}) \text{ И } (x_{P,7} = \mu_{P,7}) \text{ И } (x_{P,8} = \mu_{P,8}) \text{ ТО } (y_{P,4} = \mu_{P,IV}), \quad (4)$$

где $\mu_{P,5}$, $\mu_{P,6}$, $\mu_{P,7}$, $\mu_{P,8}$ — функции принадлежности входных параметров $x_{P,5}$, $x_{P,6}$, $x_{P,7}$, $x_{P,8}$ для соответствующего вида темперамента (см. рис. 2); $\mu_{P,IV}$ — модифицированная функция принадлежности вывода $y_{P,4}$ нечеткой модели для правила R_4 и соответствующего вида темперамента.

В соответствии с выражениями (1)–(4) база правил нечеткой модели восприимчивости человека к паническим ситуациям имеет следующий вид:

$$R_1: \text{ЕСЛИ } (x_{P,1} = \mu_{P,1}) \text{ И } (x_{P,2} = \mu_{P,2}) \text{ ТО } (y_{P,1} = \mu_{P,I});$$

$$R_2: \text{ЕСЛИ } (x_{P,3} = \mu_{P,3}) \text{ ТО } (y_{P,2} = \mu_{P,II});$$

$$R_3: \text{ЕСЛИ } (x_{P,4} = \mu_{P,4}) \text{ ТО } (y_{P,3} = \mu_{P,III});$$

R_4 : ЕСЛИ $(x_{P,5} = \mu_{P,5})$ И $(x_{P,6} = \mu_{P,6})$ И $(x_{P,7} = \mu_{P,7})$ И $(x_{P,8} = \mu_{P,8})$ ТО $(y_{P,4} = \mu_{P,IV})$.

Решение возложенной на блок вывода задачи, связанной с определением результирующей функции принадлежности $\mu_{P,res}$, обеспечивается механизмом вывода. Механизм вывода включает в себя следующие шаги:

- определяются модифицированные функции принадлежности $\mu_{P,I}$, $\mu_{P,II}$, $\mu_{P,III}$ и $\mu_{P,IV}$ для правил вывода R_1 , R_2 , R_3 , R_4 и соответствующего вида темперамента:

$$\mu_{P,I} = \text{MIN}(\mu_{P,1}, \mu_{P,2}), \quad (5)$$

$$\mu_{P,II} = \mu_{P,3}, \quad (6)$$

$$\mu_{P,III} = \mu_{P,4}, \quad (7)$$

$$\mu_{P,IV} = \text{MIN}(\mu_{P,5}, \mu_{P,6}, \mu_{P,7}, \mu_{P,8}), \quad (8)$$

где MIN — оператор, обозначающий пересечение нечетких множеств на основе операции нахождения минимума;

- определяется результирующая функция $\mu_{P,res}$:

$$\mu_{P,res} = \text{MAX}(\mu_{P,I}, \mu_{P,II}, \mu_{P,III}, \mu_{P,IV}), \quad (9)$$

где MAX — оператор, обозначающий объединение нечетких множеств на основе операции нахождения максимума.

В блоке «Дефаззификация» с помощью метода центра тяжести определяется единственное значение выходной переменной y_P по формуле [Пегат, 2013]

$$y_P = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{P,res_j}^* \cdot y_{P_j}}{\sum_{j=1}^n \mu_{P,res_j}^*}, \quad (10)$$

где μ_{P,res_j}^* — степени принадлежности выходного параметра y_{P_j} , $j = 1, \dots, n$ — номер заключения нечетко-логического вывода.

Далее на примере флегматического вида темперамента рассмотрим работу механизмов вывода и дефаззификации разработанной нечеткой модели (где $P = \Phi$, то есть индекс P в обозначениях заменяется на инициал вида темперамента Φ — флегматический).

1. В соответствии с выражением (5) определяется $\mu_{\Phi,I}$.

$$\text{Исходные данные: } \mu_{\Phi,1} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{1.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$$

$$\mu_{\Phi,2} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{1.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

Решение: 0.00: $\text{MIN}(0.00, 0.00) = 0.00$; 0.25: $\text{MIN}(1.00, 0.00) = 0.00$;

0.50: $\text{MIN}(0.00, 0.00) = 0.00$; 0.75: $\text{MIN}(0.00, 1.00) = 0.00$; 1.00: $\text{MIN}(0.00, 0.00) = 0.00$.

$$\text{Результат: } \mu_{\Phi,I} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

2. В соответствии с выражениями (6), (7) определяются $\mu_{\Phi,II}$ и $\mu_{\Phi,III}$.

$$\text{Исходные данные: } \mu_{\Phi,3} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$$

$$\mu_{\Phi,4} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

Результат: $\mu_{\Phi,II} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}; \mu_{\Phi,III} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$

3. В соответствии с выражением (8) определяется $\mu_{\Phi,IV}$:

Исходные данные: $\mu_{\Phi,5} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{1.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$

$$\mu_{\Phi,6} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{1.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$$

$$\mu_{\Phi,7} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.50}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$$

$$\mu_{\Phi,8} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{1.00}{1.00} \right\}.$$

Решение: 0.00: $MIN(0.00, 0.00, 1.00, 0.00) = 0.00$; 0.25: $MIN(1.00, 1.00, 0.50, 0.00) = 0.00$;
 0.50: $MIN(0.00, 0.00, 0.00, 0.00) = 0.00$; 0.75: $MIN(0.00, 0.00, 0.00, 0.00) = 0.00$;
 1.00: $MIN(0.00, 0.00, 0.00, 1.00) = 0.00$.

Результат: $\mu_{\Phi,IV} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$

4. В соответствии с выражением (9) определяется $\mu_{\Phi,res}$.

Исходные данные: $\mu_{\Phi,I} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$

$$\mu_{\Phi,II} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$$

$$\mu_{\Phi,III} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$$

$$\mu_{\Phi,IV} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

а) Определяется $\mu_{\Phi,I-II}$.

Исходные данные: $\mu_{\Phi,I} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$

$$\mu_{\Phi,II} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

Решение: 0.00: $0.00 + 1.00 - 0.00 \times 1.00 = 1.00$; 0.25: $0.00 + 0.75 - 0.00 \times 0.75 = 0.75$;
 0.50: $0.00 + 0.50 - 0.00 \times 0.50 = 0.50$; 0.75: $0.00 + 0.25 - 0.00 \times 0.25 = 0.25$;
 1.00: $0.00 + 0.00 - 0.00 \times 0.00 = 0.00$.

Результат: $\mu_{\Phi,I-II} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$

б) Определяется $\mu_{\Phi,I-II-III}$:

Исходные данные: $\mu_{\Phi,I-II} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$

$$\mu_{\Phi,III} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.75}{0.25}, \frac{0.50}{0.50}, \frac{0.25}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

Решение: 0.00: $1.00 + 1.00 - 1.00 \times 1.00 = 1.00$; 0.25: $0.75 + 0.75 - 0.75 \times 0.75 = 0.94$;
0.50: $0.50 + 0.50 - 0.50 \times 0.50 = 0.75$; 0.75: $0.25 + 0.25 - 0.25 \times 0.25 = 0.44$;
1.00: $0.00 + 0.00 - 0.00 \times 0.00 = 0.00$.

$$\text{Результат: } \mu_{\Phi,I-II-III} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.94}{0.25}, \frac{0.75}{0.50}, \frac{0.44}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

в) Определяется $\mu_{\Phi,res}$.

$$\text{Исходные данные: } \mu_{\Phi,I-II-III} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.94}{0.25}, \frac{0.75}{0.50}, \frac{0.44}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\};$$

$$\mu_{\Phi,IV} = \left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.00}{0.25}, \frac{0.00}{0.50}, \frac{0.00}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

Решение: 0.00: $1.00 + 0.00 - 1.00 \times 0.00 = 1.00$; 0.25: $0.94 + 0.00 - 0.94 \times 0.00 = 0.94$;
0.50: $0.75 + 0.00 - 0.75 \times 0.00 = 0.75$; 0.75: $0.44 + 0.00 - 0.44 \times 0.00 = 0.44$;
1.00: $0.00 + 0.00 - 0.00 \times 0.00 = 0.00$.

$$\text{Результат: } \mu_{\Phi,res} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.94}{0.25}, \frac{0.75}{0.50}, \frac{0.44}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

5. В соответствии с выражением (10) определяется y_{Φ} .

$$\text{Исходные данные: } \mu_{\Phi,res} = \left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.94}{0.25}, \frac{0.75}{0.50}, \frac{0.44}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}.$$

$$\text{Решение: } y_{\Phi} = \frac{1.00 \times 0.00 + 0.94 \times 0.25 + 0.75 \times 0.50 + 0.44 \times 0.75 + 1.00 \times 0.00}{0.00 + 0.25 + 0.50 + 0.75 + 1.00} = 0.38.$$

Результат: $y_{\Phi} = 0.38$.

Аналогичным образом определяются $\mu_{P,res}$ и y_P для остальных видов темперамента (табл. 3).

Анализ таблицы 3 показывает, что восприимчивость к паническим ситуациям для сангвинического и холерического видов темперамента человека в соответствии с принятой классификацией (см. рис. 3) можно отнести к повышенной (0.88), а для флегматического и меланхолического — к умеренной (0.38).

Как уже было указано выше, создавать в экспериментальных целях, подвергая людей опасности, настоящую ситуацию страха и паники является неэтичным и уголовно наказуемым деянием. Поэтому оценку качества разработанной нечеткой модели проведем посредством вычисления коэффициента детерминации R^2 , характеризующего долю вариации выходного значения, учтенной в разработанной модели и обусловленной влиянием на нее факторов, включенных в модель.

Таблица 3. Результаты нечеткого моделирования

Вид темперамента	$\mu_{P,res}$	Результат, y_P
Сангвинический	$\left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.44}{0.25}, \frac{0.75}{0.50}, \frac{0.94}{0.75}, \frac{1.00}{1.00} \right\}$	0.88
Холерический	$\left\{ \frac{0.00}{0.00}, \frac{0.44}{0.25}, \frac{0.75}{0.50}, \frac{0.94}{0.75}, \frac{1.00}{1.00} \right\}$	0.88

Флегматический	$\left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.94}{0.25}, \frac{0.75}{0.50}, \frac{0.44}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}$	0.38
Меланхолический	$\left\{ \frac{1.00}{0.00}, \frac{0.94}{0.25}, \frac{0.75}{0.50}, \frac{0.44}{0.75}, \frac{0.00}{1.00} \right\}$	0.38

Значение R^2 определяется по известной формуле [Фёрстер, Рёнц, 1983]:

$$R^2 = 1 - \frac{\Delta_{YX}}{\Delta_{XX}}, \tag{11}$$

где Δ_{YX} — определитель симметричной квадратной матрицы выборочных парных коэффициен-

тов корреляции $(p + 1)$ -го порядка $YX = \begin{pmatrix} 1 & r_{01} & r_{02} & \dots & r_{0p} \\ r_{10} & 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{20} & r_{21} & 1 & \dots & r_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p0} & r_{p1} & r_{p2} & \dots & 1 \end{pmatrix}$ с элементами $(k, l = 1, 2, \dots, p)$;

Δ_{XX} — определитель матрицы $XX = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2p} \\ r_{31} & r_{32} & 1 & \dots & r_{3p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p1} & r_{p2} & r_{p3} & \dots & 1 \end{pmatrix}$.

В таблице 4 представлены исходные данные для вычисления коэффициента детерминации R^2 , составленные на основе таблиц 2 и 3. Нечеткие значения лингвистических переменных входных параметров $x_{P,1}, x_{P,2}, \dots, x_{P,8}$ (см. табл. 2) в соответствии с выражением (10) преобразованы в четкие.

Таблица 4. Исходные данные для вычисления коэффициента детерминации R^2

Вид темперамента	y_P	$x_{P,1}$	$x_{P,2}$	$x_{P,3}$	$x_{P,4}$	$x_{P,5}$	$x_{P,6}$	$x_{P,7}$	$x_{P,8}$
Сангвинический	0.88	0.75	0.50	1.00	1.00	0.50	0.50	0.50	0.75
Холерический	0.88	1.00	1.00	1.00	1.00	0.75	1.00	1.00	0.50
Флегматический	0.38	0.25	0.75	0.00	0.00	0.25	0.25	0.00	1.00
Меланхолический	0.38	0.50	0.75	0.00	0.00	0.75	0.75	1.00	0.25

С целью повышения эффективности выполняемых расчетов по формуле (11) разработана компьютерная программа (листинг и результаты расчета которой представлены ниже), основанная на возможностях библиотеки NumPy высокоуровневого языка программирования Python. Библиотека NumPy представляет собой реализацию вычислительных алгоритмов для работы с многомерными массивами и является альтернативой по отношению к прикладному пакету программ MATLAB [Калачин, 2020a].

#Программа и результат вычисления коэффициента детерминации R^2

```
import numpy as np
A=np.matrix('0.88 0.75 0.5 1 1 0.5 0.5 0.5 0.75; 0.88 1 1 1 1 0.75 1
1 0.5; 0.38 0.25 0.75 0 0 0.25 0.25 0 1; 0.38 0.5 0.75 0 0 0.75 0.75
1 0.25')
```

```

B = np.corrcoef(A)
YX=np.linalg.det(B)
B = np.delete(B, 0, axis=0)
B = np.delete(B, 0, axis=1)
XX=np.linalg.det(B)
R=1-YX/XX
print('R^2=', round(R, 2))
>>>
***Результат выполнения программы***
R^2= 0.93

```

В зависимости от уровня коэффициента детерминации принято разделять модели на группы:

- модель хорошего качества ($R^2 = 0.8-1.0$);
- модель приемлемого качества ($R^2 = 0.5-0.8$);
- модель плохого качества ($R^2 = 0-0.5$).

Согласно результатам расчета $R^2 = 0.93$ разработанная нечеткая модель восприимчивости человека к паническим ситуациям относится к разряду моделей хорошего качества, что подтверждает правомерность принятых допущений при ее разработке.

Таким образом, согласно результатам моделирования восприимчивость человека к паническим ситуациям для сангвинического и холерического видов темперамента можно отнести к повышенной (0.88), а для флегматического и меланхолического — к умеренной (0.38).

Это означает, что холерики и сангвиники начинают очень бурно и быстро реагировать на любые, даже незначительные, отклонения от штатной ситуации и, по сути, могут стать эпицентрами распространения паники и инициаторами возникновения давки на путях эвакуации. Флегматики и меланхолики, обладающие умеренной восприимчивостью к паническим ситуациям из-за заторможенности психических реакций, не смогут адекватно реагировать на стремительные изменения вокруг и поэтому могут стать препятствиями на путях эвакуации, что необходимо учитывать при разработке эффективных эвакуационных мероприятий, главной задачей которых является быстрая и безопасная эвакуация людей из неблагоприятных условий. Следует отметить, что в обстановке, когда опасные факторы начинают быстро заполнять окружающее пространство, поведение людей редко может быть осознанным и хорошо продуманным.

В утвержденных методиках расчет нормативных значений параметров безопасности основан на упрощенных аналитических моделях движения людского потока, потому что приходится учитывать много факторов, часть которых является количественно неопределенными. Полученный результат в виде количественных оценок восприимчивости человека к паническим ситуациям позволит повысить точность расчетов. Но это тема отдельного, специального исследования, рассматриваться в данной статье не будет.

Заключение

Изучение механизма развития массовой паники ввиду ее чрезвычайной значимости и социальной опасности представляет собой важную научную задачу. Имеющаяся информация о механизме ее развития основана на работах специалистов-психологов и относится к разряду неточной. Поэтому в качестве инструмента для разработки математической модели восприимчивости человека к паническим ситуациям выбрана теория нечетких множеств.

В результате проведенного исследования разработана нечеткая модель, состоящая из следующих блоков: «Фаззификация», где происходит вычисление степени принадлежности значений входных параметров к нечетким множествам; «Вывод», где на основе степени принадлежности входных параметров вычисляется результирующая функция принадлежности выходного значения нечеткой модели; «Дефаззификация», где с помощью метода центра тяжести опреде-

ляется единственным количественное значение выходной переменной, характеризующей восприимчивость человека к паническим ситуациям.

Так как реальные количественные значения для лингвистических переменных характеристик высшей нервной деятельности человека в панических ситуациях неизвестны, то оценить качество разработанной модели, не подвергая людей опасности, создавая настоящую ситуацию страха и паники, не представляется возможным. Поэтому качество результатов нечеткого моделирования оценивалось по расчетному значению коэффициента детерминации R^2 , показавшего, что разработанная нечеткая модель относится к разряду моделей хорошего качества ($R^2 = 0.93$), что подтверждает правомерность принятых допущений при ее разработке.

Согласно результатам моделирования восприимчивость человека к паническим ситуациям для сангвинического и холерического видов темперамента в соответствии с принятой классификацией можно отнести к повышенной (0.88), а для флегматического и меланхолического — к умеренной (0.38). Это означает, что холерики и сангвиники могут стать эпицентрами распространения паники и инициаторами возникновения давки, а флегматики и меланхолики — препятствиями на путях эвакуации, что необходимо учитывать при разработке эффективных эвакуационных мероприятий, главной задачей которых является быстрая и безопасная эвакуация людей из неблагоприятных условий.

В утвержденных методиках расчет нормативных значений параметров безопасности основан на упрощенных аналитических моделях движения людского потока, потому что приходится учитывать много факторов, часть которых являются количественно неопределенными. Полученный результат в виде количественных оценок восприимчивости человека к паническим ситуациям позволит повысить точность расчетов.

Список литературы (References)

- Аптуков А. М., Брацун Д. А., Люшин А. В.* Моделирование поведения паникующей толпы в многоуровневом разветвленном помещении // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5, № 3. — С. 491–508.
- Aptukov A. M., Bratsun D. A., Lyushnin A. V.* Modelirovaniye povedeniya panikuyushchey tolpy v mnogourovnevom razvetvlennom pomeshchenii [Modeling of Behavior of Panicked Crowd in Multi-Floor Branched Space] // Computer Research and Modeling. — 2013. — Vol. 5, No. 3. — P. 491–508 (in Russian).
- Бобырь М. В.* Обучение нейро-нечетких систем. — М.: Аргамак-Медиа, 2017. — 240 с.
- Bobyry' M. V.* Obucheniye neyro-nechetkikh system [Teaching neuro-fuzzy systems]. — Moscow: Argamak-Media, 2017. — 240 p. (in Russian).
- Бордик И. В., Матафонова Т. Ю.* Экстренная психологическая помощь пострадавшим в чрезвычайных ситуациях. — М.: Водолей-Саут, 2009. — 480 с.
- Bordik I. V., Matafonova T. Yu.* Ekstrennaya psikhologicheskaya pomoshch' postradavshim v chrezvychaynykh situatsiyakh [Emergency psychological assistance to victims in emergency situations]. — Moscow: Vodoley-Saut, 2009. — 480 p. (in Russian).
- Еникеев М. И.* Общая и социальная психология: учеб. для вузов. — М.: Норма, Инфра-М, 2010. — 624 с.
- Enikeev M. I.* Obshchaya i sotsial'naya psikhologiya: ucheb. dlya vuzov [General and social psychology: textbook for universities]. — Moscow: Norma, Infra-M, 2010. — 624 p. (in Russian).
- Калачин С. В.* Прогнозирование опасных факторов пожара в помещении методами машинного обучения // Безопасность труда в промышленности. — 2020a. — № 3. — С. 48–54.
- Kalachin S. V.* Prognozirovaniye opasnykh faktorov pozhara v pomeshchenii metodami mashinnogo obucheniya [Prediction of Dangerous Fire Factors in a Room by Machine Learning Methods] // Bezopasnost' truda v promyshlennosti [Occupational Safety in Industry]. — 2020a. — No. 3. — P. 48–54 (in Russian).
- Калачин С. В.* Прогнозирование распространения паники среди людей при эвакуации из здания во время пожара // Безопасность труда в промышленности. — 2020b. — № 10. — С. 77–82.
- Kalachin S. V.* Prognozirovaniye rasprostraneniya paniki sredi lyudey pri evakuatsii iz zdaniya vo vremya pozhara [Predicting the Spread of Panic among People when Evacuating a Building during a Fire] // Bezopasnost' truda v promyshlennosti [Occupational Safety in Industry]. — 2020b. — No. 10. — P. 77–82 (in Russian).

- Pegat A.* Нечеткое моделирование и управление: пер. с англ. — 2-е изд. — М.: Бином, 2013. — 798 с.
Piegat A. Fuzzy modeling and control. — Heidelberg: Physica-Verlag, 2001. — 728 p. (Russ. ed.: *Pegat A.* Nечetkoe modelirovanie i upravlenie. — 2nd ed. — Translation from English. — Moscow: Binom, 2013. — 798 p.)
- Фёрстер Э., Рёнц Б.* Методы корреляционного и регрессионного анализа. Руководство для экономистов. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 304 с.
Förster E., Rönz B. Methoden der korrelation und regressionsanalyse. — Berlin: Verlag Die Wirtschaft, 1979. — 369 p. (Russ. ed.: *Ferster E., Rents B.* Metody korrelyatsionnogo i regressionnogo analiza. Rukovodstvo dlya ekonomistov [Methods of correlation and regression analysis. Guide for economists] / Translation from German. — Moscow: Finansy i statistika, 1983. — 304 p.)
- Akopov A. S., Beklaryan L. A.* Simulation of Human Crowd Behavior in Extreme Situations // International Journal of Pure and Applied Mathematics. — 2012. — Vol. 79, No. 1. — P. 121–138.
- Helbing D., Farkas I., Vicsek T.* Simulating Dynamical Features of Escape Panic // Nature. — 2000. — Vol. 407. — P. 487–490.
- Moussaida M., Helbing D., Theraulaz G.* How Simple Rules Determine Pedestrian Behavior and Crowd Disasters // PNAS. — 2011. — Vol. 108. — P. 6884–6892.
- Pfeiffer B. M.* 5. Workchop “Fuzzy Control” // Automatisierungstechnik. — 1996. — Vol. 44, No. 3. — P. 141–142.
- Xu Y., Huang H. J., Yong G.* Modified Static Floor Field and Exit Choice for Pedestrian Evacuation // Chin. Phys. Lett. — 2012. — Vol. 29. — 080502.
- Zadeh L. A.* Fuzzy Sets // Information and Control. — 1965. — Vol. 8, No. 1. — P. 338–353.