

УДК: 532

Численное моделирование течения в двухмерном плоском диффузоре на основе двухжидкостной модели турбулентности

З. М. Маликов^{1,a}, М. Э. Мадалиев^{2,b}

¹Университет АКФА,
Узбекистан, 100020, г. Ташкент, Кукча Дарвоза, 1-тупик, д. 10

²Ферганский политехнический институт,
Узбекистан, 150107, г. Фергана, ул. Фергана, д. 86

E-mail: ^a malikov.z62@mail.ru, ^b Madaliev.ME2019@mail.ru

*Получено 24.04.2021, после доработки — 11.09.2021.
Принято к публикации 27.09.2021.*

В статье представлены результаты численного исследования структуры течения в двухмерном плоском диффузоре. Особенностью диффузоров является то, что в них наблюдается сложное анизотропное турбулентное течение, которое возникает за счет рециркуляционных потоков. Турбулентные модели RANS, в основе которых лежит гипотеза Буссинеска, не способны описывать с достаточной точностью течение в диффузорах. Потому что гипотеза Буссинеска основана на изотропной турбулентности. Поэтому для расчета анизотропных турбулентных течений привлекаются модели, в которых не используется данная гипотеза. Одним из таких направлений в моделировании турбулентности являются методы рейнольдсовых напряжений. Эти методы сложны и требуют довольно больших вычислительных ресурсов. В работе для исследования течения в плоском диффузоре использована сравнительно недавно разработанная двухжидкостная модель турбулентности. Данная модель разработана на основе двухжидкостного подхода к проблеме турбулентности. В отличие от подхода Рейнольдса двухжидкостный подход позволяет получить замкнутую систему уравнений турбулентности с использованием динамики двух жидкостей. Следовательно, если в RANS-моделях для замыкания используются эмпирические уравнения, то в двухжидкостной модели используемые уравнения являются точными уравнениями динамики. Одно из главных преимуществ двухжидкостной модели заключается в том, что она способна описывать сложные анизотропные турбулентные течения. В работе полученные численные результаты для профилей продольной скорости, турбулентных напряжений в различных сечениях канала, а также коэффициента трения сравниваются с известными экспериментальными данными. Для демонстрации достоинства использованной модели турбулентности представлены и численные результаты метода рейнольдсовых напряжений EARSM. Для численной реализации систем уравнений двухжидкостной модели использована нестационарная система уравнений, решение которой асимптотически приближалось к стационарному решению. Для этой цели использована конечно-разностная схема, где вязкостные члены аппроксимировались центральной разностью неявным образом, а для конвективных членов использована явная схема против потока второго порядка точности. Результаты получены для числа Рейнольдса $Re = 20\,000$. Показано, что двухжидкостная модель, несмотря на использование равномерной расчетной сетки без сгущения около стенок, способна давать более точное решение, чем достаточно сложный метод рейнольдсовых напряжений с большим разрешением расчетных сеток.

Ключевые слова: уравнения Навье – Стокса, диффузор, отрывное течение, двухжидкостная модель, метод контрольного объема, турбулентные напряжения

UDC: 532

Numerical simulation of flow in a two-dimensional flat diffuser based on two fluid turbulence models

Z. M. Malikov^{1,a}, M. E. Madaliev^{2,b}

¹AKFA University,
10, 1-blind alley, Kukcha Darvoza, Tashkent, 100020, Uzbekistan
²Fergana Polytechnic Institute,
86, st. Fergana, Fergana, 150107, Uzbekistan

E-mail: ^a malikov.z62@mail.ru, ^b Madaliev.ME2019@mail.ru

*Received 24.04.2021, after completion – 11.09.2021.
Accepted for publication 27.09.2021.*

The article presents the results of a numerical study of the flow structure in a two-dimensional flat diffuser. A feature of diffusers is that they have a complex anisotropic turbulent flow, which occurs due to recirculation flows. The turbulent RANS models, which are based on the Boussinesq hypothesis, are not able to describe the flow in diffusers with sufficient accuracy. Because the Boussinesq hypothesis is based on isotropic turbulence. Therefore, to calculate anisotropic turbulent flows, models are used that do not use this hypothesis. One of such directions in turbulence modeling is the methods of Reynolds stresses. These methods are complex and require rather large computational resources. In this work, a relatively recently developed two-fluid turbulence model was used to study the flow in a flat diffuser. This model is developed on the basis of a two-fluid approach to the problem of turbulence. In contrast to the Reynolds approach, the two-fluid approach allows one to obtain a closed system of turbulence equations using the dynamics of two fluids. Consequently, if empirical equations are used in RANS models for closure, then in the two-fluid model the equations used are exact equations of dynamics. One of the main advantages of the two-fluid model is that it is capable of describing complex anisotropic turbulent flows. In this work, the obtained numerical results for the profiles of the longitudinal velocity, turbulent stresses in various sections of the channel, as well as the friction coefficient are compared with the known experimental data. To demonstrate the advantages of the used turbulence model, the numerical results of the Reynolds stress method EARSM are also presented. For the numerical implementation of the systems of equations of the two-fluid model, a non-stationary system of equations was used, the solution of which asymptotically approached the stationary solution. For this purpose, a finite-difference scheme was used, where the viscosity terms were approximated by the central difference implicitly, and for the convective terms, an explicit scheme against the flow of the second order of accuracy was used. The results are obtained for the Reynolds number $Re = 20\,000$. It is shown that the two-fluid model, despite the use of a uniform computational grid without thickening near the walls, is capable of giving a more accurate solution than the rather complex Reynolds stress method with a high resolution of computational grids.

Keywords: Navier–Stokes equations, diffuser, disruptive flow, two-dimensional model, control volume method, turbulent voltages

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 6, pp. 1149–1160 (Russian).

1. Введение

В настоящее время высокопроизводительные компьютеры позволяют инженерам исследовать сложные течения путем численного решения уравнений гидродинамики с использованием одного из существующих вычислительных методов. Подобные исследования имеют большое значение при проектировании различных аэро- или гидродинамических устройств. Например, таким устройством является диффузор, который широко используется в технике и во многих технологических процессах. Наблюдения показывают, что в диффузоре может происходить отрыв потока. Данное явление сильно зависит от геометрии устройства и параметров потока. Поэтому важно знать, будет ли пограничный слой отделяться от поверхности. Также важно точно знать, где произойдет отрыв потока. Явление отрыва имеет большое значение как в теоретическом, так и в практическом плане. Поэтому в этом направлении проведено много исследований. Отрыв потока происходит, когда пограничный слой проходит достаточно далеко от места положительного градиента давления [Chang, 2014; John, 2004; Clancy, 1975]. Поэтому поиск точки отрыва является достаточно сложной задачей. Одной из первых работ, где проведен расчет точки разделения в несжимаемых турбулентных потоках, является работа Себечи и др. [Sebeci, Mosinskis, Smith, 1972]. В этой работе использованы четыре метода предсказания: метод Голдшмида, Стратфорда, Хеда и Чебечи – Смита. Полученные результаты в дальнейшем были подтверждены экспериментально. Кноб и др. [Knob, Uruba, 2009] изучили динамику отрыва пограничного слоя, используя метод PIV (Particle Image Velocimetry) и биортогонального разложения с временным разрешением, чтобы теоретически изучить быструю структуру области разделения и ее развитие. Разделение потока с использованием PIV было экспериментально изучено также такими исследователями, как Густавссон [Gustavsson, 1998], Ян и др. [Yang et al., 2007], и результаты были сопоставлены с результатами, полученными обычными измерительными приборами, такими как анемометр с горячей проволокой и трубки Престона. Чандавари и др. [Chandavari, Sanjeev, 2014] исследовали течение разделения в зависимости от изменения угла конусности диффузора для осесимметричного расширения. Торнблом и др. [Törnblom, Astrid, Arne, 2004] экспериментально и численно изучили новый подход управления разделением потока с помощью продольных вихрей.

К изучению отрыва можно отнести и работы, посвященные исследованиям потоков, проходящих через ступеньку, обращенную назад. Эти исследования важны с точки зрения фундаментальной механики жидкости и многих практических применений, потому что все сложности разделения и повторного присоединения турбулентного потока при наличии положительного градиента давления могут быть зафиксированы и в этом случае [Hashim et al., 2015; Berdanier, 2011; El-Beheri, Mofreh, 2009]. Аналогичные явления происходят также в каналах с внезапным расширением. Такие устройства распространены во многих технических приложениях, таких как камеры сгорания, самолеты, трубопроводы, ядерные реакторы, теплообменники турбомашин, обтекатели зданий и т. д.

Буис и Итон [Buice, Eaton, 1995] экспериментально исследовали поток в асимметричном плоском диффузоре, и их диффузор с тех пор получил широкое признание в качестве эталона. Численно были проведены многочисленные исследования потока в асимметричном плоском диффузоре с использованием различных моделей турбулентности. Берданье [Berdanier, 2011] применил модели SA, $k-\varepsilon$, $k-\omega$ и модель напряжения Рейнольдса с пятью уравнениями. Салехи и др. [Salehi, Mehrdad, Cervantes, 2017] использовали низкорейнольдсовую модель $k-\varepsilon$, $k-\omega$, $V2-f$ и вариант турбулентных напряжений Рейнольдса. Точно так же Кумар и Каббур [Kumar, Kabbur, 2013] использовали $k-\varepsilon$, $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ RNG; Бьюис и Итон [Buice, Eaton, 1995] и Лаккарино [Laccarino, 2001] использовали низкорейнольдсовую модель $k-\varepsilon$, $k-\omega$. В аналогичном исследовании Джамиль и др. [Jamil et al., 2015] пришли к выводу о возможности использования моделей турбулентности применительно к течению с прямоугольной формой и в каналах

с перегородками. В другом исследовании Сагр и др. [Saqr et al., 2010] численно исследовали ограниченный вихревой поток с использованием модифицированной модели турбулентности $k-\varepsilon$. Модифицированная модель $k-\varepsilon$ -турбулентности показала лучшую производительность по сравнению с RNG $k-\varepsilon$ и стандартной моделью $k-\varepsilon$.

Оби и др. [Obi, Aoki, Masuda, 1993] экспериментальным и расчетным путем изучили отрыв потока в асимметричном плоском диффузоре, и их работа получила широкое внимание. Аналогичное исследование проделано в [Klistafani, 2017; Törnblom, 2006]. Результаты этих работ согласуются с результатами Оби.

В работах [Berdanier, 2011; Muhammad et al., 2019] проведен сравнительный анализ различных моделей RANS для расчета асимметричного диффузора. В этой работе делается вывод, что наиболее точные результаты для профиля продольной скорости предсказывает метод Рейнольдсовых напряжений. Однако и этот метод очень грубо предсказывает профили турбулентных напряжений. Поэтому можно заключить, что точности существующих моделей RANS недостаточно для современных требований.

Сравнительно недавно опубликована работа, где предложен новый подход для описания турбулентности [Malikov, 2020]. В указанной работе показано, что турбулентный поток можно представить как гетерогенную смесь двух жидкостей с различными скоростями. Поэтому математическая модель турбулентности построена на основе динамики двух жидкостей. Принципиальная разница двухжидкостного подхода и подхода Рейнольдса в том, что двухжидкостный подход ведет к замкнутой, а подход Рейнольдса, как известно, к незамкнутой системе уравнений. В работах [Malikov, 2020; Malikov, Madaliev, 2020; Malikov, 2021] на основе двухжидкостной модели получены решения различных задач турбулентности. В этих работах показана способность модели описывать термодинамику в свободной турбулентной струе, во вращающемся потоке, а также при обтекании пластины. Показано, что двухжидкостная модель турбулентности имеет высокую точность, проста для решения инженерных задач и способна адекватно описывать анизотропную турбулентность.

Поэтому целью данной работы является использование двухжидкостной модели турбулентности для решения внутренней задачи гидродинамики о течении жидкости в асимметричном плоском диффузоре. По мнению авторов, результаты исследования могут быть полезными для изучения турбулентных процессов, происходящих в диффузорах.

2. Физическая и математическая постановки задачи

В этом исследовании геометрия рассматриваемого двухмерного асимметричного плоского диффузора показана на рис. 1. В работе проводится численное исследование для трех различных углов диффузора: $\alpha = 8^\circ$, $\alpha = 8,5^\circ$ и $\alpha = 10^\circ$, для которых безразмерная длина диффузора L_d равна соответственно 26,3; 24,8 и 21. Полученные численные результаты сопоставляются с опытными данными работы Бьюиса и Итона [Buice, Eaton, 1995].

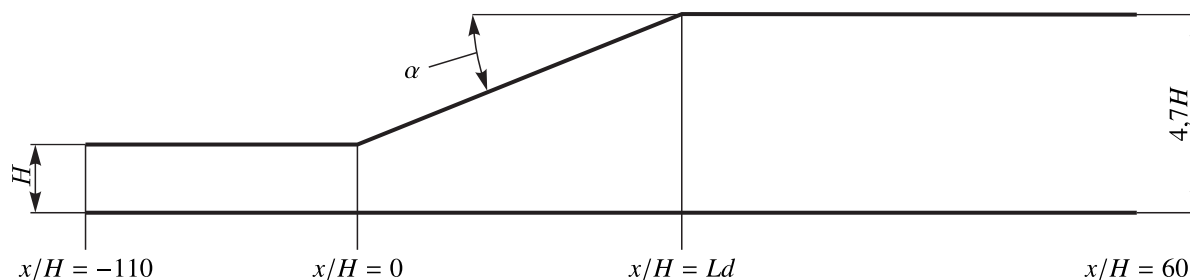


Рис. 1. Схема расчетной области осесимметричного плоского диффузора

Для описания движения турбулентной жидкости в асимметричном диффузоре, как было сказано выше, использована двухжидкостная модель турбулентности. Нестационарная система уравнений турбулентности по двухжидкостной модели в декартовой системе координат имеет следующий вид [Malikov, 2020; Mirzoev, Madaliev, Yakhshibaev, 2020]:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} = 0; \\ & \rho \frac{\partial V_x}{\partial t} + \rho V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + \rho V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \rho \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \rho \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \right) - \frac{\partial \rho \vartheta_x \vartheta_x}{\partial x} - \frac{\partial \rho \vartheta_x \vartheta_y}{\partial y}; \\ & \rho \frac{\partial V_y}{\partial t} + \rho V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + \rho V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \rho \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \rho \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) - \frac{\partial \rho \vartheta_x \vartheta_y}{\partial x} - \frac{\partial \rho \vartheta_y \vartheta_y}{\partial y}; \\ & \rho \frac{\partial \vartheta_x}{\partial t} + \rho V_x \frac{\partial \vartheta_x}{\partial x} + \rho V_y \frac{\partial \vartheta_x}{\partial y} = - \left(u \rho \frac{\partial V_x}{\partial x} + \vartheta \rho \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) + C_s \rho \left(- \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \vartheta_y \right) + \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial x} \left(2 \rho \nu_{xx} \frac{\partial \vartheta_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \nu_{xy} \left(\frac{\partial \vartheta_x}{\partial y} + \frac{\partial \vartheta_y}{\partial x} \right) \right) - C_r \rho \vartheta_x; \\ & \rho \frac{\partial \vartheta_y}{\partial t} + \rho V_x \frac{\partial \vartheta_y}{\partial x} + \rho V_y \frac{\partial \vartheta_y}{\partial y} = - \left(\vartheta_x \rho \frac{\partial V_y}{\partial x} + \vartheta_y \rho \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) + \\ & \quad + C_s \rho \left(\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \vartheta_x \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \nu_{xy} \left(\frac{\partial \vartheta_y}{\partial x} + \frac{\partial \vartheta_x}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(2 \rho \nu_{yy} \frac{\partial \vartheta_y}{\partial y} \right) - C_r \rho \vartheta_y. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Здесь

$$\nu_{xx} = \nu_{yy} = \frac{3}{\text{Re}} + 2 \frac{S}{|\text{def } \mathbf{V}|}, \quad \nu_{xy} = \frac{3}{\text{Re}} + 2 \left| \frac{\vartheta_x \vartheta_y}{\text{def } \mathbf{V}} \right|, \quad S = \frac{\vartheta_x^2 J_x + \vartheta_y^2 J_y}{J_x + J_y}, \quad J_x = \left| \frac{\partial \vartheta_x}{\partial x} \right|, \quad J_y = \left| \frac{\partial \vartheta_y}{\partial y} \right|,$$

$$|\text{def } \mathbf{V}| = \mu \sqrt{2 \left(\left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2} \quad C_s = 0,2, \quad C_r = C_1 \lambda_{\max} + C_2 \frac{|\mathbf{d} \cdot \mathbf{v}|}{d^2}.$$

В приведенных уравнениях V_x, V_y — соответственно аксиальная, радиальная составляющие вектора осредненной скорости потока, p — гидростатическое давление, ϑ_x, ϑ_y — относительные аксиальная, радиальная составляющие скорости жидкости, ν — молярная кинематическая вязкость, $\nu_{xx}, \nu_{yy}, \nu_{xy}$ — эффективные молярные вязкости, d — ближайшее расстояние до твердой стенки, λ_{\max} — наибольший корень характеристического уравнения

$$\det(A - \lambda E) = 0, \quad (2)$$

где A — матрица

$$A = \begin{vmatrix} -\frac{\partial V_x}{\partial x} & -\frac{\partial V_x}{\partial y} - C_s \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \\ -\frac{\partial V_y}{\partial x} + C_s \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) & -\frac{\partial V_y}{\partial y} \end{vmatrix}.$$

Наибольший корень характеристического уравнения равен

$$D = \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial x} \frac{\partial V_y}{\partial y} + C_s (1 - C_s) \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2,$$

$$\lambda_{\max} = \sqrt{D}, \quad \text{если } D > 0,$$

$$\lambda_{\max} = 0, \quad \text{если } D < 0.$$

Постоянные коэффициенты равны $C_1 = 0,7825, C_2 = 0,306$.

Для численной реализации системы (1) необходимо выбрать подходящую расчетную сетку. От выбранной сетки будут зависеть и полученные численные результаты [Patankar, 1980]. Одним из условий для получения удовлетворительных результатов является сгущение сетки вблизи твердой поверхности. Для многих моделей турбулентности, таких как $k-\omega$, SST $k-\omega$, и методов Рейнольдсовых напряжений требуется очень мелкая сетка вблизи стенки, что приводит к определенным сложностям для применения их к инженерным задачам. Что касается двухжидкостной модели, в работе [Malikov, 2020] показано, что она способна давать приемлемые результаты и на грубой сетке. Поэтому еще одной целью настоящей работы является сопоставление опытных данных с результатами вычисления двухжидкостной модели, полученными на грубой сетке. В работе использовано преобразование координат $(x, y) \rightarrow (\xi, \eta)$, приводящее к равномерной прямоугольной вычислительной области:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{H}, & \eta &= \frac{y}{H}, & -110 < \frac{x}{H} < 0, \\ \xi &= \frac{x}{H}, & \eta &= \frac{y}{H\left(1 + 3,7\frac{x/H}{Ld}\right)}, & 0 < \frac{x}{H} < Ld, \\ \xi &= \frac{x}{H}, & \eta &= \frac{y}{4,7H}, & 24,8 < \frac{x}{H} < 60. \end{aligned}$$

Вводятся также безразмерные параметры

$$U = \frac{V_x}{U_0}, \quad V = \frac{V_y}{U_0}, \quad u = \frac{\vartheta_x}{U_0}, \quad \vartheta = \frac{\vartheta_y}{U_0}, \quad \pi = \frac{p}{\rho U_0^2}.$$

Здесь U_0 — продольная скорость на входе. Система уравнений (1) после преобразования координат в безразмерных параметрах имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + U \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial \eta} + V \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial \pi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \pi}{\partial \eta} = \\ & = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial U}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} \right) - \frac{\partial u u}{\partial \xi} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial u u}{\partial \eta} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \vartheta u}{\partial \eta}; \\ & \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial \xi} + U \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial \eta} + V \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \pi}{\partial \eta} = \\ & = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial V}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 V}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} \right) - \frac{\partial \vartheta u}{\partial \xi} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \vartheta u}{\partial \eta} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \vartheta \vartheta}{\partial \eta}; \\ & \frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial \xi} + U \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial \eta} + V \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial \eta} = - \left(u \frac{\partial U}{\partial \xi} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \vartheta \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + \\ & + C_s \left(- \left(\frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial \eta} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \vartheta \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(2\nu_{xx} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right) + \\ & + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(2\nu_{xx} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right) + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\nu_{xy} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \right) \right) - C_r u; \\ & \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + U \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + U \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} + V \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} = - \left(u \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} + \vartheta \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial \eta} \right) + \\ & + C_s \left(\left(\frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial \eta} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) u \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\nu_{xy} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right) + \\ & + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\nu_{xy} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right) + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(2\nu_{yy} \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \right) - C_r \vartheta; \\ & \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial \eta} = 0. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Здесь

$$v_{xx} = v_{yy} = \frac{3}{\text{Re}} + 2 \frac{S}{|\text{def } \mathbf{V}|}, \quad v_{xy} = \frac{3}{\text{Re}} + 2 \left| \frac{u\vartheta}{\text{def } \mathbf{V}} \right|,$$

$$S = \frac{u^2 J_x + \vartheta^2 J_y}{J_x + J_y}, \quad J_x = \left| \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|, \quad J_y = \left| \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \right|,$$

$$|\text{def } \mathbf{V}| = \sqrt{2 \left(\left(\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial \eta} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2} C_s = 0,2,$$

$$C_r = C_1 \lambda_{\max} + C_2 \frac{|\mathbf{d} \cdot \mathbf{v}|}{d^2}.$$

В приведенных уравнениях U , V — соответственно безразмерные аксиальная, радиальная составляющие вектора осредненной скорости потока, π — безразмерное гидростатическое давление, u , ϑ — относительные безразмерные аксиальная и радиальная составляющие скорости жидкости.

3. Метод решения

Хорошо известно, что численное решение задач о движении вязкой несжимаемой жидкости на основе уравнений Навье–Стокса осложнено не только их нелинейностью, но и отсутствием явного уравнения для определения давления. Поэтому предпочтительней выглядит подход, использующий естественные физические переменные «скорость–давление». В работе для разностной аппроксимации исходных уравнений применен метод контрольного объема SIMPLE [Patankar, 1980]. При этом вязкостные члены аппроксимировались центральной разностью, а для конвективных членов использована схема против потока второго порядка точности.

Для численной реализации системы (1) на входе для относительных скоростей были заданы следующие условия:

$$u = 0,01, \quad \vartheta = 0.$$

На стенках ставились условия прилипания. На выходе использовались условия экстраполяции [Yang et al., 2007]. Число Рейнольдса во всех вариантах было равно $\text{Re}_H = 20\,000$. В работе использована сетка 500×100 без сгущения около стенок. Исследование сеточной сходимости показало, что увеличение числа сеток в два раза в поперечном направлении привело к изменениям численных результатов не более чем на 3%. Поэтому оптимальный поперечный шаг был $\Delta\eta = 0,01$, а продольный — $\Delta\xi = 0,3896$. Интегрирование велось с шагом по времени $\Delta t = 0,005$.

4. Обсуждение результатов

На рис. 2, 3 приведены графики сравнения расчетных и экспериментальных данных. Для сравнения на этих рисунках приведены также численные результаты модели турбулентности рейнольдсовых напряжений EARSM. На рис. 2 представлены профили осевой U -составляющей скорости в различных сечениях на расстояниях от входа в широкий канал.

Из рис. 2 видно, что новая модель хорошо соответствует опытным данным. Что касается результатов метода рейнольдсовых напряжений EARSM, то они тоже неплохо совпадают с экспериментальными данными. Параметры u^2 , ϑ^2 , $u\vartheta$ в системе уравнений (3) являются безразмерными турбулентными напряжениями в двухжидкостной модели в продольном, поперечном и продольно-поперечном направлениях. Напряжения являются важными характеристиками турбулентного потока. Поэтому на рис. 3–5 представлены эти турбулентные напряжения для различных сечений диффузора.

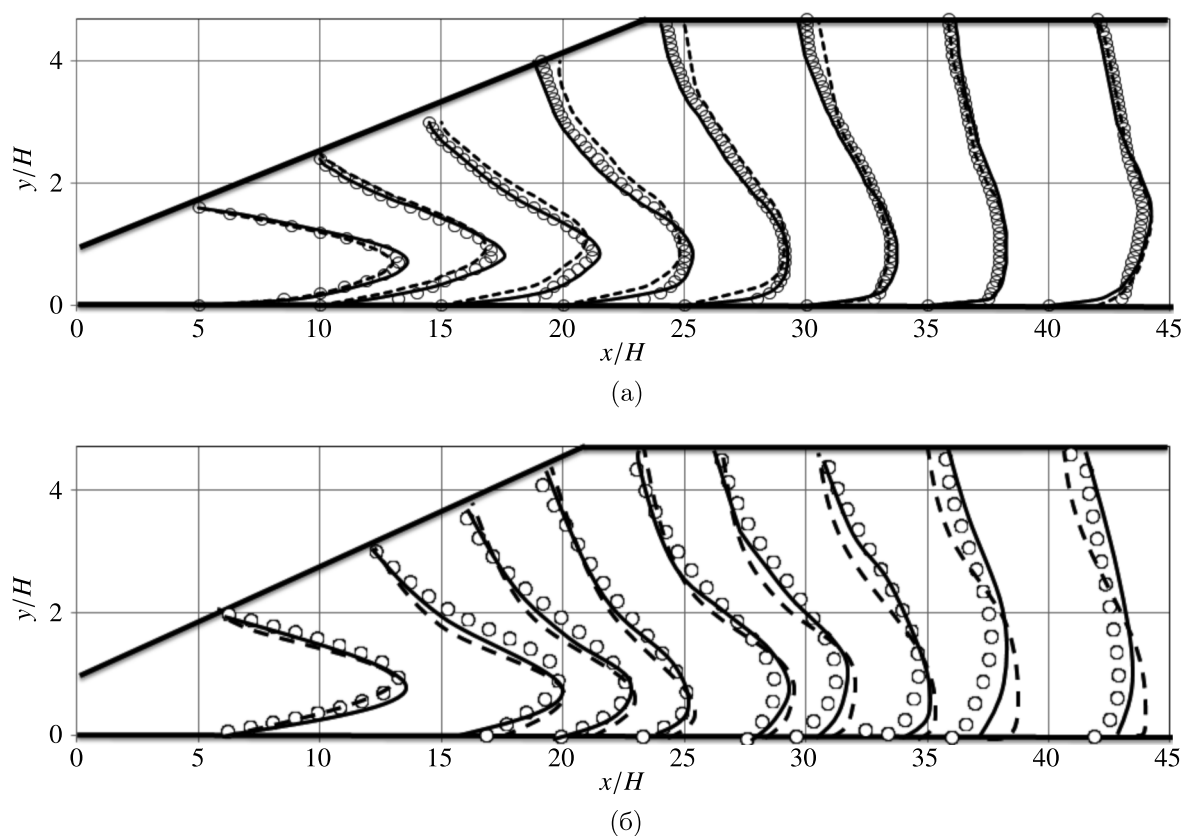


Рис. 2. Профили аксиальной ($10U + x/H$) компоненты скорости: \circ — эксперимент, — — двухжидкостная модель, - - - - EARSM при (а) $\alpha = 8,5^\circ$, (б) $\alpha = 10^\circ$

Для проверки достоверности полученных численных результатов большое значение имеет исследование сеточной сходимости. Для этой цели проведено исследование коэффициента трения на наклонной стенке при различных шагах интегрирования в поперечном направлении. Полученные численные результаты представлены на рис. 6. Здесь для сопоставления приведены также численные результаты рейнольдсовых напряжений и экспериментальные данные. Из этого рисунка видно, что результаты двухжидкостной модели для сеток 500×100 и 500×200 не сильно отличаются и удовлетворительно предсказывают экспериментальные данные, которые получены из работы [Strand et al., 2004].

5. Выводы

В работе представлены численные результаты исследования течения несжимаемой вязкой жидкости в двумерном асимметричном плоском диффузоре по двухжидкостной турбулентной модели. Показано, что, несмотря на применение достаточно грубой сетки без сгущения вблизи стенок, полученные результаты по двухжидкостной модели неплохо согласуются с экспериментальными данными. Сравнивая двухжидкостную модель с методом турбулентных напряжений, который на сегодняшний день считается лучшей моделью RANS в предсказании турбулентных течений в диффузорах, можно сказать, что точность двухжидкостной модели по крайней мере не хуже, чем у метода рейнольдсовых напряжений, а для численной реализации она требует гораздо меньших вычислительных ресурсов, чем очень сложный метод рейнольдсовых напряжений. Поэтому двухжидкостную модель можно рекомендовать для решения практических работ, где возникают такие сложные явления, как отрыв и рециркуляция потока.

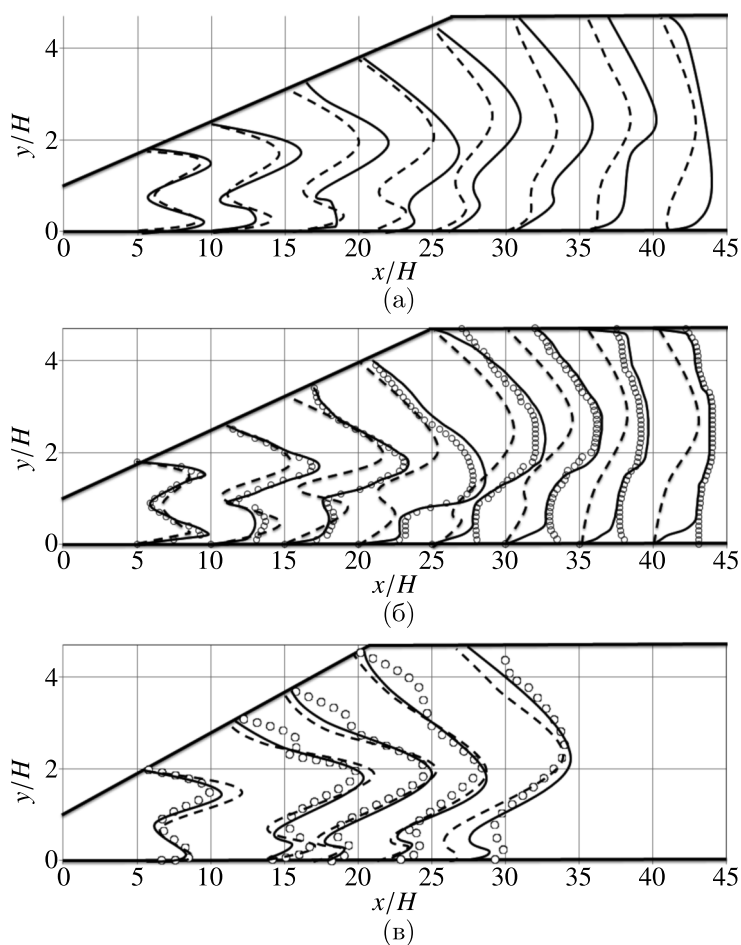


Рис. 3. Профили продольных турбулентных напряжений $500u^2 + x/H$ в различных сечениях канала: \circ — эксперимент, — — двухжидкостная модель, - - - - EARSМ при (а) $\alpha = 8^\circ$, (б) $\alpha = 8,5^\circ$, (в) $\alpha = 10^\circ$

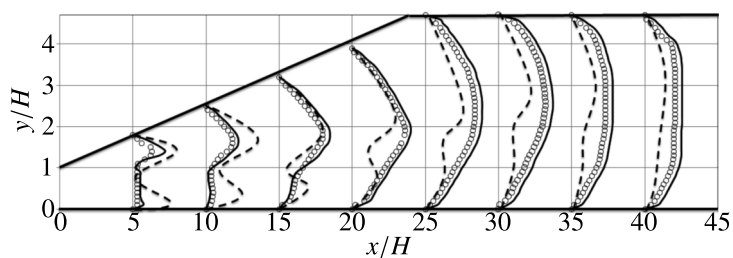


Рис. 4. Профили поперечных турбулентных напряжений $500v^2 + x/H$ в различных сечениях канала диффузора: \circ — эксперимент, — — двухжидкостная модель, - - - - EARSМ при $\alpha = 8,5^\circ$

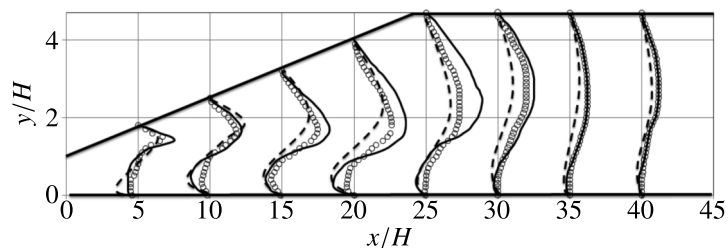


Рис. 5. Профили продольно-поперечных турбулентных напряжений $500u^2 + x/H$ в различных сечениях канала: \circ — эксперимент, — — двухжидкостная модель, - - - - EARSМ при $\alpha = 8,5^\circ$

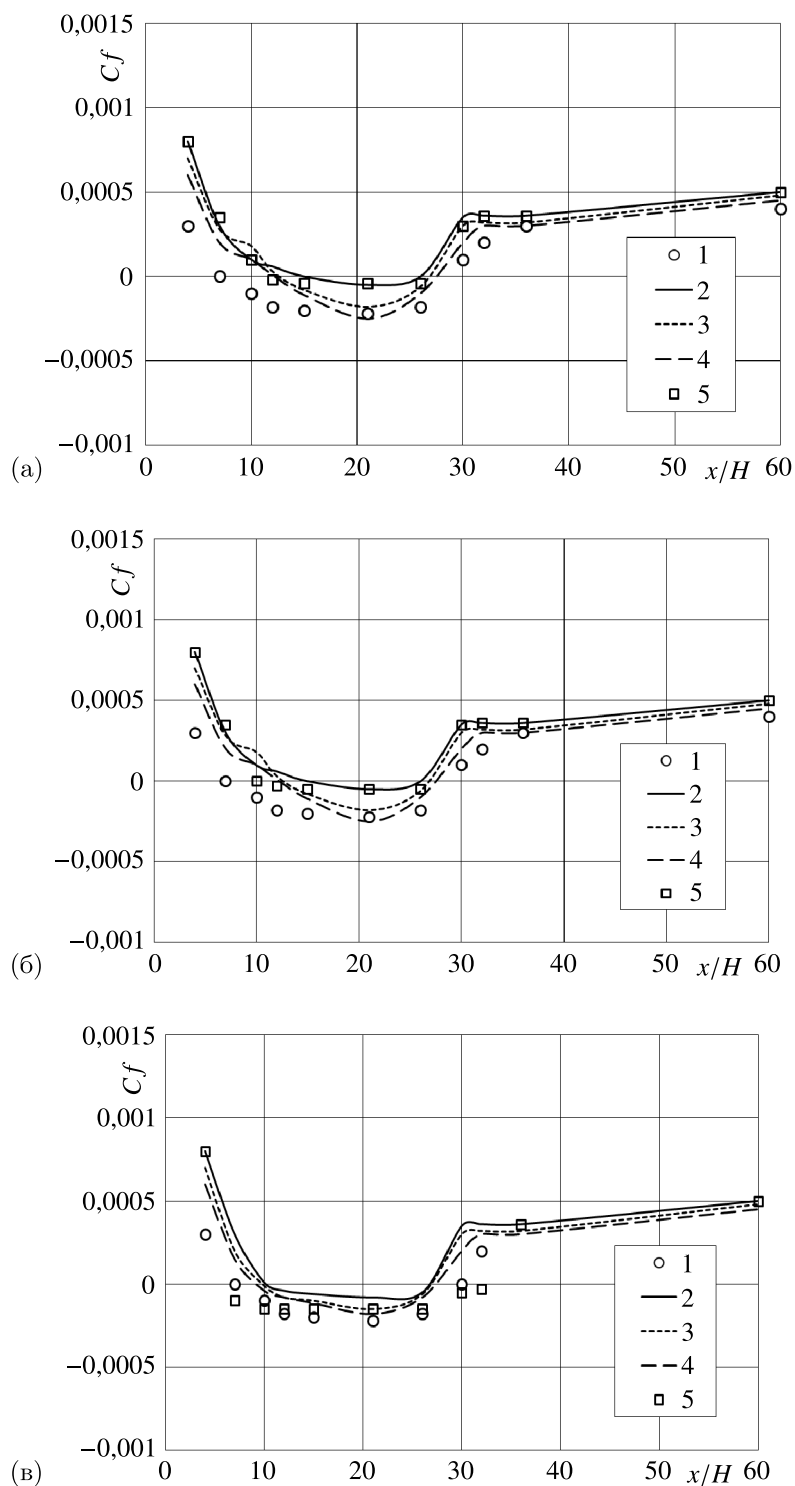


Рис. 6. Коэффициент трения на верхней стенке диффузора: 1 – эксперимент; результаты по двухжидкостной модели при сетках: 2 – 500×50 , 3 – 500×100 , 4 – 500×200 ; 5 – численные результаты по модели EARSМ, данные получены из работы [Strand et al., 2004] при (а) $\alpha = 8^\circ$, (б) $\alpha = 8,5^\circ$, (в) $\alpha = 10^\circ$

Список литературы (References)

- Berdanier R. A.* Turbulent flow through an asymmetric plane diffuser. — West Lafayette, Indiana, US: Masters Purdue University, 2011.
- Buice C. U., Eaton J. K.* Experimental investigation of flow through an asymmetric plane diffuser. — 1995.
- Cebeci T., Mosinskis G. J., Smith A. M. O.* Calculation of separation points in incompressible turbulent flows // *Journal of Aircraft*. — 1972. — Vol. 9, no. 9. — P. 618–624.
- Chandavari V., Sanjeev P.* Diffuser angle control to avoid flow separation // *International Journal of Technical Research and Applications*. — 2014. — Vol. 2, no. 5. — P. 16–21.
- Chang P. K.* Separation of flow. — Elsevier, 2014.
- Clancy L. J.* Aerodynamics. — 1st Edition. — New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 1975.
- El-Behery S. M., Mofreh H. H.* A Comparative Study of Turbulence Models Performance for Turbulent Flow in a Planar Asymmetric Diffuser // *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*. — 2009. — Vol. 3, no. 5.
- Gustavsson J.* Experiments on Turbulent Flow Separation. — Master's thesis. — Royal Institute of Technology, Department of Mechanics, 1998.
- Hashim G. A., Wong M. K., Sheng L. C., Azwadi C. S.* Numerical Study of Turbulent Flow in Pipe with Sudden Expansion // *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*. — 2015. — Vol. 6, no. 1. — P. 34–48.
- Jamil M. M., Adamu M. I., Ibrahim T. R., Hashim G. A.* Numerical Study of Separation Length of Flow through Rectangular Channel with Baffle Plates // *Journal of Advanced Research Design*. — 2015. — Vol. 7, no. 1. — P. 19–33.
- John D.* Introduction to Flight. — New York, USA: McGraw Hill, 2004.
- Klistafani Y.* Experimental and Numerical Study of Turbulent Flow Characteristics in Assymmetric Diffuser // *International Conference ADRI – 5 Scientific Publications towards Global Competitive Higher Education*, 2017. — P. 285–291.
- Knob M., Uruba V.* Dynamics of Boundary Layer Separation // *Engineering Mechanics*. — 2009. — Vol. 16, no. 1. — P. 29–38.
- Kumar C., Kabbur A. S.* Numerical Studies of a Two Dimensional Symmetric Diffuser in a Turbulent Flow Using CFD // *The Asian Review of Civil Engineering*. — 2013. — Vol. 2, no. 2. — P. 30–34.
- Laccarino G.* Predictions of a turbulent separated flow using commercial CFD codes // *Journal of Fluids Engineering*. — 2001. — Vol. 123, no. 4. — P. 819–828.
- Malikov Z. M.* Mathematical Model of Turbulence Based on the Dynamics of Two Fluids // *Applied Mathematical Modeling*. — 2020. — Vol. 82. — P. 409–436.
- Malikov Z. M.* Mathematical model of turbulent heat transfer based on the dynamics of two fluids // *Applied Mathematical Modeling*. — 2021. — Vol. 91. — P. 409–436.
- Malikov Z. M., Madaliev M. E.* Numerical Simulation of Two-Phase Flow in a Centrifugal Separator // *Fluid Dynamics*. — 2020. — Vol. 55, no. 8. — P. 1012–1028.
- Mirzoev A. A., Madaliev M., Yakhshibaev D. S.* Numerical modeling of non-stationary turbulent flow with double barrier based on two liquid turbulence model // *2020 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT)*.
- Muhammad T. H., Mahmud M. J., Umar S. U., Aisha S.* Numerical Study Of Flow In Asymmetric 2D Plane Diffusers With Different Inlet Channel Lengths // *CFD Letters*. — 2019. — Vol. 11, iss. 5. — P. 1–21.
- Obi S., Aoki K., Masuda S.* Experimental and computational study of turbulent separating flow in an asymmetric plane diffuser // *Ninth Symposium on Turbulent Shear Flows*, Hyoto, Japan, 1993. — P. 305.

- Patankar S. V.* Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. — Taylor & Francis, 1980.
- Salehi S., Mehrdad R., Cervantes M. J.* Computation of developing turbulent flow through a straight asymmetric diffuser with moderate adverse pressure gradient // Journal of Applied Fluid Mechanics. — 2017. — Vol. 10, no. 4. — P. 1029–1043.
- Saqr K. M., Hossam S., Malzan A., Wahid A., Mohsin M. S.* Numerical simulation of confined vortex flow using a modified k-epsilon turbulence model // CFD letters. — 2010. — Vol. 1, no. 2. — P. 87–94.
- Strand G. J., Törnblom O., Lindgren B., Amberg G., Johansson A.* Numerical and experimental study of separated flow in a plane asymmetric diffuser // International Journal of Heat and Fluid Flow. — Vol. 25, iss. 3. — P. 451–460.
- Törnblom O.* Experimental and computational studies of turbulent separating internal flows. — PhD diss. — KTH, 2006.
- Törnblom O., Astrid H., Arne V. J.* Separation control in a plane asymmetric diffuser by means of streamwise vortices experiment, modelling and simulation / The 5th Symposium on Smart Control of Turbulence, February, 2004.
- Yang Z., Fred H., Hui H., Hongwei M.* An experimental investigation on the flow separation on a low-Reynolds-number airfoil / 45th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit, 2007. — P. 275.