

УДК: 330.4.51-77

## Модель для анализа неравенства доходов на основе конечной функциональной последовательности (проблемы адекватности и применения)

А. Е. Варшавский

Центральный экономико-математический институт РАН,  
Россия, 117418, г. Москва, Нахимовский пр., д. 47

E-mail: varshavae@yandex.ru

*Получено 19.02.2022, после доработки — 30.03.2022.  
Принято к публикации 21.04.2022.*

Рассмотрены вопросы адекватности разработанной ранее автором модели для анализа неравенства доходов, основанной на эмпирически подтвержденной гипотезе о том, что относительные (по отношению к доходу наиболее богатой группы) величины дохода 20% групп населения в совокупном доходе могут быть приблизительно представлены в виде конечной функциональной последовательности, каждый член которой зависит от одного параметра — специально определенного показателя неравенства. Показано, что в дополнение к существующим методам анализа неравенства с помощью этой модели можно определить зависимость доли дохода 20%, 10% и более мелких групп населения от уровня неравенства, выявить особенности их изменения при росте неравенства, рассчитать уровень неравенства при известных соотношениях между доходами различных групп населения и др.

В работе приводится более подробное подтверждение адекватности предложенной модели по сравнению с полученными ранее результатами статистического анализа эмпирических данных о распределении доходов между 20%- и 10%-ми группами населения. Оно основано на анализе определенных соотношений между величинами квинтилей и децилей согласно предлагаемой модели. Проверка этих соотношений проведена по совокупности данных для большого числа стран. Полученные оценки подтверждают достаточно высокую точность модели.

Приведены данные, которые подтверждают возможность применения модели для анализа зависимости распределения доходов по группам населения от уровня неравенства, а также для оценки показателя неравенства для вариантов соотношений доходов между различными группами, в том числе когда доход 20% наиболее богатых равен доходу 60% бедных, доходу 40% среднего класса или доходу 80% остального населения, а также когда доход 10% самых богатых равен доходу 40%, 50% или 60% бедных, доходу различных групп среднего класса и др., а также для случаев, когда распределение доходов подчиняется гармоническим пропорциям и когда квинтили и децили, соответствующие среднему классу, достигают максимума. Показано, что доли дохода наиболее богатых групп среднего класса относительно стабильны и имеют максимум при определенных уровнях неравенства.

Полученные с помощью модели результаты могут быть использованы для определения нормативов при разработке политики поэтапного повышения уровня прогрессивного налогообложения с целью перехода к уровню неравенства, характерному для стран с социально ориентированной экономикой.

**Ключевые слова:** неравенство, доход, модель, распределение, показатель неравенства, адекватность, последовательность

UDC: 330.4.51-77

## A model for analyzing income inequality based on a finite functional sequence (adequacy and application problems)

A. E. Varshavsky

Central Economics and Mathematics Institute RAS,  
47 Nahimovskii ave., Moscow, 117418, Russia

E-mail: varshavae@yandex.ru

*Received 19.02.2022, after completion — 30.03.2022.*

*Accepted for publication 21.04.2022.*

The paper considers the adequacy of the model developed earlier by the author for the analysis of income inequality and based on an empirically confirmed hypothesis that the relative (to the income of the richest group) income values of 20 % population groups in total income can be represented as a finite functional sequence, each member of which depends on one parameter — a specially defined indicator of inequality. It is shown that in addition to the existing methods of inequality analysis, the model makes it possible to estimate with the help of analytical expressions the income shares of 20 %, 10 % and smaller groups of the population for different levels of inequality, as well as to identify how they change with the growth of inequality, to estimate the level of inequality for known ratios between the incomes of different groups of the population, etc.

The paper provides a more detailed confirmation of the proposed model adequacy in comparison with the previously obtained results of statistical analysis of empirical data on the distribution of income between the 20 % and 10 % population groups. It is based on the analysis of certain ratios between the values of quintiles and deciles according to the proposed model. The verification of these ratios was carried out using a set of data for a large number of countries and the estimates obtained confirm the sufficiently high accuracy of the model.

Data are presented that confirm the possibility of using the model to analyze the dependence of income distribution by population groups on the level of inequality, as well as to estimate the inequality indicator for income ratios between different groups, including variants when the income of the richest 20 % is equal to the income of the poor 60 %, income of the middle class 40 % or income of the rest 80 % of the population, as well as when the income of the richest 10 % is equal to the income of the poor 40 %, 50 % or 60 %, to the income of various middle class groups, etc., as well as for cases, when the distribution of income obeys harmonic proportions and when the quintiles and deciles corresponding to the middle class reach a maximum. It is shown that the income shares of the richest middle class groups are relatively stable and have a maximum at certain levels of inequality.

The results obtained with the help of the model can be used to determine the standards for developing a policy of gradually increasing the level of progressive taxation in order to move to the level of inequality typical of countries with social oriented economy.

**Keywords:** inequality, income, model, distribution, inequality indicator, adequacy, sequence

*Citation:* *Computer Research and Modeling*, 2022, vol. 14, no. 3, pp. 675–689 (Russian).

## 1. Введение

В настоящее время большое внимание уделяется проблеме значительного роста неравенства доходов как на глобальном уровне, так и в отдельных странах, развитых и развивающихся (см. [Piketty, Saez, 2006; Alvaredo et al., 2013, 2017; Atkinson et al., 2011; Milanovic, 2016; Piketty, 2014, 2020; Saez, 2015; Stiglitz, 2012; Мареева, Тихонова, 2016; Модель. . . , 2018]). В среднем, как отмечается в [Chancel et al., 2022], за последние 20 лет разрыв между средним доходом 10 % наиболее богатых и 50 % самых бедных внутри стран возрос почти в 2 раза. Избыточное неравенство ведет к снижению производительности труда, ухудшению здоровья населения, повышению смертности, замедлению экономического роста, нестабильности в обществе, что обуславливает актуальность исследований в данном направлении.

Для анализа распределения доходов существует целый ряд методов. Помимо кривой Лоренца, широко используются индекс Gini, функция распределения Парето, логнормальное распределение, индексы Аткинсона [Atkinson, 1970] и Тейла [Theil, 1967]. Часто используются также показатели, характеризующие соотношение доходов 10 % наиболее богатых и 40 % наиболее бедных — Palma index [Palma, 2011, 2014], 1 % самых богатых и 50 % наиболее бедных и др. [Chancel et al., 2022; Alvaredo et al., 2013, 2017; Piketty, 2014, 2020; Saez, 2015].

Эти методы позволяют, как правило, получить агрегированную оценку уровня неравенства и бедности. Однако с их помощью представляется затруднительным выявить характер зависимости доли дохода каждой из 20 % (квнтилей) или 10 % (децилей) групп населения от уровня неравенства; оценить уровень неравенства при определенных соотношениях между доходами различных групп населения; обосновать уровень неравенства, соответствующий справедливому (гармоничному) распределению доходов, и определить диапазон уровня неравенства, за пределами которого значительно возрастает социальная напряженность в обществе и т. д.

Распределение доходов населения обычно дается для 20 % и 10 % групп населения (квнтилей и децилей), уровень неравенства характеризуется с помощью индекса Gini.

Автор на основе анализа значительного массива статистических данных о распределении доходов в различных странах на большом периоде времени пришел к заключению, что существуют определенные закономерности в распределении доходов по 20 % и 10 % группам населения. Эти закономерности характеризуются следующим: соотношения доходов средних квнтилей (четвертого и третьего, а также третьего и второго) очень близки между собой — равны одной и той же величине  $a$ , которая зависит от уровня неравенства в каждой отдельно взятой стране. Также очень близки между собой соотношения доходов пятого (наиболее богатого) и четвертого, а также второго и первого (наиболее бедного) квнтилей, равные квадрату соотношения средних квнтилей —  $a^2$ .

Аналогично, как показал анализ статистических данных, при распределении доходов по децилям близки между собой соотношения доходов средних децилей — восьмого и седьмого, седьмого и шестого и т. д. до четвертого и третьего, равные  $a^{1/2}$ . Точно так же очень близки между собой соотношения доходов десятого (наиболее богатого) и девятого, а также второго и первого (наиболее бедного) децилей, равные, как и для соотношения крайних квнтилей,  $a^2$ .

Результаты анализа большого массива статистических данных позволяют утверждать, что такой вид распределения доходов по равным группам населения одинаков для всех стран, причем параметр  $a$  зависит от уровня неравенства в каждой стране и с ростом неравенства увеличивается, т. е. может служить индикатором неравенства.

В результате этих наблюдений была разработана модель распределения доходов на основе конечной функциональной последовательности, параметром которой является соотношение доходов двух соседних средних квнтилей  $a$ , зависящее от уровня неравенства (см. [Варшавский, 2007, 2020, 2021; Varshavsky, 2009, 2010]).

Следует отметить, что обнаруженная закономерность для соотношения крайних квинтилей и децилей, т. е. степенной закон распределения  $N(a) = a^m$ ,  $m \approx 2$ , справедлива, например, и для экосистем, как показано в [Camacho, Solé, 1999], где для описания отношений между организациями, являющимися хищником и жертвой, используется закон Ципфа (Zipf's law).

Для подтверждения справедливости выявленных закономерностей автор использовал в предыдущих статьях несколько частных подходов. Однако вплоть до настоящего времени возникают вопросы относительно того, насколько эта модель справедлива. Поэтому в данной статье дается более подробное обоснование адекватности предложенной модели, основанное на проведении эконометрического анализа определяемых моделью соотношений по данным The World Income Inequality Database (WIID) за 2016 год [The World].

Кроме того, приведены новые и систематизированы полученные ранее данные о применении предложенной модели и возможности получения дополнительных результатов с ее помощью.

## 2. Краткое описание модели

Как сказано выше, в результате анализа статистических данных были обнаружены следующие закономерности в соотношениях доходов квинтилей:  $\frac{Q4(a)}{Q3(a)} \approx \frac{Q3(a)}{Q2(a)} = a$  и  $\frac{Q5(a)}{Q4(a)} \approx \frac{Q2(a)}{Q1(a)} = a^2$ . С учетом этого была предложена модель распределения доходов по 20 % группам (квинтилям). Как показано в указанных статьях автора, относительные (по отношению к доходу наиболее богатой группы с номером 5) величины дохода всех пяти равных по численности групп населения в совокупном доходе могут быть приближенно представлены в виде конечной функциональной последовательности  $A(a, 5)$ , в которой изъяты второй и предпоследний члены:

$$A(a, 5) = \{a^{-6}, a^{-4}, a^{-3}, a^{-2}, 1\}, \quad a \geq 1. \quad (1)$$

Каждый  $i$ -й член этой последовательности определяется как отношение доходов соответствующей  $i$ -й группы населения к доходу наиболее богатой группы ( $i = 5$ ) и зависит от параметра  $a$ , характеризующего уровень неравенства и определяемого как показатель неравенства.

Рассчитываемые с помощью данной модели доли соответствующих 20 % доходных групп  $Qi$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ , в общем доходе определяются при этом как

$$Q5(a) = \frac{1}{A(a^{-1})}, \quad Q4(a) = \frac{a^{-2}}{A(a^{-1})}, \quad Q3(a) = \frac{a^{-3}}{A(a^{-1})}, \quad Q2(a) = \frac{a^{-4}}{A(a^{-1})}, \quad Q1(a) = \frac{a^{-6}}{A(a^{-1})}, \quad (2)$$

где

$$A(a^{-1}) = 1 + a^{-2} + a^{-3} + a^{-4} + a^{-6} \quad (3)$$

является характеристическим многочленом базовой конечной степенной последовательности  $A(a, 5)$ , о его особенностях см., например, [Варшавский, 2020, 2021].

Модель (1)–(3) для 20 % групп используется как базовая при переходе к распределению для 10 %, 5 %, 2,5 %, 1,25 % и т. д. групп населения. Например, для 10 % групп населения децили распределения доходов равны:

$$\begin{aligned} D10(a) &= \frac{\frac{a^m}{1+a^m}}{A(a^{-1})}, & D9(a) &= \frac{1}{A(a^{-1})}, & D8(a) &= \frac{\frac{b^{-3}}{1+b}}{A(a^{-1})}, & \dots, \\ D3(a) &= \frac{\frac{b^{-8}}{1+b}}{A(a^{-1})}, & D2(a) &= \frac{b^{-12} \frac{a^m}{1+a^m}}{A(a^{-1})}, & D1(a) &= \frac{b^{-12} \frac{1}{1+a^m}}{A(a^{-1})}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $b = a^{1/2}$ ,  $A(a^{-1})$  определяется в соответствии с (3),  $m \approx 1,8$ –2 (при выводе аналитических выражений предполагается, что  $m = 2$ ; как показывают расчеты, для  $D10(a)$  разница в величине

при  $m = 1,8$  и  $2$  не превышает  $4,5\%$ , а для  $D9(a)$  при  $a < 1,55$  она меньше  $10\%$  и при  $a = 1,6-2$  не превышает  $18\%$ .

Аналогично (4) можно построить модель для распределения доходов по  $5\%$ ,  $2,5\%$  группам и т. д. в предположении, что при каждом последующем разделении наиболее богатой и наиболее бедной группы на две группы соотношение доходов двух пар крайних групп (слева и справа) остается примерно одинаковым и равным  $K = a^m$  [Варшавский, 2020].

Показатель неравенства  $a$  можно определить с помощью метода наименьших квадратов по реальным данным о долях дохода  $20\%$  групп для каждой отдельной страны, а также с помощью соотношения фактических значений квинтилей либо децилей, что следует из (2) и (4):

$$a = \left(\frac{Q5}{Q1}\right)^{1/6}, \quad \text{или} \quad a = \left(\frac{Q4}{Q2}\right)^{1/2}, \quad \text{или} \quad a = \left(\frac{D10}{D1}\right)^{1/8} \quad \text{и т. д.} \quad (5)$$

Приближенное соотношение между показателем неравенства  $a$  и индексом Gini, а также соответствующие квинтильный  $\left(\frac{Q5}{Q1}\right)$  и децильный  $\left(\frac{D10}{D1}\right)$  коэффициенты фондов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Связь показателя неравенства  $a$  с индексом Gini и квинтильным  $\left(\frac{Q5}{Q1}\right)$  и децильным  $\left(\frac{D10}{D1}\right)$  коэффициентами фондов (см. [Варшавский, 2020, 2021])

$a$	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8
Gini <sup>*)</sup>	22	26	30	34	37	40	44	47	49	52	55	57	59
$\frac{Q5}{Q1}$	3,0	3,8	4,8	6,1	7,5	9,3	11,4	13,9	16,8	20,2	24,1	28,7	34,0
$\frac{D10}{D1}$	4,3	6,0	8,2	11,0	14,8	19,5	25,6	33,3	42,9	54,9	69,8	88,0	110,2

<sup>\*)</sup> Приблизительная оценка.

### 3. Эмпирическое подтверждение адекватности модели

В данном разделе приведены результаты подробного обоснования адекватности предложенной модели с использованием реальных данных WIID за 2016 г., см. приложение (следует отметить, что использование данных из других источников, например, OECD Income Distribution Database [OECD] дало очень близкие результаты). Оно основано на анализе выражений (1)–(4), в соответствии с которыми должны соблюдаться определенные соотношения между величинами квинтилей и децилей:  $\frac{Q4}{Q3} = \frac{Q3}{Q2} = a$ ,  $\frac{Q5}{Q4} = \frac{Q2}{Q1} = a^2$ ,  $\frac{D10}{D9} = \frac{D2}{D1} = a^2$ ,  $\frac{D5}{D4} = \frac{D4}{D3} = b = a^{1/2}$  и т. д.

Таким образом, для каждой страны для фактических величин квинтилей должны выполняться следующие равенства вида  $\frac{Y}{X} = k_i$ , где  $k_i$  определяется в соответствии с (2),  $k_i = 1, 2, 3, 4$ :

$$\frac{Q4}{Q3} = \frac{Q5}{Q4} = \frac{Q5}{Q2} = 1, \quad \text{т. е. } k_i = 1;$$

$$-\frac{\ln\left(\frac{Q4}{Q5}\right)}{\ln(a)} = 2, \quad k_i = 2; \quad -\frac{\ln\left(\frac{Q3}{Q5}\right)}{\ln(a)} = 3, \quad k_i = 3; \quad -\frac{\ln\left(\frac{Q2}{Q5}\right)}{\ln(a)} = 4, \quad k_i = 4;$$

$$-\frac{\ln\left(\frac{Q4}{Q5}\right)}{\ln\left(\frac{Q4}{Q3}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{Q2}{Q1}\right)}{\ln\left(\frac{Q4}{Q3}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{Q2}{Q1}\right)}{\ln\left(\frac{Q3}{Q2}\right)} = 2, \quad k_i = 2;$$

$$\frac{Q4}{Q3} = \frac{Q3}{Q2} = 1, \quad k_i = 1.$$

Аналогично для децилей в соответствии с (4) должны выполняться следующие равенства:

$$\frac{\frac{D5}{D4}}{\frac{D4}{D3}} = \frac{\frac{D6}{D5}}{\frac{D5}{D4}} = \frac{\frac{D7}{D6}}{\frac{D6}{D5}} = \frac{\frac{D8}{D7}}{\frac{D7}{D6}} = \frac{\frac{D10}{D9}}{\frac{D9}{D8}} = 1, \quad k_i = 1;$$

$$\frac{\ln\left(\frac{D10}{D9}\right)}{\ln(a)} = \frac{\ln\left(\frac{D2}{D1}\right)}{\ln(a)} = 2, \quad k_i = 2,$$

где показатель неравенства рассчитывается по фактическим данным по формуле  $a = \left(\frac{Q5}{Q1}\right)^{1/6}$ .

Кроме этого, по приведенным в приложении данным была проведена также оценка отклонения соотношений  $\frac{D9}{D8} = \frac{a^2(1+a^{-1/2})}{1+a^2} = f_{98}(a)$  и  $\frac{D3}{D2} = \frac{1+a^2}{1+a^{1/2}} = f_{32}(a)$ , определяемых в соответствии с (3) и (4) при  $m = 2$ , от фактических значений  $\left(\frac{D9}{D8}\right)$  и  $\left(\frac{D3}{D2}\right)$ .

Проверка этих соотношений (коэффициентов  $k_i$ ) по реальным данным для большого числа стран была проведена по совокупности данных, состоящих из 37 выборок для 36 стран (см. приложение), с помощью уравнения регрессии  $Y = kX + \varepsilon$ , где коэффициент  $k$  определялся с помощью метода наименьших квадратов (МНК). В таблицах 2 и 3 приведены оценки этого коэффициента ( $k_{est}$ ), которые сравниваются с определенными на основе модели соответствующими значениями коэффициента  $k_i$ , а также отклонения от них:  $\varepsilon = \frac{k_{est} - k_i}{k_i} \cdot 100\%$ .

Приведенные в таблицах 2 и 3 результаты оценки являются достаточно убедительным доказательством адекватности модели — стандартные отклонения и расхождение между коэффициентами  $k_{est}$  и  $k_i$  незначительно, коэффициенты детерминации близки к 1.

Таблица 2. Результаты оценки соотношений между квинтилями (коэффициент  $k_{est}$ ) по данным World Income Inequality Database (WIID), 2016 (см. приложение)

№	$Y$	$X$	$k_i$	$k_{est}$	Standard Error	Lower 95 %	Upper 95 %	$R^2$	$\varepsilon, \%$
1	$\frac{Q4}{Q3}$	$\frac{Q3}{Q2}$	1	0,982	0,003	0,976	0,989	0,972	-1,8
2	$\frac{Q5}{Q4}$	$\frac{Q2}{Q1}$	1	0,984	0,016	0,951	1,017	0,962	-1,6
3	$\frac{Q5}{Q4}$	$\frac{Q4}{Q2}$	1	0,958	0,011	0,935	0,980	0,967	-4,2
4	$\ln\left(\frac{Q4}{Q5}\right)$	$\ln(a)$	-2	-1,935	0,032	-1,999	-1,871	0,963	-3,3
5	$\ln\left(\frac{Q3}{Q5}\right)$	$\ln(a)$	-3	-2,948	0,034	-3,016	-2,879	0,968	-1,7
6	$\ln\left(\frac{Q2}{Q5}\right)$	$\ln(a)$	-4	-4,026	0,032	-4,091	-3,961	0,970	0,6
7	$\ln\left(\frac{Q4}{Q5}\right)$	$\ln\left(\frac{Q4}{Q3}\right)$	-2	-1,904	0,035	-1,976	-1,832	0,960	-4,8
8	$\ln\left(\frac{Q4}{Q5}\right)$	$\ln\left(\frac{Q3}{Q2}\right)$	-2	-1,779	0,043	-1,867	-1,692	0,953	-11,0
9	$\ln\left(\frac{Q2}{Q1}\right)$	$\ln\left(\frac{Q4}{Q3}\right)$	2	1,936	0,045	1,844	2,028	0,953	-3,2
10	$\ln\left(\frac{Q2}{Q1}\right)$	$\ln\left(\frac{Q3}{Q2}\right)$	2	1,820	0,037	1,745	1,896	0,957	-9,0
11	$\frac{Q4}{Q3}$	$a$	1	1,003	0,003	0,998	1,009	0,972	0,3
12	$\frac{Q3}{Q2}$	$a$	1	1,021	0,004	1,014	1,028	0,972	2,1

Адекватность модели была подтверждена также с помощью других методов.

Так, в соответствии с (1)–(4) были проведены с помощью МНК оценки показателя  $a$  для распределения дохода по квинтилям и децилям по данным для большого числа стран. При этом для каждой страны использовалось уравнение регрессии вида  $y = gx$ , где  $y_i = \ln\left(\frac{Q_i}{Q_5}\right)$ ,  $i = 1, \dots, 5$ , и  $x_1 = -6$ ,  $x_2 = -4$ ,  $x_3 = -3$ ,  $x_4 = -2$ ,  $x_5 = 0$ , и показатель неравенства  $a$  определялся как  $a = e^g$ .

Таблица 3. Результаты оценки соотношений между децилями (коэффициент  $k_{est}$ ) по данным World Income Inequality Database (WIID), 2016 (см. приложение)

	$Y$	$X$	$k_i$	$k_{est}$	Standard Error	Lower 95 %	Upper 95%	$R^2$	$\varepsilon$ , %
1	$\frac{D4}{D3}$	$b$	1	1,026	0,003	1,020	1,032	0,972	2,6
2	$\frac{D5}{D4}$	$b$	1	1,008	0,002	1,003	1,013	0,972	0,8
3	$\frac{D6}{D5}$	$b$	1	1,001	0,002	0,997	1,005	0,972	0,1
4	$\frac{D7}{D6}$	$b$	1	0,997	0,002	0,993	1,000	0,972	-0,3
5	$\frac{D8}{D7}$	$b$	1	1,012	0,002	1,008	1,016	0,972	1,2
6	$\frac{D5}{D4}$	$\frac{D4}{D3}$	1	0,982	0,003	0,976	0,988	0,972	-1,8
7	$\frac{D6}{D5}$	$\frac{D5}{D4}$	1	0,993	0,003	0,987	0,999	0,972	-0,7
8	$\frac{D7}{D6}$	$\frac{D6}{D5}$	1	0,995	0,003	0,990	1,001	0,972	-0,5
9	$\frac{D8}{D7}$	$\frac{D7}{D6}$	1	1,015	0,002	1,011	1,019	0,972	1,5
10	$\frac{D10}{D9}$	$\frac{D2}{D1}$	1	0,915	0,024	0,866	0,964	0,948	-8,5
11	$\ln\left(\frac{D10}{D9}\right)$	$\ln(a)$	2	1,762	0,044	1,674	1,851	0,951	-11,9
12	$\ln\left(\frac{D2}{D1}\right)$	$\ln(a)$	2	2,019	0,064	1,888	2,150	0,937	1,0
13	$\frac{D9}{D8}$	$f_{98}(a)$	1	1,017	0,003	1,011	1,023	0,972	1,7
14	$\frac{D3}{D2}$	$f_{32}(a)$	1	0,979	0,004	0,971	0,987	0,972	-2,1
15	$a_D$	$a$	1	0,998	0,001	0,995	1,000	0,972	-0,2

Примечание: в таблицах 2 и 3 показатель неравенства  $a$  рассчитывался по фактическим данным для первого и пятого квинтилей для каждой страны по формуле  $a = \left(\frac{Q5}{Q1}\right)^{1/6}$ ;  $b = a^{1/2}$ ,  $a_D = \left(\frac{D10}{D1}\right)^{1/8}$ ,  $\varepsilon = \frac{k_{est} - k_i}{k_i} * 100\%$ .

На рис. 1 в качестве примера приведены в логарифмах фактические данные (из приложения) и полученные с помощью этого метода оценки относительной доли дохода каждого квинтиля населения Норвегии, Италии, США и Германии (по отношению к доле дохода 20 % наиболее богатой части населения  $Q5$ ). Как видно из рис. 1, крайние отрезки, соответствующие  $Q1$  и  $Q5$ , имеют больший наклон по сравнению со средней частью распределения дохода по 20 % группам. Это типично, как было сказано выше, для всех стран, что также подтверждает справедливость выбора данной модели.

Стандартное отклонение оценок от фактических данных находится в пределах от 0,8 % (для Германии) до 6,5 % (для Италии), коэффициенты детерминации  $R^2$  выше 0,989, что свидетельствует о достаточно высокой точности приближения. Оценки величин  $Qi(a)$  и  $Di(a)$ , которые были аналогично проведены ранее по данным WIID для 39 стран и затем для 18 стран, также оказались очень близкими к их фактическим значениям для всех стран, и  $R^2$  был не менее 0,975 [Varshavsky, 2010; Варшавский, 2020].

#### 4. Возможность получения дополнительных результатов при применении модели для исследования неравенства доходов

Предложенная модель расширяет возможности исследования неравенства доходов, что объясняется следующим.

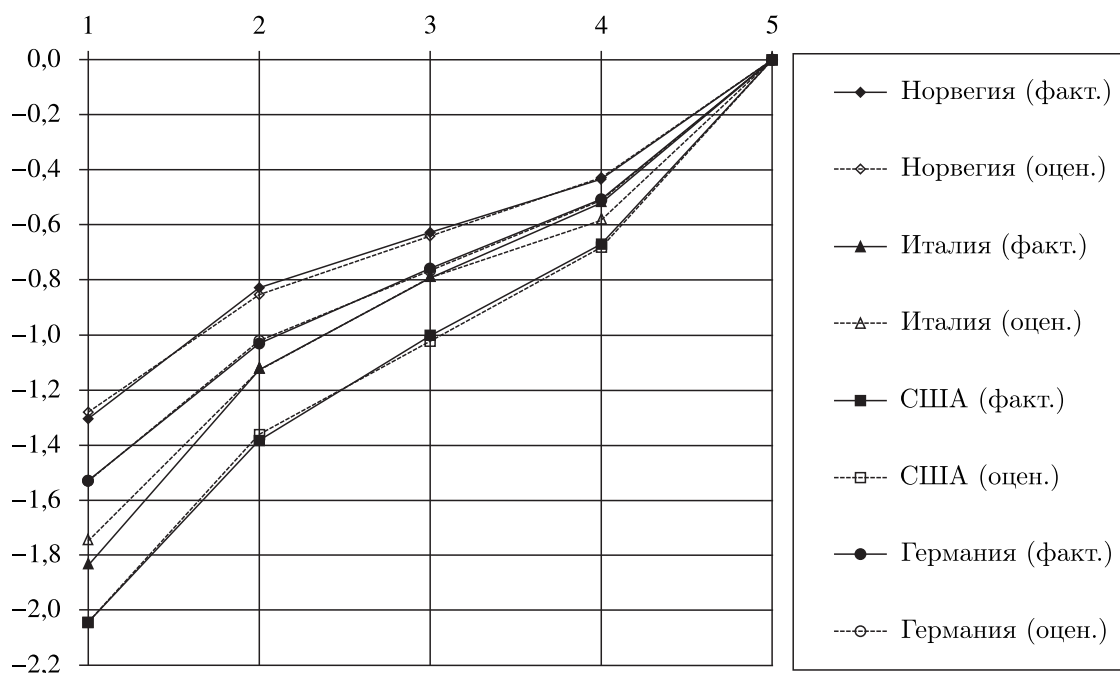


Рис. 1. Доля доходов каждого квинтиля населения Норвегии, Италии, США и Германии по отношению к доле дохода 20 % наиболее богатой части населения  $Q_5$  в логарифмах:  $\ln\left(\frac{Q_1}{Q_5}\right)$ ,  $\ln\left(\frac{Q_2}{Q_5}\right)$ ,  $\ln\left(\frac{Q_3}{Q_5}\right)$ ,  $\ln\left(\frac{Q_4}{Q_5}\right)$  и  $\ln\left(\frac{Q_5}{Q_5}\right) = 0$ , фактические данные (факт.) (см. приложение) и результаты оценки (оцен.)

Во-первых, с помощью модели становится возможным определить вид зависимости доходов отдельных групп населения (квинтилей  $Q_i(a)$ , децилей  $D_i(a)$  и т. д.) от уровня неравенства, характеризуемого показателем неравенства  $a$  и, соответственно, индексом Gini. В таблицах 4 и 5 представлены результаты расчета по (1)–(4) соответствующих величин  $Q_1(a), \dots, Q_5(a)$  и  $D_1(a), \dots, D_{10}(a)$  в % при различных уровнях неравенства (для  $a = 1,0$ – $1,8$ ).

Также возможно нахождение уровня неравенства, при котором имеют место определенные соотношения доходов между отдельными доходными группами или их сочетаниями, например, соотношение дохода наиболее богатых 10 % или 20 % населения и 60 %, 50 % или 40 % наиболее бедных и т. п. Так, если доход наиболее богатых 20 % населения равен доходу 60 % наиболее бедной части населения, т. е.  $Q_5 = Q_1 + Q_2 + Q_3$ , то значение показателя неравенства  $a$  определяется как корень уравнения  $a^6 = a^3 + a^2 + 1$ , который равен  $a = 1,304$  (Gini  $\approx 30$ ). Точно так же можно показать, что доход наиболее богатых 10 % населения равен доходу 50 % наиболее бедных при уровне неравенства, приблизительно характеризующемся показателем  $a \approx 1,35$  (Gini  $\approx 34$ ), и т. п.

Выражения для квинтилей (2) и децилей (4) позволяют также показать, что доли дохода наиболее богатых групп среднего класса ( $Q_4, D_9, D_8, D_7$ ) имеют максимум при определенных уровнях неравенства. Например, доход 40 % среднего класса ( $D_9 + Q_4 + D_6$ ) достигает максимума примерно при  $a = 1,33$  (Gini  $\approx 33$ ), при этом  $D_9 = \max$  при  $a \approx 1,56$  (Gini  $\approx 47$ ),  $D_8 = \max$  при  $a \approx 1,39$  (Gini  $\approx 37$ ),  $D_7 = \max$  при  $a \approx 1,21$  (Gini  $\approx 22$ ),  $Q_4 = \max$  при  $a \approx 1,30$  (Gini  $\approx 30$ ).

На рис. 2 показано, как, в соответствии с моделью (1)–(4) при  $m = 2$ , изменяются в зависимости от уровня неравенства доли доходов наиболее богатых 10 %, наиболее бедных — 40 % и 50 %, а также трех групп среднего класса — 10 %, 20 % и 40 %. Следует отметить, что доли дохода групп среднего класса относительно стабильны, и это соответствует результатам анализа эмпирических данных, приведенным в [Palma, 2014]. Особенно стабильна доля доходов четвертого квинтиля  $Q_4$ , а наибольший выигрыш от роста неравенства получают самые богатые 10 %



Таблица 4. Доля дохода квинтилей  $Q5(a)-Q1(a)$  в совокупном доходе при различных уровнях неравенства, % (расчет по (1)-(3))

Показатель неравенства $a$	Gini <sup>*)</sup>	$Q5$	$Q4$	$Q3$	$Q2$	$Q1$
1	0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0
1,2	22	32,4	22,5	18,7	15,6	10,8
1,25	26	35,4	22,7	18,1	14,5	9,3
1,272	27	36,7	22,7	17,9	14,0	8,7
1,3	30	38,4	22,7	17,5	13,4	8,0
1,35	34	41,3	22,7	16,8	12,4	6,8
1,4	37	44,1	22,5	16,1	11,5	5,9
1,45	40	46,8	22,3	15,3	10,6	5,0
1,5	44	49,4	21,9	14,6	9,7	4,3
1,55	47	51,8	21,6	13,9	9,0	3,7
1,6	49	54,1	21,1	13,2	8,3	3,2
1,65	52	56,4	20,7	12,5	7,6	2,8
1,7	55	58,5	20,2	11,9	7,0	2,4
1,75	57	60,4	19,7	11,3	6,4	2,1
1,8	59	62,3	19,2	10,7	5,9	1,8

<sup>\*)</sup> Оценка, см. таблицу 1.

Таблица 5. Доля дохода децилей  $D10(a)-D1(a)$  в совокупном доходе при различных уровнях неравенства, % (расчет по (1)-(4))

Показатель неравенства $a$	Gini <sup>*)</sup>	$D10$	$D9$	$D8$	$D7$	$D6$	$D5$	$D4$	$D3$	$D2$	$D1$
1	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
1,2	22	19,1	13,3	11,7	10,7	9,8	8,9	8,2	7,4	6,4	4,4
1,25	26	21,6	13,8	12,0	10,7	9,6	8,6	7,7	6,8	5,7	3,6
1,272	27	22,7	14,0	12,0	10,7	9,5	8,4	7,4	6,6	5,4	3,3
1,3	30	24,1	14,3	12,1	10,6	9,3	8,2	7,2	6,3	5,0	3,0
1,35	34	26,7	14,6	12,2	10,5	9,0	7,8	6,7	5,8	4,4	2,4
1,4	37	29,2	14,9	12,2	10,3	8,7	7,4	6,2	5,3	3,9	2,0
1,45	40	31,7	15,1	12,2	10,1	8,4	7,0	5,8	4,8	3,4	1,6
1,5	44	34,2	15,2	12,1	9,9	8,1	6,6	5,4	4,4	3,0	1,3
1,55	47	36,6	15,2	12,0	9,6	7,7	6,2	5,0	4,0	2,6	1,1
1,6	49	38,9	15,2	11,8	9,3	7,4	5,8	4,6	3,6	2,3	0,9
1,65	52	41,2	15,1	11,6	9,1	7,1	5,5	4,3	3,3	2,0	0,8
1,7	55	43,4	15,0	11,4	8,8	6,7	5,2	4,0	3,0	1,8	0,6
1,75	57	45,6	14,9	11,2	8,5	6,4	4,9	3,7	2,8	1,6	0,5
1,8	59	47,6	14,7	11,0	8,2	6,1	4,6	3,4	2,5	1,4	0,4

<sup>\*)</sup> Оценка, см. таблицу 1.

среднего класса ( $D9$ ), доля доходов которых возрастает с ростом неравенства до достаточно высокого уровня, соответствующего примерно  $a \approx 1,56$  (Gini около 47), см. таблицу 5.

Очевидно, модель (1)-(4) можно использовать для определения нормативов при разработке политики поэтапного перехода к уровню неравенства, характерному для стран с социально ориентированной экономикой. Например, как видно по приведенным в таблицах 4 и 5 данным, снижение уровня неравенства, характеризуемого показателем Gini = 35, до уровня Gini = 25 по-

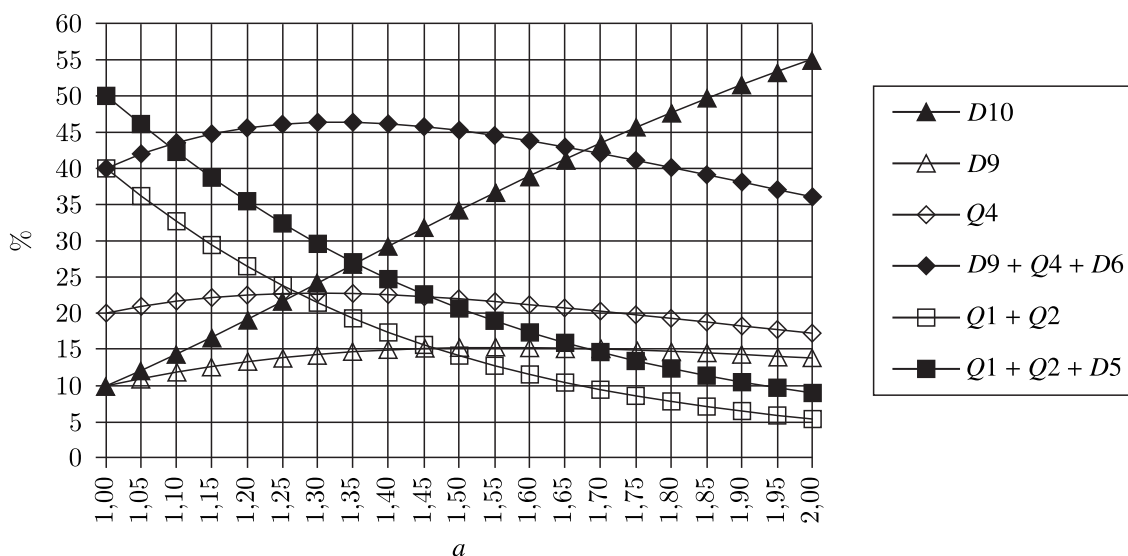


Рис. 2. Доли доходов наиболее богатых — 10% ( $D_{10}$ ), двух групп наиболее бедных — 40% ( $Q_1 + Q_2$ ) и 50% ( $Q_1 + Q_2 + D_5$ ), а также трех групп среднего класса — 10% ( $D_9$ ), 20% ( $Q_4$ ) и 40% ( $D_9 + Q_4 + D_6$ ) в зависимости от показателя неравенства  $a$ , построенные в соответствии с моделью распределения доходов на основе конечной функциональной последовательности

требует повышения налога на доход богатой части населения примерно на 17–18%, что близко к 16% — величине, приведенной в [Atkinson, 2015].

Во-вторых, с помощью модели можно обосновать уровень гармоничного неравенства, когда показатель неравенства близок к уровню, соответствующему гармоническим пропорциям. К ним относят [Corbalán 2016; Gazalé, 1999]: «золотое сечение», которое определяется как такое деление целого на две неравные части, когда меньшая часть относится к большей, так, как большая ко всему целому, и характеризуется положительным корнем уравнения:  $a^2 = a + 1$ , равным  $\phi \approx 1,618$ ; а также «серебряное сечение», определяемое как такое деление целого отрезка на две неравные части, при котором отношение суммы меньшей и удвоенной большей части к большей равно отношению большей части к меньшей и характеризуется числом  $s = 1 + 2^{0,5} \approx 2,414$ . Диапазон гармоничного неравенства соответствует примерно  $a = 1,25$ – $1,33$  (коэффициент Джини около 26–33) и характерен для стран с социально ориентированной экономикой, где происходит значительное перераспределение доходов с помощью прогрессивного налогообложения [Варшавский, 2020, 2021].

В качестве примера можно рассмотреть аналитическое выражение для индекса Пальма (Palma ratio) [Palma, 2014], которое легко находится при  $m = 2$  из (1)–(4):

$$P = \frac{D_{10}}{Q_1 + Q_2} = \frac{a^8}{(1 + a^2)^2}, \quad (6)$$

где  $a$  — показатель неравенства. Из выражения (6) видно, что при равенстве  $P = 1$  значение показателя неравенства  $a$  удовлетворяет условию «золотого сечения», т. е.  $a^2 = \phi = 1,618$ ;  $a = \phi^{1/2} = 1,272$ . Это означает, что когда показатель Пальма равен 1, т. е. доля доходов наиболее богатых 10% ( $D_{10}$ ) равна доле дохода 40% наиболее бедных ( $Q_1 + Q_2$ ), то одновременно  $D_{10} = Q_4$  (это видно на рис. 2), причем, как следует из (1)–(4),  $\frac{Q_5}{Q_4} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{D_{10}}{D_9} = \frac{D_2}{D_1} = a^2 = \phi = 1,618$ , что соответствует «золотому сечению» (вариант 1). В этом случае, т. е. когда  $P = 1$ , имеет место следующее распределение доходов:  $Q_5 = 36,7\%$ ,  $Q_4 = 22,7\%$ ,  $Q_3 = 17,9\%$ ,  $Q_2 = 14,0\%$ ,  $Q_1 = 8,7\%$ . Отметим, что в [Doyle, Stiglitz, 2014] было предложено снизить неравенство доходов до этого уровня в США к 2030 г. [Варшавский, 2020, 2021].

Близкий результат наблюдается также когда соотношение доходов 20 % богатых и остальных 80 % населения соответствует «золотому сечению» (вариант 2), т. е.  $Q_5 = \phi^{-1}(100 - Q_5)$ , в этом случае  $a \approx 1,3$ .

Таблица 6. Варианты распределения доходов, характеризующиеся различными соотношениями между квинтилями и децилями и соответствующие им показатель неравенства  $a$  и индекс Gini, определенные на основе модели (1)–(5)

Характеристика распределения доходов	Соотношения между квинтилями и децилями и их сочетаниями	Показатель	
		$a$	Gini
Доход 10 % богатых равен доходу 20 % нижней части среднего класса	$D_{10} = D_7 + D_6$	1,23	23
Соотношения доходов соответствуют «золотому сечению» (Golden Ratio) (вариант 1), $a^2 = \phi = 1,618$ ; $a = \phi^{1/2} = 1,272$ . Доход 10 % богатых равен доходу 40 % бедных, т. е. индекс Пальма (Palmaratio) равен 1: $P = \frac{D_{10}}{Q_1 + Q_2} = \frac{a^8}{(1+a^2)^2} = 1$ или $a^4 = 1 + a^2$ , в этом случае $Q_5 = 36,7\%$ , $Q_4 = 22,7\%$ , $Q_3 = 17,9\%$ , $Q_2 = 14,0\%$ , $Q_1 = 8,7\%$	$\frac{Q_5}{Q_4} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{D_{10}}{D_9} = \frac{D_2}{D_1} = \phi = 1,618$ , $\frac{Q_4}{Q_3} = \frac{Q_3}{Q_2} = \phi^{1/2} = 1,272$ ; $D_{10} = Q_1 + Q_2 = Q_4$ ; $D_{10} = \frac{1}{\phi}(D_9 + D_8 + D_7)$	1,272	27
Соотношение доходов 20 % богатых и 80 % соответствует «золотому сечению» (вариант 2); при этом $Q_5 = 38,2\%$ , $Q_4 = 22,7\%$ , $Q_3 = 17,5\%$ , $Q_2 = 13,5\%$ , $Q_1 = 8,0\%$	$Q_5 = \phi^{-1}(100 - Q_5)$ , $\phi^{-1} = 0,618$	1,30	30
Соотношение доходов 10 % богатых и 30 % наиболее богатой части среднего класса соответствует «серебряному сечению» (Silver Ratio): $s = 1 + 2^{0,5} \approx 2,414$	$D_{10} = (S^{-0,5})(D_9 + D_8 + D_7)$ , $S^{-0,5} = 0,6436$	1,29	30
Соотношение доходов 20 % богатых и 80 % остального населения соответствует «серебряному сечению»	$Q_5 = (S^{-0,5})(Q_4 + Q_3 + Q_2 + Q_1)$ , $S^{-0,5} = 0,6436$	1,31	31
Доход 20 % богатых равен доходу 60 % бедных	$Q_5 = Q_1 + Q_2 + Q_3$	1,30	30
Доля дохода 40 % среднего класса составляет 40 % общего дохода	$Q_4 + Q_3 = 40\%$	1,31	31
Доход 20 % богатых равен доходу 40 % среднего класса	$Q_5 = Q_4 + Q_3$	1,32	32
Доход 30 % верхней части среднего класса равен доходу 60 % бедных	$D_9 + D_8 + D_7 = D_6 + D_5 + D_4 + D_3 + D_2 + D_1$	1,33	32
Доход 10 % богатых равен доходу 50 % бедных	$D_{10} = Q_1 + Q_2 + D_5$	1,35	34
Доход 10 % богатых равен доходу 30 % нижней части среднего класса	$D_{10} = D_7 + D_6 + D_5$	1,36	34
Доход 10 % богатых равен доходу 20 % верхней части среднего класса	$D_{10} = D_9 + D_8$	1,35	34
Доход 10 % богатых равен доходу 40 % средней и нижней части среднего класса	$D_{10} = Q_3 + Q_2$	1,38	36
Доход 10 % богатых равен доходу 60 % бедных	$D_{10} = Q_1 + Q_2 + Q_3$	1,44	40
Доход 20 % богатых равен доходу остальных 80 %	$Q_5 = 100 - Q_5$	1,51	44

В таблице 6 представлены варианты распределения доходов, характеризующиеся различными вариантами соотношений между квинтилями и децилями, а также соответствующие им показатель неравенства  $a$  и индекс Gini, определенные на основе модели (1)–(4) при  $m = 2$ . В их числе: доход 10 % богатых равен доходу 20 % нижней части среднего класса либо доходу 40 % (индекс Пальма равен 1) или 50 % бедных, 30 % нижней части среднего класса, 20 % верхней

части среднего класса, 40 % средней и нижней части среднего класса, 60 % бедных; варианты, при которых соотношение доходов 10 % богатых и 30 % наиболее богатой части среднего класса соответствует «серебряному сечению»; соотношение доходов 20 % богатых и 80 % остального населения соответствует «золотому сечению» (вариант 2) либо «серебряному сечению»; доход 20 % богатых равен доходу 60 % бедных, 40 % среднего класса или равен доходу остальных 80 % населения; доля дохода 40 % среднего класса составляет 40 % общего дохода, доход 30 % верхней части среднего класса равен доходу 60 % бедных.

Наконец, как показано в [Варшавский, 2007; Varshavsky, 2009, 2010], с помощью модели возможно определить и примерный диапазон неравенства, при выходе из которого значительно возрастает социальная напряженность, снижается уровень стабильности в обществе. Это можно показать с помощью вектора Шепли и построения переходных процессов. Кроме того, с помощью модификации модели Кейнса и использования идеи Кальдора о склонности к сбережению можно оценить зависимость темпов экономического роста от уровня неравенства.

## 5. Заключение

Таким образом, приведенные результаты анализа предложенной модели распределения доходов на основе конечной функциональной последовательности, как и приведенные в предыдущих статьях автора данные, подтверждают ее адекватность и возможность использования для анализа зависимости распределения доходов по группам населения от уровня неравенства.

С помощью модели становится возможным определить вид зависимости доходов отдельных групп населения от уровня неравенства, а также аналитические выражения для соотношений между различными группами квинтилей и децилей, например, для широко используемого индекса Пальма (*Palma ratio*). Анализ модели показывает, что доли дохода наиболее богатых групп среднего класса имеют максимум при определенных уровнях неравенства, причем доли дохода этих групп относительно стабильны.

Модель позволяет обосновать уровень гармоничного неравенства, который характерен для стран с социально ориентированной экономикой, где происходит значительное перераспределение доходов с помощью прогрессивного налогообложения. С ее помощью возможно нахождение уровня неравенства для определенных соотношений доходов между отдельными доходными группами или их сочетаниями (например, соотношение дохода наиболее богатых 10 % населения и 50 % или 40 % наиболее бедных и т. п.).

Полученные с помощью модели результаты могут быть использованы для определения нормативов при разработке политики поэтапного повышении уровня прогрессивного налогообложения с целью перехода к уровню неравенства, характерному для стран с социально ориентированной экономикой.

## Список литературы (References)

- Варшавский А. Е. Значительное снижение неравенства доходов — важнейшее условие перехода к инновационной экономике, основанной на знаниях // Экономика и математические методы. — 2007. — Т. 43, № 4. — С. 35–55.
- Varshavsky A. E. Znachitel'noe snizhenie neravenstva dohodov — vazhnejshee uslovie perekhoda k innovacionnoj ekonomike, osnovannoj na znaniyah [Significant reduction of income inequality is the most important condition for the transition to an innovative economy based on knowledge] // Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and mathematical methods]. — 2007. — Vol. 43, No. 4. — P. 35–55 (in Russian).
- Варшавский А. Е. Модель распределения доходов на основе конечной функциональной последовательности и ее применение для анализа неравенства // Экономика и математические методы. — 2020. — Т. 56, № 4. — С. 20–31.
- Varshavsky A. E. Model' raspredeleniya dohodov na osnove konechnoj funkcional'noj posledovatel'nosti i ee primenenie dlya analiza neravenstva [Model of income distribution on the basis of a finite functional sequence and its

- application for inequality analysis] // *Ekonomika i matematicheskie metody* [Economics and mathematical methods]. — 2020. — Vol. 56, No. 4. — P. 20–31 (in Russian).
- Варшавский А. Е.* Использование гармонических пропорций для обоснования справедливого уровня распределения доходов // *Экономика и математические методы*. — 2021. — Т. 57, № 3. — С. 5–16. — DOI: 10.31857/S042473880016407-6
- Varshavsky A. E.* Ispol'zovanie garmonicheskikh proporcij dlya obosnovaniya spravedlivogo urovnya raspredeleniya dohodov [Using harmonic proportions to justify fair level of the income distribution] // *Ekonomika i matematicheskie metody* [Economics and mathematical methods]. — 2021. — Vol. 57, No. 3. — P. 5–16 (in Russian).
- Мареева С. В., Тихонова Н. Е.* Бедность и социальное неравенство в общественном сознании // *Мир России*. — 2016. — Т. 25, № 2. — С. 37–62.
- Mareeva S. V., Tikhonova N. E.* Bednost' i social'noe neravenstvo v obshchestvennom soznanii [Public Perceptions of Poverty and Social Inequality in Russia] // *Mir Rossii* [Universe of Russia]. — 2016. — Vol. 25, No. 2. — P. 37–67 (in Russian).
- Модель доходной стратификации российского общества: динамика, факторы, межстрановые сравнения / под ред. Н. Е. Тихоновой. — М.–СПб.: Нестор-История, 2018.
- Model' dohodnoj stratifikacii rossijskogo obshchestva: dinamika, faktory, mezhstranovye sravneniya / pod red. N. E. Tihonovoj [Model of income stratification of Russian society: dynamics, factors, cross-country comparisons / ed. by E. Tikhonova]. — Moscow–SPb.: Nestor-Istoriya [Moscow: Nestor-Istoriya], 2018 (in Russian).
- Alvaredo F., Chancel L., Piketty T., Saez E., Zucman G.* Global Inequality Dynamics: New Findings from WID.world // *WID.world Working Paper*. — 2017. — 23119.
- Alvaredo F., Atkinson A. B., Piketty T., Saez E.* The top 1 percent in international and historical perspective // *Journal of Economic Perspectives*. — 2013. — Vol. 27, No. 3. — P. 3–20.
- Atkinson A. B.* On the Measurement of Inequality // *Journal of Economic Theory*. — 1970. — Vol. 2, No. 3. — P. 244–263.
- Atkinson A.* Inequality: What Can Be Done? — Cambridge MA: Harvard University Press, 2015.
- Atkinson A., Piketty T., Saez E.* Top Incomes in the Long Run of History // *Journal of Economic Literature*. — 2011. — Vol. 49, No. 1. — P. 3–71.
- Camacho J., Solé R.* Scaling and Zipf's Law in Ecological Size Spectra. Santa Fe Institute, SFI Working paper: 1999-12-076.
- Chancel L., Piketty T., Saez E., Zucman G. et al.* World Inequality Report 2022. — World Inequality Lab., 2022.
- Corbalán F.* The golden ratio: the mathematical language of beauty. — National Geographic, 2016.
- Doyle M., Stiglitz J.* Eliminating Extreme Inequality: A Sustainable Development Goal, 2015–2030 // *Ethics and International Affairs*. — 2014. — Vol. 28, No. 10. — P. 1–7.
- Gazalé M.* Gnomon: From Pharaohs to Fractals. — Princeton University Press, 1999.
- Milanovic B.* Global Inequality: A New Approach for the Age of Globalization. — Cambridge, Mass.: Belknap Press of Harvard University Press, 2016.
- OECD Income (IDD) and Wealth (WDD) Distribution Databases. — <https://www.oecd.org/social/income-distribution-database.htm>
- Palma J. G.* Homogeneous middles vs. heterogeneous tails, and the end of the «Inverted-U»: the share of the rich is what it's all about. — Cambridge Working Papers in Economics (CWPE) 1111. — Cambridge University, 2011. — Available at <http://www.econ.cam.ac.uk/dae/repec/cam/pdf/cwpe1111.pdf>
- Palma J. G.* Has the income share of the middle and upper-middle been stable over time, or is its current homogeneity across the world the outcome of a process of convergence? The «Palma Ratio» revisited. — Cambridge Working Papers in Economics 1437. — Faculty of Economics, University of Cambridge, 2014.
- Piketty T.* Capital in the Twenty-First Century. — Cambridge, MA: Harvard University Press, 2014.
- Piketty T.* Capital and Ideology. — Cambridge, MA: Harvard University Press, 2020.

- Piketty T., Saez E.* The Evolution of Top Incomes: A Historical and International Perspective // American Economic Review. — 2006. — Vol. 96, No. 2. — P. 200–205. — <http://emlab.berkeley.edu/users/saez/piketty-saezOUP04US.pdf>
- Saez E.* Striking it Richer: The Evolution of Top Incomes in the United States (Updated with 2014 preliminary estimates). — WID.world Technical Note, 2015. — P. 6.
- Stiglitz J.* The Price of Inequality: How Today's Divided Society Endangers Our Future. — N.Y., London: W. W. Norton & Company, 2012.
- Theil H.* Economics and Information Theory. — Amsterdam: North-Holland, 1967.
- The World Income Inequality Database (WIID). — <https://www.wider.unu.edu/project/wiid---world-income-inequality-database>
- Varshavsky A.* A new model of income distribution based on polynomial with roots on the unit circle // Ética del desarrollo humano y justicia global. Instituciones y ciudadanos responsables ante el reto de la pobreza. VIII Congreso internacional de IDEA. — Valencia: Nau Llibres, del 2 al 4 de diciembre de 2009. — 2009.
- Varshavsky A.* Assessing reasonable limits of inequality on the basis of a new model of income distribution // Intellectual Economics. — 2010. — No. 1 (7). — P. 63–75. — <https://www.mruni.eu/upload/iblock/451/Varshavsky.pdf> (accessed: february 2022).

## Приложение

Таблица 7. Показатели распределения доходов — данные World Income Inequality Database (WIID) (<https://www.wider.unu.edu/project/wiid---world-incomeinequality-database>), 2016, и оценки показателя неравенства (расчет)  $a = \left(\frac{Q5}{Q1}\right)^{1/6}$

	Страна	Gini	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	D2	D4	D6	D8	D10	a
1	Австрия	27,2	8,8	14,2	18,2	22,8	36	5,5	7,6	9,6	12,1	22	1,26
2	Бельгия	26,3	9,1	13,9	18,4	23,5	35,1	5,4	7,5	9,8	12,5	20,7	1,25
3	Болгария	38,3	5,6	11,4	16,2	22,6	44,2	3,9	6,3	8,8	12,2	28,9	1,41
4	Канада	30,6	7,4	13,2	17,9	23,4	38,1	4,7	7,2	9,6	12,5	23,1	1,31
5	Хорватия	29,8	7,5	13,4	18,1	23,7	37,3	4,7	7,3	9,7	12,6	22,1	1,31
6	Кипр	32,1	8,3	12,4	16,7	22,2	40,4	4,8	6,6	9	11,9	25,8	1,30
7	Чехия	25,1	10,1	14,6	17,9	22	35,4	6	7,6	9,4	11,7	21,6	1,23
8	Дания	27,7	9	14,2	17,9	22,2	36,7	5,7	7,6	9,4	11,7	23,2	1,26
9	Эстония	32,7	7,1	12,1	17,1	23,9	39,7	4,5	6,6	9,3	13	23,7	1,33
10	Финляндия	25,4	9,9	14,3	18	22,4	35,4	5,7	7,6	9,5	11,9	21,5	1,24
11	Франция	29,3	8,9	13,7	17,2	21,6	38,5	5,3	7,3	9,1	11,5	24,7	1,28
12	Германия	29,5	8,2	13,5	17,7	22,8	37,8	5,1	7,3	9,4	12,2	23,3	1,29
13	Греция	34,3	6,2	12,5	17,3	23,5	40,5	4,2	6,8	9,2	12,7	25,1	1,37
14	Венгрия	28,2	8,6	13,9	17,8	22,9	36,9	5,4	7,4	9,4	12,3	22,6	1,27
15	Исландия	24,1	10,4	14,9	18,1	22	34,6	6,1	7,8	9,5	11,6	21,2	1,22
16	Ирландия	29,5	8,6	13,1	17,6	22,9	37,9	5,1	7	9,4	12,3	23,5	1,28
17	Израиль	34,7	6,1	11,7	17,3	24,2	40,6	3,9	6,5	9,4	13,1	24,5	1,37
18	Италия	33,1	6,3	12,8	17,9	23,5	39,5	4,5	7	9,6	12,6	24,4	1,36
19	Латвия	34,5	6,6	12	16,9	23,3	41,2	4,3	6,5	9,1	12,6	25,6	1,36
20	Литва	37	6,1	11,4	16,2	22,9	43,3	4,1	6,3	8,7	12,5	27,7	1,39
21	Люксембург	31	7,8	13,1	17,3	22,8	39,1	4,8	7	9,3	12,3	24,1	1,31
22	Македония	33,6	6	12,5	17,7	24,2	39,6	4,2	6,9	9,7	13,1	23,7	1,37
23	Мальта	28,5	8,9	13,3	17,7	22,8	37,3	5,2	7,2	9,4	12,2	22,8	1,27
24	Нидерланды	26,9	9,2	14,1	17,9	22,6	36,1	5,6	7,5	9,4	12	22,1	1,26
25	Норвегия	25	9,4	15,1	18,5	22,4	34,6	5,9	8	9,7	11,8	21,0	1,24

Таблица 7 (окончание)

	Страна	Gini	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	D2	D4	D6	D8	D10	a
26	Польша <sup>1)</sup>	28,8	8,5	13,8	17,6	22,5	37,6	5,3	7,4	9,4	12,0	23,3	1,28
27	Польша <sup>2)</sup>	29,8	7,9	13,4	17,7	23,1	37,8	5	7,2	9,4	12,4	22,9	1,30
28	Португалия	33,9	7	12,4	16,7	22,6	41,4	4,5	6,7	8,9	12,3	25,9	1,34
29	Словакия	24,3	9,3	15,2	18,8	23	33,7	5,9	8,1	9,8	12	19,9	1,24
30	Словения	24,4	9,5	14,9	18,7	22,9	34	5,7	7,9	9,8	12,1	20,1	1,24
31	Испания	34,5	6,2	12,2	17,3	23,7	40,7	4,2	6,7	9,3	12,9	24,9	1,37
32	Швеция	27,6	8,5	14,1	18,4	23,2	35,9	5,4	7,6	9,7	12,3	21,8	1,27
33	Швейцария	29,4	8,6	13,5	17,4	22,4	38,1	5,2	7,2	9,3	11,9	23,9	1,28
34	Тайвань (Китай)	30,3	8,2	13,2	17,2	22,8	38,7	5,0	7,07	9,1	12,3	23,7	1,30
35	Великобритания	31,5	7,7	13	17,2	22,9	39,2	5	7	9,2	12,3	24,3	1,31
36	США	38,3	5,7	11,1	16,3	22,7	44,3	3,8	6,1	8,8	12,4	28,5	1,41
37	Уругвай	36	7,0	11,4	16	22,3	43,3	4,2	6,2	8,6	12,2	27,7	1,36

<sup>1)</sup> Luxembourg Income Study, LIS 2018.

<sup>2)</sup> Eurostat 2018.