

УДК: 533.6.011.72

Двумерное моделирование воздействия импульсного локального нагрева на отрывное сверхзвуковое течение, вызванное его поворотом

А. С. Савельев

Объединенный институт высоких температур РАН,
Россия, 125412, г. Москва, ул. Ижорская, д. 13, стр. 2

E-mail: fisteh@mail.ru

Получено 07.11.2022, после доработки — 19.05.2023.

Принято к публикации 25.09.2023.

В работе исследуется влияние быстрого локального выделения тепла вблизи обтекаемой сверхзвуковым потоком газа (воздуха) поверхности на область отрыва, возникающую при быстром его повороте. Данная поверхность состоит из двух плоскостей, образующих при пересечении тупой угол, так что при обтекании этой поверхности сверхзвуковой поток газа поворачивается на положительный угол, что формирует косой скачок уплотнения, взаимодействующий с пограничным слоем и вызывающий отрыв потока. Быстрый локальный нагрев газа над обтекаемой поверхностью моделирует протяженный искровой разряд субмикросекундной длительности, пересекающий поток. Газ, нагретый в зоне разряда, взаимодействует с областью отрыва. Течение можно считать плоским, поэтому численное моделирование проводится в двумерной постановке. Численное моделирование проведено для ламинарного режима течения с использованием солвера sonicFoam пакета программ OpenFOAM.

В работе описан способ построения двумерной расчетной сетки с использованием шестигранных ячеек. Выполнено исследование сеточной сходимости. Приводится методика задания начальных профилей параметров течения на входе в расчетную область, позволяющая сократить время счета при уменьшении количества расчетных ячеек. Описан способ нестационарного моделирования процесса быстрого локального нагрева газа, заключающегося в наложении дополнительных полей повышенных значений давления и температуры, вычисленных из величины энергии, вложенной в набегающий сверхзвуковой поток газа, на соответствующие поля величин, предварительно полученные в стационарном случае. Параметры энерговклада в поток, соответствующие параметрам процесса инициирования электрического разряда, а также параметры набегающего потока близки к экспериментальным величинам.

При анализе данных численного моделирования получено, что быстрый локальный нагрев приводит к возникновению газодинамического возмущения (квазицилиндрической ударной волны и нестационарного завихренного течения), которое при взаимодействии с областью отрыва приводит к смещению точки отрыва вниз по потоку. В работе рассмотрен вопрос о влиянии энергии, затраченной на локальный нагрев газа, и положения места нагрева относительно точки отрыва на величину максимального ее смещения.

Ключевые слова: отрывное течение, сверхзвуковое течение, ударная волна

UDC: 533.6.011.72

Two-dimensional modeling of influence on detached supersonic gas flow caused by its turning by means of rapid local heating

A. S. Saveliev

Joint Institute for High Temperatures RAS,
13/2 Izhorskaya st., Moscow, 125412, Russia

E-mail: fisteh@mail.ru

*Received 07.11.2022, after completion – 19.05.2023.
Accepted for publication 25.09.2023.*

The influence of the process of initiating a rapid local heat release near surface streamlined by supersonic gas (air) flow on the separation region that occurs during a fast turn of the flow was investigated. This surface consists of two planes that form obtuse angle when crossing, so that when flowing around the formed surface, the supersonic gas flow turns by a positive angle, which forms an oblique shock wave that interacts with the boundary layer and causes flow separation. Rapid local heating of the gas above the streamlined surface simulates long spark discharge of submicrosecond duration that crosses the flow. The gas heated in the discharge zone interacts with the separation region. The flow can be considered two-dimensional, so the numerical simulation is carried out in a two-dimensional formulation. Numerical simulation was carried out for laminar regime of flow using the sonicFoam solver of the OpenFOAM software package.

The paper describes a method for constructing a two-dimensional computational grid using hexagonal cells. A study of grid convergence has been carried out. A technique is given for setting the initial profiles of the flow parameters at the entrance to the computational domain, which makes it possible to reduce the computation time by reducing the number of computational cells. A method for non-stationary simulation of the process of rapid local heating of a gas is described, which consists in superimposing additional fields of increased pressure and temperature values calculated from the amount of energy deposited in oncoming supersonic gas flow on the corresponding fields of values obtained in the stationary case. The parameters of the energy input into the flow corresponding to the parameters of the electric discharge process, as well as the parameters of the oncoming flow, are close to the experimental values.

During analyzing numerical simulation data it was found that the initiation of rapid local heating leads to the appearance of a gas-dynamic perturbation (a quasi-cylindrical shock wave and an unsteady swirling flow), which, when interacting with the separation region, leads to a displacement of the separation point downstream. The paper considers the question of the influence of the energy spent on local heating of the gas, and of the position on the streamlined surface of the place of heating relative to the separation point, on the value of its maximum displacement.

Keywords: detached flow, supersonic flow, shock wave

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 5, pp. 1283–1300 (Russian).

1. Введение

При обтекании сверхзвуковым потоком газа аэродинамической поверхности при положительном угле атаки вблизи задней кромки происходит резкий его поворот с образованием поверхности разрыва и положительного градиента давления. Этому градиенту давления подвержен и пограничный слой, который вблизи задней поверхности может оторваться от поверхности, что приводит к значительным изменениям условий обтекания, к росту силы сопротивления и к изменению условий теплообмена. Явление взаимодействия пограничного слоя с поверхностью разрыва встречается не только во внешней аэродинамике, но также и в тракте двигателя (воздухозаборнике) летательного аппарата, и это явление может привести к отрыву потока, заклиниванию канала, а также к возникновению нестационарных режимов работы двигателя.

В последнее время предпринимаются попытки управлять течением в пограничном слое с помощью создания плазмы вблизи обтекаемой поверхности. Плазма создается электрическими разрядами различного типа [Bletzinger et al., 2005; Moreau, 2007; Стариковский, Александров, 2021]. В зависимости от условий она может быть равновесной и неравновесной. Данную тенденцию можно объяснить несколькими обстоятельствами. Во-первых, развитие полупроводниковых приборов последних лет привело к значительному уменьшению размеров энергетических приборов с одновременным увеличением их мощности, а также к высокому значению эффективности преобразования энергии. Во-вторых, зажигание и выключение электрических разрядов являются значительно более быстрыми процессами, если проводить сравнение с пневматическими или механическими способами воздействия на поток. В-третьих, выключение электрического разряда приводит к быстрому возвращению к режиму обтекания без воздействия, так что использование его для управления свойствами течения может осуществляться только на некоторых режимах течения (например, при углах атаки, близких к критическим значениям). И наконец, относительно большое количество видов электрических разрядов позволят исследователям выбирать способ воздействия на поток, к примеру с помощью постоянного нагрева, с помощью импульсного и периодического нагрева, с помощью создания локальных областей ускорения набегающего потока ионным ветром и т. д. Отдельно следует отметить техническую возможность создания локальных зон энергоподвода в набегающем потоке над обтекаемой поверхностью с помощью фокусировки высокочастотного электрического поля и с помощью оптического пробоя.

Неравновесная плазма, создаваемая с помощью электрических разрядов относительно небольшой мощности, в настоящее время рассматривается в качестве способа воздействия на устойчивость течения относительно небольшой скорости (дозвуковые или трансзвуковые течения). Плазма с температурой, значительно превышающей статическую температуру газа, может быть эффективной в задачах обтекания тел сверхзвуковыми потоками, а также при инициации и стабилизации горения топлив в трактах силовых установок сверхзвуковых летательных аппаратов [Долгов, Колосов, Фирсов, 2019]. При использовании относительно горячей плазмы ее действие на поток можно рассматривать как локальный нагрев. При импульсном или импульсно-периодическом зажигании электрического разряда формируются газодинамические нестационарные течения, накладываемые на основной стационарный поток, что может приводить к перестроению всего течения в целом.

В работе [Falempin et al., 2015] исследуются режимы работы воздухозаборника модели сверхзвукового двигателя при постоянном нагреве газа с помощью электрического разряда на обтекаемой поверхности перед первым косым скачком. Показано, что в некоторых режимах работы воздухозаборника удастся увеличить коэффициент восстановления давления и массовый поток воздуха на 2 % за счет изменения конфигурации косых скачков, возникающих при нескольких поворотах на rampах, и, как следствие, за счет уменьшения размеров областей отрыва от внутренней поверхности модели. Авторы отмечают, что энергетический эффект, полученный от

воздействия нагрева потока плазмой, равен или даже меньше, чем затраченная электроэнергия, что ограничивает применение такого способа управления потоком случаями переходных или нерасчетных режимов работы двигателя, которые реализуются в течение относительно непродолжительного времени полета.

Другой задачей так называемой плазменной аэродинамики является управление отрывом пограничного слоя, вызванного как воздействием скачка уплотнения, так и превышением критического значения угла атаки аэродинамической модели к потоку, с помощью локального создания плазмы электрических разрядов. В работе [Roth, Sherman, Wikinson, 1998] эффект воздействия на устойчивость пограничного слоя с помощью поверхностного высокочастотного барьерного разряда был исследован на дозвуковом режиме (скорость потока до 26 м/с) обтекания поверхности в ламинарном, переходном и полностью турбулентном режимах. Было показано, что с помощью ускорения течения в непосредственной близости к поверхности можно существенно менять профиль скорости в пограничном слое и, как следствие, управлять величиной сопротивления. Авторы отмечают, что в этом случае эффектами нагрева следует пренебречь, так как по сравнению с ними ускорение слабоионизированной плазмы разряда в сильном электрическом поле имеет значительно больший эффект. Предложенный авторами способ управления течением в пограничном слое был развит в работах других авторов. К примеру, в работе [Oraits et al., 2005] было продемонстрировано, что с помощью применения диэлектрического барьерного разряда на поверхности модели крыла при закритических углах атаки можно предотвратить отрыв потока от обтекаемой поверхности. Исследования проводились при различных скоростях набегающего потока до 75 м/с. С помощью анализа измеренного распределения статического давления на обтекаемой поверхности показано, что эффект затягивания отрыва потока наблюдается при закритических значениях углах атаки, при этом вкладываемая электрическая мощность в разряд составляла величину (10 Вт) гораздо меньшую, чем мощность набегающего потока. Авторы предложили физико-математическую модель процесса распространения стримера, позволяющую объяснить ускорение пограничного слоя с помощью передачи импульса от ионов плазмы к нейтральным молекулам воздуха.

В работе [Likhanskii et al., 2010] рассмотрены теоретические пределы значения скорости ионного ветра, который формируется с помощью диэлектрического барьерного разряда, без учета вязких эффектов и при их учете. Показано, что эта скорость не превышает 80 м/с в случае воздушного потока атмосферного давления, при этом данная оценка завышена по крайней мере в два раза, так как не учитываются эффекты, связанные с вязкостью. Данное обстоятельство ставит под вопрос использование ионного ветра в задачах управления параметрами обтекания при высоких скоростях. В работе [Pоров et al., 2013] авторы использовали диэлектрический барьерный разряд наносекундной длительности, что позволило увеличить долю энергии, переходящей в локальный нагрев потока, поскольку ранее [Aleksandrov et al., 2010] теоретически было показано, что величина этой доли может достигать 50%. Постановка эксперимента осуществлялась в квазидвумерном случае, а в качестве обтекаемой модели использовалась модель крыла с длиной хорды 30 см, при этом скорость набегающего потока была равна 40 м/с. С помощью скоростного шлирен-фотографирования было показано, что в месте инициирования наносекундного барьерного разряда формируются квазицилиндрические ударные волны, наличие которых приводит к интенсификации передачи импульса от внешнего течения в пограничный слой. В работе проведено численное моделирование, которое подтверждает интенсификацию перемешивания в потоке при его быстром локальном нагреве.

В работе [Голуб и др., 2010] с помощью скоростной шлирен-визуализации было показано, что зажигание протяженного искрового разряда на поверхности модели крыла, обтекаемой сверхзвуковым потоком воздуха с числом Маха $M = 2$, приводит к кратковременному смещению точки отрыва вниз по потоку. Особенностью работы является способ энергоподвода в по-

ток, который позволяет существенно увеличить величину подводимой электрической мощности (до 5 кВт/м) по сравнению с барьерным разрядом, так как в конструкции разрядного устройства нет диэлектрических поверхностей, подверженных действию высокой напряженности электрического поля и действию плазмы разряда. В работе [Saveliev, 2018] методом Particle Image Velocimetry было проведено измерение пространственного распределения компонент вектора скорости в области отрыва потока в той же постановке, что и в работе [Голуб и др., 2010], в различные моменты времени после локального нагрева газа. Примененная экспериментальная методика подтвердила наблюдаемый ранее эффект кратковременного смещения точки отрыва вниз по потоку после локального нагрева.

Анализ работ по быстрому нагреву потока с помощью электрического разряда (различных типов) свидетельствует о том, что в потоке формируется ударная волна, распространяющаяся по движущемуся газу. В случае если модель и условия ее обтекания являются квазидвумерными, а процесс локального нагрева газа является быстрым, удастся численно промоделировать процессы формирования такого нестационарного течения и взаимодействия его с пограничным слоем без использования значительных вычислительных ресурсов. В этом случае нет необходимости моделировать процессы, происходящие в плазме разряда, а достаточно знать размеры области энерговыделения и величину энергии, которая израсходована на нагрев газа. Обычно величину энергии, которая идет на нагрев газа, измеряют косвенно путем сравнения нестационарных картин течения, получаемых в эксперименте и при численном моделировании того же процесса. В работе [Saveliev, 2019] с помощью двумерного нестационарного численного моделирования, в котором были заложены геометрия модели и параметры набегающего потока из работ [Голуб и др., 2010; Saveliev, 2018], была найдена доля энергии, которая переходит в локальный быстрый нагрев газа, и она составила до 7 % от запасенной электрической энергии. Одно из преимуществ численного моделирования перед экспериментом — это возможность варьировать некоторые параметры (например, энергию разряда и частоту его следования), которые в эксперименте менять трудно по той или иной причине. В работе [Saveliev, 2020] проведено численное моделирование локального нагрева газа при условиях эксперимента [Голуб и др., 2010; Saveliev, 2018]: при сверхзвуковом обтекании воздухом модели крыла в присутствии локального нагрева газа с помощью протяженного искрового разряда субмикросекундной длительности. Показано, что в численном моделировании также наблюдается формирование цилиндрической ударной волны, а ее воздействие на пограничный слой приводит к смещению точки отрыва потока к задней кромке модели крыла. Рассмотрены вопросы об импульсно-периодическом локальном нагреве газа и о влиянии этого процесса на положение точки отрыва. Показано, что в среднем по времени удастся сместить положение точки отрыва потока вниз по потоку к задней кромке.

Одной из особенностей указанных исследований является «геометрия» задачи, которая в том числе связана с демонстрацией возможности практического применения эффекта. Однако эта особенность является и недостатком работы, так как довольно сложно провести обобщение выводов на произвольную геометрию. Для того чтобы упростить эту геометрию и получить возможность такого обобщения, было принято решение исследовать обнаруженное ранее явление на примере поворота потока на тупом угле (рампа, рампа сжатия), где единственным линейным размером двумерной задачи является толщина пограничного слоя в исследуемой области течения на обтекаемой поверхности. Целью данной работы является численное моделирование процесса быстрого нагрева сверхзвукового потока воздуха, который претерпевает быстрый поворот на тупом угле, и демонстрация возможности управления положением точки отрыва потока с помощью данного процесса. В качестве параметров набегающего потока выбраны параметры, соответствующие параметрам конкретной экспериментальной установки, использовавшейся в предыдущих работах [Голуб и др., 2010; Saveliev, 2018], так как при необходимости моделируемый процесс может быть исследован экспериментально.

2. Численное моделирование

Численное моделирование процесса взаимодействия газодинамического возмущения, вызванного быстрым локальным нагревом набегающего потока воздуха, проведено с применением пакета программ OpenFOAM v.5 [Greenshields et al., 2010]. Как и ранее [Saveliev, 2019], использовался стандартный солвер sonicFoam [Asproulias, Revell, Craft, 2012; Kagenov et al., 2019]. Постановка задачи похожа на указанную в работе [Saveliev, 2019], однако в качестве геометрии задачи выбрана не поверхность модели крыла (NASA-профиля), а поверхность ramпы сжатия. Одинаковыми являются начальные и граничные условия. И в том и в другом случае поток, обтекая поверхность модели, претерпевает резкий поворот, что приводит к формированию косоугольного скачка уплотнения, взаимодействующего с пограничным слоем. В случае модели крыла это вызвано кривизной поверхности и, в большей степени, положительным углом атаки к набегающему потоку. В случае ramпы сжатия поток после обтекания плоской поверхности испытывает поворот на тупом угле ramпы, что также приводит к формированию косоугольного скачка уплотнения. Следует отметить, что во всех случаях моделирование являлось двумерным и ламинарным.

2.1. Геометрия задачи

На рис. 1 представлена геометрия расчетной области. Генерация расчетной сетки происходила с помощью утилиты blockMesh, встроенной в пакет программ OpenFOAM, а текст инструкций для этой утилиты генерировался с помощью программы (язык программирования Python v.2.7), в которой можно было задавать некоторые геометрические и физические параметры исследуемого процесса. Ячейки сетки имеют гексаэдрическую форму. Поскольку расчет ведется в двумерной постановке, толщина расчетной области (в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка) равна 1 ячейке. Координатная система выбрана следующим образом: ось x направлена вдоль отрезка AB , а ось y , соответственно, перпендикулярно оси x , при этом точка B имеет координаты $(0, 0)$.

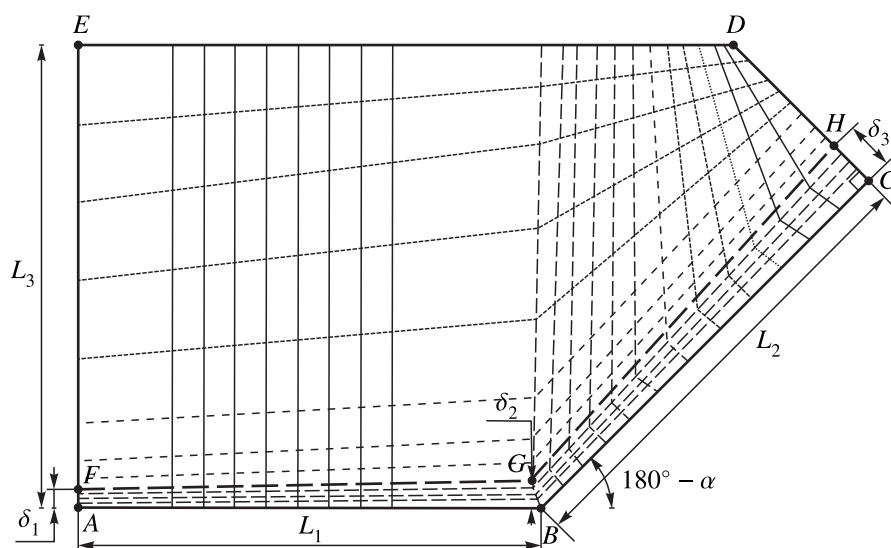


Рис. 1. Схематическое изображение расчетной сетки

В утилите генерации инструкций для создания расчетной сетки можно варьировать следующие геометрические параметры: угол ramпы ABC , размеры обтекаемых поверхностей L_1 (отрезок AB), L_2 (отрезок BC), а также высоту входной для потока поверхности L_3 (отрезок AE), начальную высоту пограничного слоя δ_1 , толщину пограничного слоя в непосредственной близости к углу ramпы δ_2 и в выходном сечении δ_3 . Вязкая часть течения была сосредоточена

в пограничном слое, расположенном в областях $AFGB$ и $BGHC$. Течение в остальной части расчетной области можно характеризовать как невязкое. Пунктирная линия (FG и GC) отделяет области пограничного слоя и невязкого течения. Размеры границы входа потока L_3 и обтекаемой поверхности L_1 и L_2 были равны 0,1 м ($L_1 = L_2 = L_3 = 0,1$ м), что соответствует характерному размеру в проведенной ранее экспериментальной работе [Saveliev, 2018].

Расчетная сетка имела сгущение, причем наименьшая высота ячейки реализуется у обтекаемой поверхности (отрезки AB и BC). Сделано это для того, чтобы обеспечить близкие значения градиента скорости на границах расчетных ячеек. При этом параметр сгущения рассчитывался таким образом, чтобы толщина ячейки, соприкасающаяся с пунктирной линией FG и GH со стороны пограничного слоя, была равна толщине ячейки, примыкающей к пунктирной линии со стороны невязкого течения. Также задавалось число расчетных ячеек сетки вдоль отрезков AF , FE , AB , BC . Как правило, в работе использовалась сетка, состоящая из нескольких десятков тысяч ячеек. Сетка разбивалась на четыре области, каждая из которых рассчитывалась на одном из четырех ядер процессора, так что отрезки AB и BC разбивались на две части каждый, то есть производилось разбиение расчетной области на четыре примерно равные по количеству ячеек области в направлении оси x .

Кроме того, можно было задавать физические параметры задачи: скорость набегающего потока V_∞ , статическое давление и температура набегающего потока p_∞ и T_∞ , а также энергия быстрого выделения тепла, размер области энерговыделения и ее положение в расчетной области. Такое энерговыделение задавалось как локальное повышение температуры и статического давления, которые рассчитывались в соответствии с изохорным процессом (то есть принималось, что плотность остается постоянной). Указанные выше параметры соответствовали параметрам сверхзвуковой аэродинамической трубы, применявшейся в выполненной ранее экспериментальной работе [Saveliev, 2018]: число Маха набегающего потока $M = 2$, $V_\infty = 520$ м/с, $p_\infty = 0,127$ атм, $T_\infty = 160$ К. В качестве движущейся среды задавался воздух с постоянной теплоемкостью. Динамический коэффициент вязкости вычислялся по формуле Сазерленда. Коэффициент теплопроводности рассчитывался из условия постоянства числа Прандтля $Pr = 0,71$.

2.2. Граничные условия

Граничные условия на входе в расчетную область (отрезки AF и FE) задавались постоянными (fixedValue [Sudharsan, Jambekhar, Babu, 2010]): скорость набегающего потока (V_∞), статическое давление (p_∞) и температура (T_∞). Условия для этих величины на выходе потока (отрезки CH , DH , DE) задавалось стандартными типами:

- zeroGradient (равенство нулю нормальной составляющей градиента величины [Sudharsan, Jambekhar, Babu, 2010]) для температуры;
- inletOutlet (переключение между fixedValue и zeroGradient в зависимости от направления вектора скорости [Sudharsan, Jambekhar, Babu, 2010]) для скорости;
- waveTransmissive (условие, предотвращающее отражение волн от границы [Poinsot, Lele, 1992]) для давления.

На поверхностях, соответствующих отрезкам AB и BC , устанавливалось условие адиабатической стенки без проскальзывания, то есть поток тепла через стенку равен нулю, как и скорость потока на стенке. В таблице 1 представлена информация о граничных условиях, реализованных программно в OpenFOAM, которые были установлены на соответствующих границах расчетной области.

Отдельно необходимо сказать об условиях на отрезке AF . В случае когда величина δ_1 равнялась нулю, точка A совпадала с точкой F , а скорость набегающего потока газа на всем

Таблица 1. Типы использованных граничных условий

Граница области	V	p	T
AF	fixedValue (codedFixedValue)	fixedValue	fixedValue (codedFixedValue)
FE	fixedValue	fixedValue	fixedValue
ED, DC	inletOutlet	waveTransmissive	zeroGradient
AB, BC	fixedValue	zeroGradient	zeroGradient

отрезке AE была равна V_∞ . Для того чтобы сократить время счета, в численном моделировании предусмотрена возможность задания параметров набегающего потока воздуха с вязкой составляющей (пограничный слой), при этом толщина пограничного слоя (определяемая как высота над поверхностью, где скорость составляет 99 % от V_∞) может быть задана. В случае несжимаемого течения вязкой жидкости форму начального профиля скорости на отрезке AF можно задать как профиль Блазиуса.

Однако в случае сжимаемого теплопроводящего газа в пограничном слое устанавливается не только профиль скорости, но также и температурный профиль. Чтобы не рассчитывать весь пограничный слой, а только часть его длины, приходящейся на область взаимодействия с ударной волной, на отрезке AF необходимо задать распределение скорости и статической температуры. Но если вместо этого на отрезке AF задать в качестве такого распределения постоянные скорость (равную V_∞) и температуру (равную T_∞), то пограничный слой начнет расти от точки A .

Реализация идеи о продолжении начального пограничного слоя в расчетную область связана с тем, что зачастую нет необходимости моделировать относительно большую часть течения, в которой формируется пограничный слой, поскольку в решаемой задаче необходимо моделировать только часть течения, в котором присутствуют уже развитый пограничный слой, косой скачок уплотнения, вызванный поворотом сверхзвукового потока на рампе, а также область отрыва, возникающая из-за взаимодействия пограничного слоя со скачком. Благодаря заданию распределений скорости и статической температуры на отрезке AF , удастся существенно сократить время счета задачи. Для этого на границе AF для скорости и температуры устанавливается граничное условие типа codedFixedValue (см. таблицу 1), с помощью которого задается постоянное во времени распределение вдоль отрезка AF соответствующей величины. Вопрос задания распределений скорости и температуры обсуждается в подпараграфе 2.4.

2.3. Сеточная сходимость

Чтобы определить оптимальное количество расчетных ячеек, проведено исследование сеточной сходимости. Для этого были построены несколько сеток с различным количеством расчетных ячеек. В таблице 2 представлена информация об использованных сетках: N_{AF} — количество ячеек поперек пограничного слоя, N_{AB} — количество ячеек вдоль пограничного слоя до угла рампы (см. рис. 1), N_{BC} — количество ячеек вдоль пограничного слоя после угла рампы, N_{FE} — количество ячеек поперек основного набегающего потока, N — общее количество расчетных ячеек. Так как в расчете используются исключительно гексаэдрические ячейки, то очевидно, что при задании указанных параметров количество ячеек разбиения по другим отрезкам расчетной области становится также заданным (например, $N_{AF} = N_{BG} = N_{CH}$, $N_{ED} = N_{AB} + N_{BC}$ и т. д.).

На рис. 2 представлен график зависимости относительного отклонения ε для различных параметров, полученных в численном моделировании, от общего числа ячеек N : толщина пограничного слоя δ , определяемая на отрезке DC как длина, на которой скорость меняется от 0 до $0,99V_\infty$, температура восстановления T_r , толщина температурного слоя, которая определяется на отрезке DC как расстояние от стенки (где реализуется температура газа T_r) до точки на указанном отрезке, в которой температура потока на 1 % отличается от T_∞ . Следует отметить,

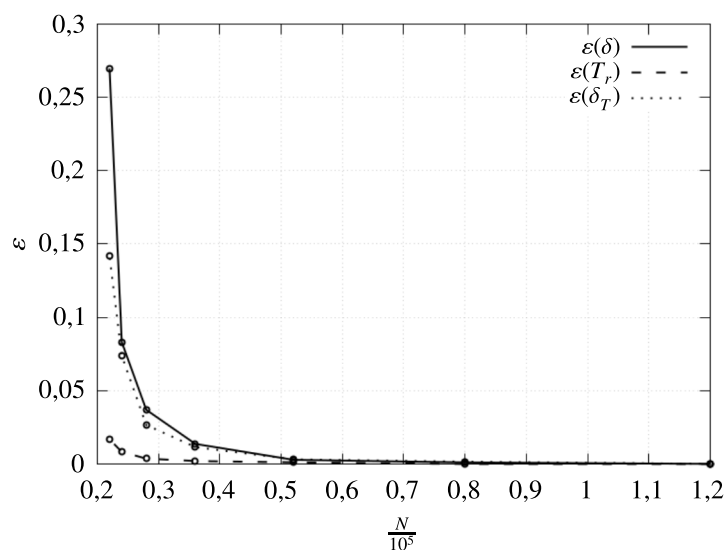


Рис. 2. Зависимость относительного изменения параметров ε при увеличении количества расчетных ячеек N

Таблица 2. Используемые сетки в исследовании сеточной сходимости

№	N_{AF}	N_{AB}	N_{BC}	N_{FE}	N
1	100	200	200	200	120 000
2	100	200	200	100	80 000
3	160	100	100	100	52 000
4	80	100	100	100	36 000
5	40	100	100	100	28 000
6	20	100	100	100	24 000
7	10	100	100	100	22 000

что в данном случае геометрия была выбрана таким образом, что угол ramпы равен $\alpha = 0^\circ$, то есть отрезки AB и BC лежат на одной прямой, а толщина области расчета вязкого течения задавалась равной 1 мм ($\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0,001$ м). При этом на отрезке AF , длина которого δ_1 , задавались постоянные значения статической температуры T_∞ и скорости потока V_∞ . Значения относительного отклонения рассчитывались по следующим формулам:

$$\varepsilon(a) = \frac{|a_i - a_1|}{a_1},$$

где a_1 — параметр (δ , δ_T или T_r), полученный в результате численного моделирования на сетке № 1 (см. таблицу 2), а a_i — тот же параметр, полученный при использовании других сеток из таблицы 2.

2.4. Проблема продолжения пограничного слоя

Как отмечено выше, в разделе о граничных условиях, проблема продолжения пограничного слоя в расчетную область является нетривиальной задачей. Особенно сложна она в случае моделирования турбулентного течения либо течения с большим значением числом Маха, когда существенными являются явления изменения химического состава газа, теплоемкости и других термодинамических параметров газа. В случае, соответствующем экспериментальным условиям [Saveliev, 2018], такие изменения не являются существенными, так как температура в потоке не может превысить температуру торможения, которая в данном случае близка к комнатной,

а число Маха набегающего потока $M = 2$. Кроме того, в данной работе моделирование проводится без учета турбулентности, поскольку в экспериментальных условиях может реализовываться ламинарный режим течения [Chapman, Kuehn, Larson, 1958].

Для условий, соответствующих экспериментальным (по параметрам набегающего сверхзвукового потока воздуха и по характерному размеру обтекаемой поверхности в эксперименте 10 см), было проведено дополнительное исследование, заключающееся в том, что сначала рассчитывался начальный профиль температуры и скорости в пограничном слое при условии, что он начинает расти из точки A (см. рис. 1). Полученный профиль скорости и статической температуры на отрезке HC становился начальным профилем скорости и температуры на отрезке AF . Причем для этого профили скорости $V(y)$ и температуры $T(y)$ аппроксимировались следующими зависимостями:

$$V(y) = V_{\infty} (1 - \exp(-cy^n)), \quad (1)$$

$$T(y) = \frac{T_r + T_{\infty}}{2} + \frac{T_r - T_{\infty}}{2} \operatorname{sign}(y - b)(\exp(-k|y - b|) - 1), \quad (2)$$

где c , n , b , k — константы, которые могут быть получены аппроксимацией профиля скорости в пограничном слое, полученным на отрезке CH . Если принять, что в численном моделировании задаются статическая температура потока T_{∞} , температура восстановления T_r , толщина пограничного слоя δ , а также сама форма распределения температуры и скорости, как это указано выше, то можно данные константы выразить следующим образом:

$$n = 1,67, \quad c = \frac{\ln(100)}{\delta^n}, \quad b = \frac{\delta}{1,31}, \quad k = \frac{4,0}{b},$$

причем численные значения в указанных выше выражениях получаются при аппроксимации профилей соответствующих величин в пограничном слое, рассчитанном в случае, когда он растет от точки A (начальный расчет). Если зависимости температуры и скорости вблизи обтекаемой поверхности выбраны правильно, то следует ожидать, что форма профиля на входе (то есть зависимость, рассчитанная по указанным выше формулам) температуры или скорости должна совпасть с формой профиля на выходе из расчетной сетки (то есть на отрезке CH). В рассчитанном профиле можно указать величину δ , T_r и сравнить безразмерные зависимости:

$$\frac{V}{V_{\infty}} \left(\frac{y}{\delta} \right), \quad \frac{T - T_{\infty}}{T - T_r} \left(\frac{1,31y}{\delta} \right),$$

и если они совпадают, то эти зависимости возможно использовать при моделировании с заданием начального профиля скорости и температуры в пограничном слое. На рис. 3 представлено такое сравнение в случае, когда в расчете задаются начальные профили вблизи обтекаемой поверхности, соответствующие пограничному слою с толщиной $\delta = 0,8$ мм. Представленные на рисунке кривые 1–3 соответствуют обтеканию поверхности длиной 0,2 м на входе в расчетную область, в середине области, на выходе из области соответственно. Дополнительно на графиках рис. 3 представлены кривые 4, соответствующие отдельно выполненному расчету с длиной отрезка AC , равной 2 м.

Следует отметить, что выбор зависимостей (1)–(2) является произвольным и имеет ряд недостатков, связанных с тем, что в этих зависимостях присутствуют эмпирически полученные численные значения, которые, вообще говоря, ниоткуда не следуют. Кроме того, в профиле скорости, рассчитанном по (1), присутствует точка перегиба, чего в эксперименте не может наблюдаться, поскольку это может привести к отрыву пограничного слоя. Тем не менее вычислительный эксперимент показывает, что в рассчитанном профиле скорости в пристеночном течении точка перегиба быстро исчезает. В дополнение к сказанному необходимо отметить, что

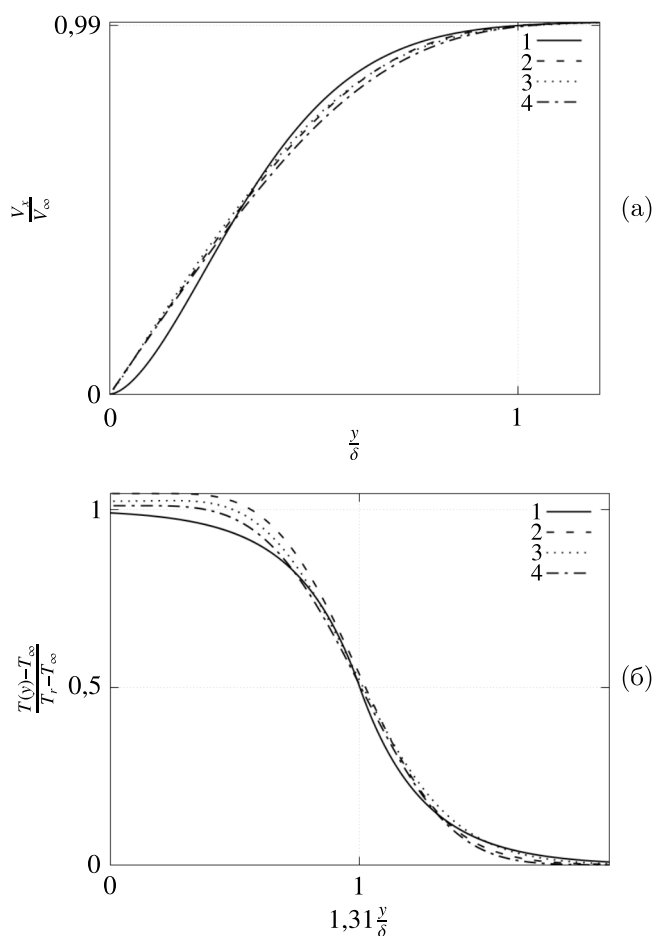


Рис. 3. Сравнение профилей скорости (а) и температуры (б) в различных точках вдоль обтекаемой поверхности при задании начального профиля пограничного слоя с его толщиной 0,8 мм: 1 — начальный профиль, задаваемый по формулам (1)–(2) ($x = -0,1$ м, AF); 2, 3 — полученные профили в расчете в точках $x = 0$ м и $x = 0,1$ м (CH); 4 — профили, полученные в расчете на выходе из расчетной области с длиной пограничного слоя 2 м

выбор зависимостей (1)–(2) является произвольным, но, как кажется, достаточно подходящим. При необходимости данная методика может быть использована с применением других форм зависимостей скорости и температуры от расстояния до стенки, например, в случае турбулентного пограничного слоя.

2.5. Моделирование быстрого локального нагрева потока

Как отмечалось выше, моделирование процесса быстрого локального нагрева потока проводилось с помощью наложения дополнительного поля значений температуры и давления, а поле плотности оставалось неизменным. Это соответствует процессу быстрого энерговыделения в поток с помощью протяженного искрового разряда длительностью, которая гораздо меньше, чем пролетное время [Saveliev, 2018].

Для этого прежде всего проводилось численное моделирование процесса обтекания рампы сжатия в соответствии с алгоритмом, описанным выше. Перед запуском счета на всю расчетную область устанавливались значения параметров течения такие же, как в экспериментальной работе. После установления решения получается поле параметров течения (скорость, давление, температура) во всей расчетной области, при этом на обтекаемой поверхности можно выделить

отрывную область, характеризующуюся возвратным течением и повышенным значением давления. На это стационарное поле течений устанавливалось поле повышенных значений давления и температуры в соответствии с [Saveliev, 2019], и счет запускался снова. В работе рассматривается вопрос о нагреве газа не только на обтекаемой поверхности, но также и над нею.

3. Полученные результаты и обсуждение

Для исследования взаимодействия газодинамического возмущения, вызванного быстрым локальным нагревом газа, с областью отрыва применялась следующая методика. По полученным в численном моделировании полям компонент вектора скорости для различных времен после локального нагрева (момент времени $t = 0$) строились зависимости скорости вдоль стенки V_x от координаты x . На самой поверхности в соответствии с граничными условиями скорость равна нулю, так что значения брались в ближайших к стенке ячейках. В том месте (с координатой x_{SP}) на поверхности, где величина V_x меняла знак на противоположный, предполагалось наличие точки отрыва потока. Величина x_{SP0} соответствует положению точки отрыва до момента энерговыделения.

На рис. 4 представлен пример полученных в численном моделировании полей температуры над поверхностью рампы сжатия с углом 165° в различные моменты времени после локального нагрева потока: 0 мкс, 150 мкс, 300 мкс. В этом случае величина энергии составляет 10 Дж/м, радиус начальной области — 1 мм, что соответствует локальному повышению давления $\Delta p = 25$ атм. Представлен пример результата моделирования нагрева газа над обтекаемой поверхностью, проведенного с целью определить, как данный способ локального нагрева воздействует на картину обтекания поверхности с областью отрыва. Видно, что, несмотря на относительно большую энергию нагрева, область повышенной температуры растет в размере первые несколько десятков микросекунд, но затем на достаточно длительное время сохраняет свои размеры и не касается поверхности рампы. Это важно отметить, так как известно [Чжен, 1972], что при повышении температуры обтекаемой поверхности в пограничном слое увеличивается продольный градиент давления за счет увеличения вязкости газа и, соответственно, увеличивается протяженность области отрыва. Кроме того, за счет отражения цилиндрической ударной волны от поверхности область повышенной температуры претерпевает деформацию, что видно на рис. 4.

С помощью методики, описанной в начале данного раздела, получена зависимость положения точки отрыва от времени. На рис. 5, а представлены графики зависимости скорости в пограничном слое вблизи стенки в различные моменты времени, соответствующие полям скоростей рис. 4, а также полученная из них зависимость положения точки отрыва от времени после нагрева газа (рис. 5, б). Видно, что выделение тепла вблизи поверхности перед областью отрыва приводит к кратковременному смещению точки отрыва вниз по потоку и, соответственно, уменьшению размеров области отрыва. При этом следует обратить внимание, что на графике временной зависимости положения точки отрыва видно (рис. 5, б, около 170 мкс), что это положение быстро меняется со скоростью, которая не может быть реализована в течении газа. Этот эффект связан с тем, что вблизи начального положения точки отрыва начинает формироваться новое отрывное течение, что отражено на графике резким ростом. Следует отметить, что представленные картины схожи с теми, что были получены в предыдущем исследовании [Saveliev, 2019], где в качестве обтекаемой поверхности была использована модель крыла.

На рис. 6 представлена зависимость максимального смещения точки отрыва вниз по потоку, нормированного на толщину пограничного слоя δ , при различных условиях тепловыделения в поток. В качестве величины толщины пограничного слоя δ принимается расстояние от стенки до точки, где скорость потока достигает 0,99 от величины набегающего потока V_∞ , и в месте, где происходит взаимодействие скачка с пограничным слоем. Такое максимальное смещение точки отрыва может быть продемонстрировано на примере, представленном выше на рис. 5, где на

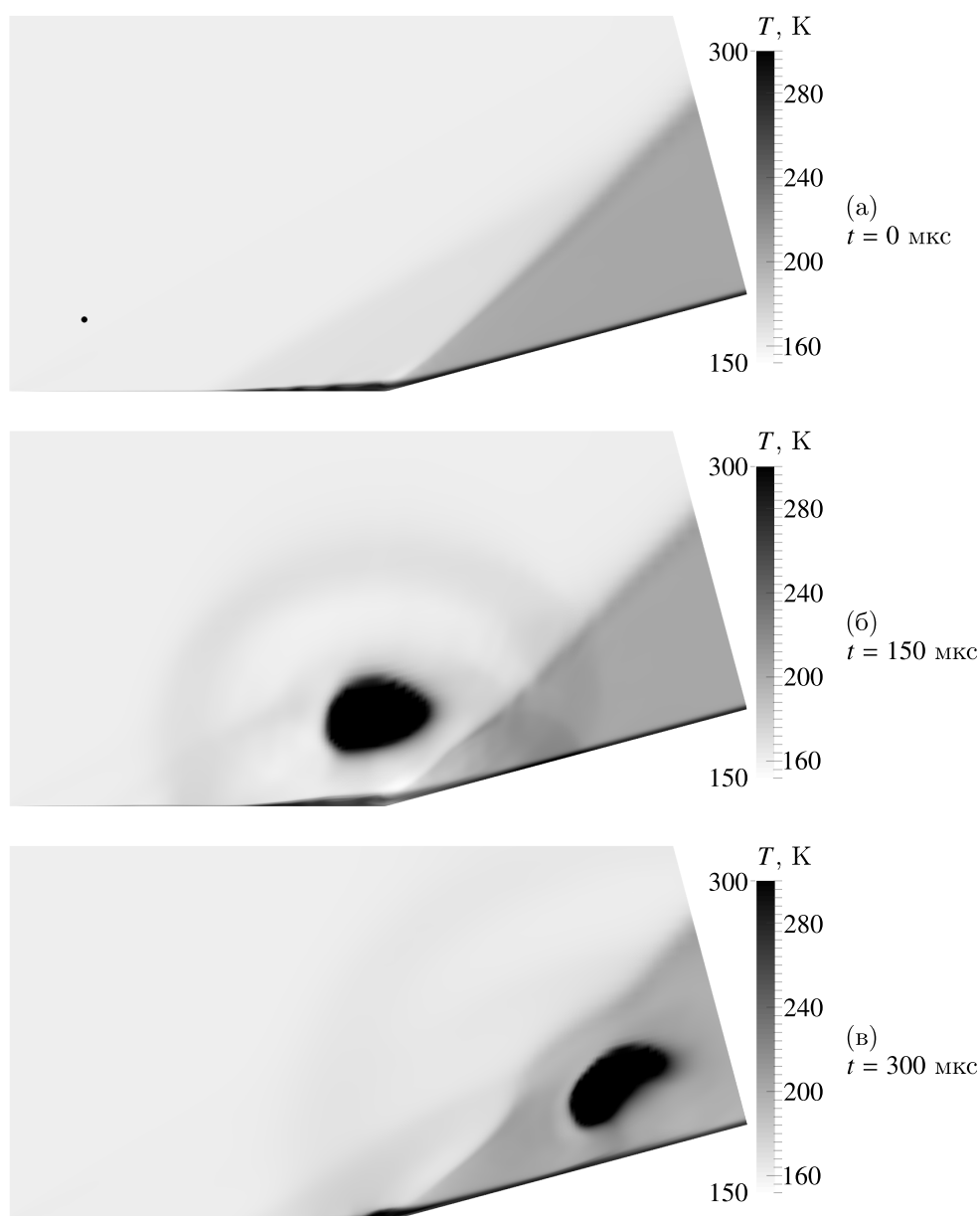


Рис. 4. Пример рассчитанных полей температуры в различные моменты времени t после выделения тепла в поток над поверхностью

графике зависимости положение точки отрыва (относительно точки B расчетной сетки) минимально в момент времени около 170 мкс. Следовательно, в этот момент времени смещение точки отрыва максимально.

Кривая 1 (базовая кривая) соответствует случаю выделения тепла на обтекаемой поверхности перед точкой отрыва при различных энергиях нагрева. Эта энергия была пересчитана (в соответствии с [Saveliev, 2019]) в дополнительную величину давления Δp , отнесенную к статическому давлению набегающего потока p_∞ . Кроме базовой кривой, соответствующей результатам моделирования с изменением только величины энергии, выделенной в поток, на графике отложены точки с изменением положения места энерговклада: x_d, y_d — координаты центра области локального нагрева газа, x_{sp0} — начальное положение точки отрыва.

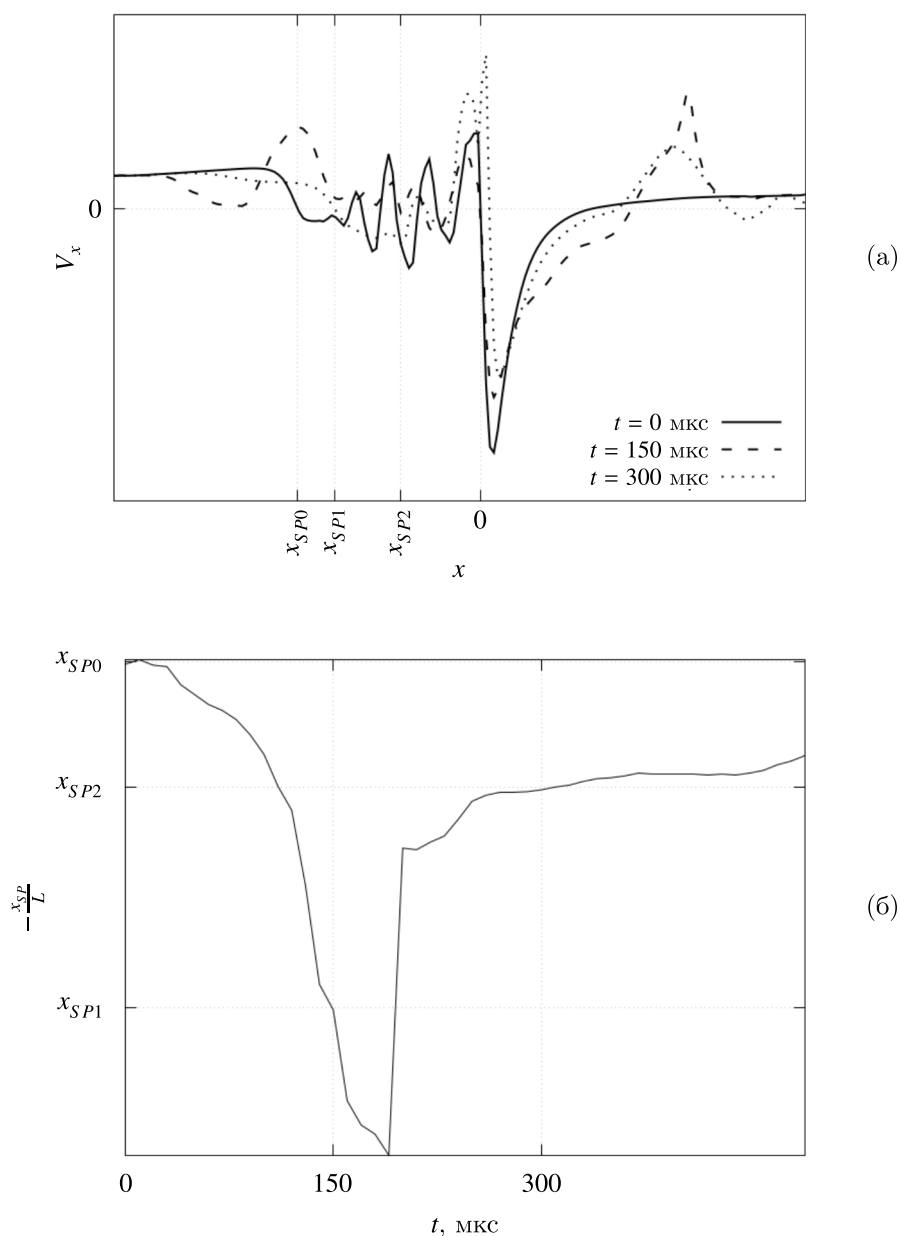


Рис. 5. Распределение скорости потока вблизи стенки рампы в различные моменты времени (а) и зависимость положения точки отрыва от времени после выделения тепла (б)

Увеличение энергии быстрого локального нагрева приводит к увеличению положительного эффекта смещения точки отрыва. Объяснением этого является то обстоятельство, что при повышении энергии растет величина давления за фронтом цилиндрической ударной волны, которая взаимодействует с областью отрыва потока. В области отрыва потока действует практически постоянное вдоль поверхности давление, и нахождению величины этого давления посвящено множество работ (см., например, эксперимент [Charman, Kuehn, Larson, 1958]). Следовательно, время воздействия нестационарного возмущения, вызванного разрядом, на область отрыва будет тем больше (а значит, и величина смещения точки отрыва), чем больше энергия нагрева. С другой стороны, как показано в [Saveliev, 2019] в соответствии с теорией сильного взрыва, зависимость параметров нестационарного течения за фронтом цилиндрической ударной волны

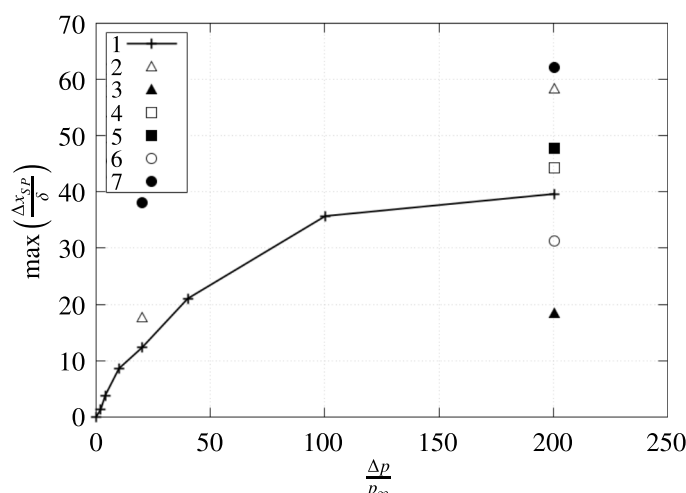


Рис. 6. Зависимость максимального смещения точки отрыва от энергии нагрева при различных координатах его инициирования ($x_d - x_{SP0}, y_d$): 1 — $(-20, 0)\delta$, 2 — $(-15, 0)\delta$, 3 — $(13, 0)\delta$, 4 — $(-42, 0)\delta$, 5 — $(-42, 14)\delta$, 6 — $(-42, 56)\delta$, 7 — $(-98, 56)\delta$

от энергии является заметно слабее линейной, что подтверждается ходом базовой кривой 1 на представленном рисунке.

Точки, соответствующие номерам 2–7 на графике, получены для того же случая обтекания рампы сжатия, но при различном положении места нагрева и для различной величины энергии (точки 2, 7). Точка 3 соответствует случаю энерговыклада внутри области отрыва, то есть ниже по потоку относительно начального положения точки отрыва. В этом случае регистрируется наименьший положительный эффект смещения точки отрыва. Такой же результат получен ранее в эксперименте [Saveliev, 2018]. Следует также отметить, что при нагреве в непосредственной близости к точке отрыва (точка 6 на графике) наблюдается усиление эффекта ее смещения вниз по потоку. Объяснением этому может служить также явление затухания во времени величины давления за фронтом цилиндрической ударной волны, которое также рассматривалось ранее в работе [Saveliev, 2019].

При сравнении случаев с одинаковой величиной энергии оказывается, что наилучшим вариантом локального нагрева потока является случай его инициирования перед точкой отрыва (то есть выше по потоку) и на некотором расстоянии от обтекаемой поверхности (см. точки 7). Причиной этому является действие нестационарного давления, которое, затухая, двигается с фронтом ударной волны, но при этом не происходит нагрева пограничного слоя, как в случае, когда энерговыклад происходит на поверхности (см. рис. 4).

4. Заключение

С помощью численного моделирования показана возможность воздействия на область отрыва с помощью быстрого локального энерговыклада. Данное явление наблюдалось и исследовалось экспериментально и с помощью численного моделирования в более сложной геометрии [Saveliev, 2018; Saveliev, 2019]. Как и ранее, в работе показано, что локальный нагрев потока выгоднее в месте, находящемся выше по потоку относительно начального положения точки отрыва. Принципиально новым результатом является то, что локальный нагрев может давать больший эффект смещения точки отрыва при его инициировании над поверхностью тела. Объяснением этому может быть то обстоятельство, что в численном моделировании не наблюдается передача тепла в приповерхностный слой (пограничный слой), а слаборасширяющаяся область

нагретого газа быстро смещается из расчетной области набегающим потоком воздуха. Поскольку в экспериментальных работах [Голуб и др., 2010; Saveliev, 2018] было невозможно провести быстрый локальный нагрев газа с помощью электрического разряда на некотором расстоянии от поверхности, то применение численного моделирования к задаче управления отрывным течением с помощью энерговыделения — это одна из мотиваций для проведения данной работы.

Полученные в результате численные данные о смещении положения точки отрыва при различной энергии нагрева свидетельствуют о нецелесообразности управления параметрами воздействия на отрыв только с помощью изменения величины этой энергии. Полученная зависимость величины максимального смещения точки отрыва вниз по потоку от энергии в выбранный диапазон значений близка к степенной, а увеличение энергии локального нагрева на один порядок приводит к увеличению смещения положения точки отрыва в три раза. Данное обстоятельство дает повод искать другие пути увеличения эффекта воздействия локального нагрева на область отрыва, например, с помощью его инициирования на некотором расстоянии над поверхностью, а также на некотором расстоянии от положения точки отрыва вверх по потоку.

Результаты численного моделирования показывают увеличение эффекта смещения положения точки отрыва при нагреве газа в некотором месте над обтекаемой поверхностью. В частности, локальный нагрев на расстоянии 56 толщин пограничного слоя (в месте взаимодействия со скачком уплотнения) от поверхности в три раза эффективнее с точки зрения смещения точки отрыва, чем локальный нагрев на поверхности внутри области отрыва при той же величине энергии нагрева. Таким образом, нагрев над поверхностью позволяет добиться эффекта смещения точки отрыва той же величины при энергии нагрева, на порядок меньшей, чем требуется в случае нагрева на поверхности. Кроме того, результаты моделирования нагрева набегающего газа над поверхностью при максимальной энергии, рассмотренной в серии вычислительных экспериментов, свидетельствуют об увеличении положительного эффекта смещения точки отрыва. Расстояние вдоль поверхности от места нагрева до точки отрыва также влияет на величину смещения этой точки. Следует отметить, что нагрев на поверхности внутри области отрыва приводит к существенному уменьшению максимального смещения точки отрыва. С другой стороны, результаты численного моделирования свидетельствуют о том, что нагрев более выгоден на некотором расстоянии от точки отрыва вверх по потоку. В данной работе оптимальной величиной этого расстояния (в направлении вдоль потока) было расстояние, равное 96 толщинам пограничного слоя в месте взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем.

Существенное влияние места нагрева относительно точки отрыва на ее положение позволяет рассмотреть в дальнейшем вопрос об импульсно-периодическом нагреве газа с целью добиться не кратковременного, а постоянного в среднем по времени эффекта такого смещения вниз по потоку. Поскольку при реализации рассмотренного в настоящей работе способа управления отрывным течением подводимая мощность будет лимитирована, то уменьшение энергии в одном импульсе быстрого нагрева позволиткратно увеличить частоту следования такого нагрева.

Список литературы (References)

- Голуб В. В., Савельев А. С., Сеченов В. А., Сон Э. Е., Терешонок Д. В. Плазменная аэродинамика в сверхзвуковом потоке газа // Теплофизика высоких температур. — 2010. — Т. 48, № 6. — С. 948–955.
- Golub V. V., Saveliev A. S., Sechenov V. A., Son E. E., Tereshonok D. V. Plasma aerodynamics in a supersonic gas flow // High Temperature. — 2010. — Vol. 48, No. 6. — P. 903–909. (Original Russian paper: Golub V. V., Saveliev A. S., Sechenov V. A., Son E. E., Tereshonok D. V. Plazmennaya aerodinamika v sverkhzvukovom potoke gaza // Teplofizika vysokih temperatur. — 2010. — Vol. 48, No. 6. — P. 948–955.)*
- Долгов Е. В., Колосов Н. С., Фирсов А. А. Исследование влияния искрового разряда на смешение струи газообразного топлива со сверхзвуковым воздушным потоком // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 5. — С. 849–860.

- Dolgov E. V., Kolosov N. S., Firsov A. A.* Issledovanie vliyaniya iskrovogo razryada na smeshenie strui gazoobraznogo topliva so sverkhzvukovym vozdushnym potokom [The study of the discharge influence on mixing of gaseous fuel jet with the supersonic air flow] // *Computer Research and Modeling*. — 2019. — Vol. 11, No. 5. — P. 849–860 (in Russian).
- Стариковский А. Ю., Александров Н. Л.* Управление газодинамическими потоками с помощью сверхбыстрого локального нагрева в сильнонеравновесной импульсной плазме // *Физика плазмы*. — 2021. — Т. 47, № 2. — С. 126–192.
- Starikovskiy A. Yu., Aleksandrov N. L.* Gasdynamic flow control by ultrafast local heating in a strongly nonequilibrium pulsed plasma // *Plasma Physics Reports*. — 2021. — Vol. 47, Is. 2. — P. 148–209. (Original Russian paper: *Starikovskiy A. Yu., Aleksandrov N. L.* Upravlenie gazodinamicheskimi potokami s pomoshch'yu sverhbystrogo lokal'nogo nagreva v sil'noneravnovesnoj impul'snoy plazme // *Fizika plazmy*. — 2021. — Vol. 47, No. 2. — P. 126–192.)
- Чжен П.* Отрывные течения. — Т. 1. — М.: Мир, 1972.
- Chang P. K.* Separation of flow. — Vol. 1. — Oxford, UK: Pergamon, 1970. (Russ. ed.: *Chzhen P.* Otryvnye techeniya. — Vol. 1. — Moscow: Mir, 1972.)
- Aleksandrov N. L., Kindysheva S. V., Nudnova M. M., Starikovskiy A. Yu.* Mechanism of ultra-fast heating in a non-equilibrium weakly ionized air discharge plasma in high electric fields // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2010. — Vol. 43, No. 25. — P. 1–19.
- Asproulias I., Revell A. J., Craft T. J.* An investigation into solver strategies for the modelling of compressible turbulent flow // *Kontis K. (eds.) 28th International Symposium on Shock Waves*. — Berlin, Heidelberg: Springer, 2012. — P. 257–262.
- Bletzinger P., Ganguly B. N., VanWie D., Garscadden A.* Plasmas in high speed aerodynamics // *Journal of Physycs D: Applied Physics*. — 2005. — Vol. 38. — P. 33–57.
- Chapman D. R., Kuehn D. M., Larson H. K.* Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition // *NACA Report 1356*. — 1958. — P. 419–460.
- Falempin F., Firsov A. A., Yarantsev D. A., Goldfeld M. A., Timofeev K., Leonov S. B.* Plasma control of shock wave configuration in off-design mode of $M = 2$ inlet // *Experiments in Fluids*. — 2015. — Vol. 56, No. 3. — P. 1–10.
- Greenshields C. J., Weller H. G., Gasparini L., Reese J. M.* Implementation of semi-discrete, non-staggered central schemes in a colocated, polyhedral, finite volume framework, for high-speed viscous flows // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. — 2010. — Vol. 63, No. 1. — P. 1–21.
- Kagenov A. M., Kostyushin K. V., Kotonogov V. A., Pomiluyko A. S., Aligasanova K. L., Burgomistrenko R. Yu., Ereminet I. V.* Mathematical modelling of a single supersonic jet impingement with a flat obstacle // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. — 2019. — Vol. 597. — 012076.
- Likhanskii A. V., Shneider M. N., Opaits D. F., Miles R. B., Macheret S. O.* Limitations of the DBD effects on the external flow // *Proc. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. — Orlando, FL, USA, 2010. — P. 1–13.
- Moreau E.* Airflow control by non-thermal plasma actuators // *Journal of Physycs D: Applied Physics*. — 2007. — Vol. 40. — P. 605–636.
- Opaits D. F., Roupasov D. V., Starikovskaia S. M., Starikovskii A. Yu., Zavialov I. N., Saddoughi S. G.* Plasma control of boundary layer using low-temperature non-equilibrium plasma of gas discharge // *Proc. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. — Reno, NV, USA, 2005. — P. 1–6.
- Poinsot T. J., Lele S. K.* Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows // *Journal of Computational Physics*. — 1992. — Vol. 101. — P. 104–129.
- Popov I. B., Nikipelov A., Pancheshnyi S., Correale G., Hulshoff S. J., Veldhuis L. L. M., Zaidi S., Starikovskiy A. Yu.* Experimental study and numerical simulation of flow separation control with pulsed nanosecond discharge actuator // *Proc. 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. — Grapevine, TX, USA, 2013. — P. 1–11.

- Roth J. R., Sherman D. M., Wikinson S. P.* Boundary layer flow control with a one atmosphere uniform glow discharge surface plasma // Proc. 36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. — Reno, NV, USA, 1998. — P. 1–28.
- Saveliev A. S.* 2D simulation of interaction between separation region and gasdynamic perturbation caused by rapid heat release in supersonic airflow // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — Vol. 1698. — 012007.
- Saveliev A. S.* Determination of the fraction of electrical energy released in the oncoming supersonic airflow using long spark discharge // Journal of Physics: Conference Series. — 2019. — Vol. 1394. — 012011.
- Saveliev A. S.* Visualization of interaction between gas-dynamic perturbation caused by spark discharge and detached supersonic airflow // Journal of Physics: Conference Series. — 2018. — Vol. 1112. — 012014.
- Sudharsan N. M., Jambekhar V. A., Babu V.* A validation study of OpenFOAM using the supersonic flow in a mixed compression intake // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. — 2010. — Vol. 224, No. 6. — P. 673–679.