

УДК: 681.5

## Управление высокоманевренным мобильным роботом в задаче следования за объектом

Е. А. Микишанина<sup>а</sup>, П. С. Платонов<sup>б</sup>

Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова,  
Россия, 428015, Чувашия, г. Чебоксары, Московский пр-т, д. 15

E-mail: <sup>а</sup> evaeva\_84@mail.ru, <sup>б</sup> platonov1998@chuvsu.ru

*Получено 23.04.2023, после доработки — 30.06.2023.*

*Принято к публикации 11.07.2023.*

Данная статья посвящена разработке алгоритма траекторного управления высокоманевренной транспортной четырехколесной робототехнической платформой, оснащенной месапит-колесами, с целью организации ее движения за некоторым подвижным объектом. Представлен расчет кинематических соотношений данной платформы в фиксированной системе координат, необходимый для определения угловых скоростей колес робота в зависимости от заданного вектора скорости. Разработан алгоритм движения робота за мобильным объектом на плоскости без препятствий на основе использования модифицированного метода погони с использованием разных видов управляющих функций. Метод погони заключается в том, что вектор скорости геометрического центра платформы сонаправлен с вектором, соединяющим геометрический центр платформы и движущийся объект. Реализовано два вида управляющих функций: кусочная и постоянная. Под кусочной функцией имеется в виду управление с режимами переключения в зависимости от расстояния от робота до цели. Главной особенностью кусочной функции является плавное изменение скорости робота. Также управляющие функции разделяются по характеру поведения при приближении робота к цели. При применении одной из кусочных функций движение робота замедляется при достижении определенного расстояния между роботом и целью и полностью останавливается при критичном расстоянии. Другой вид поведения при приближении к цели заключается в изменении направления вектора скорости на противоположный, если расстояние между платформой и объектом будет минимально допустимым, что позволяет избежать столкновения при движении цели в направления робота. Данный вид поведения при приближении к цели реализован для кусочной и постоянной функции. Выполнено численное моделирование алгоритма управления роботом для различных управляющих функций в задаче преследования цели, где цель движется по окружности. Представлен псевдокод алгоритма управления и управляющих функций. Показаны графики траектории робота при движении за целью, изменения скорости, изменения угловых скоростей колес от времени для различных управляющих функций.

Ключевые слова: мобильный робот, задача преследования, алгоритмы управления

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-21-10019, <https://rscf.ru/project/23-21-10019/>).

UDC: 681.5

## Motion control by a highly maneuverable mobile robot in the task of following an object

E. A. Mikishanina<sup>a</sup>, P. S. Platonov<sup>b</sup>

Chuvash State University,  
15 Moskovskii pr-t, Cheboksary, Chuvash Republic, 428015, Russia

E-mail: <sup>a</sup> evaeva\_84@mail.ru, <sup>b</sup> platonov1998@chuvsu.ru

Received 23.04.2023, after completion — 30.06.2023.  
Accepted for publication 11.07.2023.

This article is devoted to the development of an algorithm for trajectory control of a highly maneuverable four-wheeled robotic transport platform equipped with mecanum wheels, in order to organize its movement behind some moving object. The calculation of the kinematic ratios of this platform in a fixed coordinate system is presented, which is necessary to determine the angular velocities of the robot wheels depending on a given velocity vector. An algorithm has been developed for the robot to follow a mobile object on a plane without obstacles based on the use of a modified chase method using different types of control functions. The chase method consists in the fact that the velocity vector of the geometric center of the platform is co-directed with the vector connecting the geometric center of the platform and the moving object. Two types of control functions are implemented: piecewise and constant. The piecewise function means control with switching modes depending on the distance from the robot to the target. The main feature of the piecewise function is a smooth change in the robot's speed. Also, the control functions are divided according to the nature of behavior when the robot approaches the target. When using one of the piecewise functions, the robot's movement slows down when a certain distance between the robot and the target is reached and stops completely at a critical distance. Another type of behavior when approaching the target is to change the direction of the velocity vector to the opposite, if the distance between the platform and the object is the minimum allowable, which avoids collisions when the target moves in the direction of the robot. This type of behavior when approaching the goal is implemented for a piecewise and constant function. Numerical simulation of the robot control algorithm for various control functions in the task of chasing a target, where the target moves in a circle, is performed. The pseudocode of the control algorithm and control functions is presented. Graphs of the robot's trajectory when moving behind the target, speed changes, changes in the angular velocities of the wheels from time to time for various control functions are shown.

Keywords: mobile robot, the task of pursuit, control algorithms

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 5, pp. 1301–1321 (Russian).

This work was supported by the Russian Science Foundation (Project No. 23-21-10019, <https://rscf.ru/en/project/23-21-10019/>).

## Введение

Данная работа посвящена разработке алгоритма траекторного управления высокоманевренной транспортной четырехколесной робототехнической платформой, оснащенной месапим-колесами и современной сенсорной системой, с целью организации ее движения за некоторым подвижным объектом. Платформа создана совместно на базе ЧувГУ и ИжГТУ (рис. 1).



Рис. 1. Изображение робототехнической платформы

Разработка алгоритмов управления движением мобильных роботов является актуальной задачей, которая позволяет выполнять совместные операции человека с роботом, такие как перемещение или передвижение различных грузов, что в свою очередь позволяет оптимизировать работу логистических центров и складов [Rey et al., 2019; Sirintuna, Ozdamar, Ajoudani, 2022]. Малогабаритные конструкции подобного рода могут улучшить качество жизни пожилых людей и инвалидов, например, сопровождая их в супермаркетах или медицинских учреждениях. В основе движения этих роботов должны лежать следующие важные принципы: камеры глубины, лазерные дальномеры и датчики позиционирования, установленные на роботе, должны иметь возможность получения информации о местоположении объекта и окружающем его пространстве, направлении и скорости его движения; для определения положения объекта и его идентификации последний должен находиться всегда в прямой видимости; робот должен иметь возможность при необходимости приближаться к объекту, сохраняя при этом безопасную дистанцию. Важным требованием к навигации робота также является возможность планирования маршрута и его коррекции.

Движение, отвечающее указанным принципам, может быть реализовано рассматриваемой в данной работе месапим-колесной платформой. Месапим-колеса еще называют колесами Илона или шведскими колесами, так как их разработал шведский изобретатель Бенгт Илон в 1973 г. [Илон, 1975]. Конструкция представляет собой два диска и закрепленные между ними свободно вращающиеся прорезиненные ролики, направленные под углом в 45 градусов. Каждое месапим-колесо представляет собой независимое неуправляемое ведущее колесо с собственной трансмиссией и при вращении создает движущую силу, перпендикулярную оси ролика, которая может разделяться на продольную и поперечную составляющие по отношению к транспортному

средству. Такая конструкция колес позволяет роботу двигаться в любых направлениях без необходимости разворотов, что позволит максимально плотно разместить элементы логистических систем или производственного оборудования, обеспечив эффективность использования рабочего пространства [Borenstein, Everett, Feng, 1996; Dubowsky et al., 2000]. Управление всенаправленным роботом осуществляется путем изменения скорости и направления движения каждого колеса [Diegel et al., 2002]. Преимущества месаnum-колес относительно других типов всенаправленных колес (омниколеса, поворотный модуль, omni-ball-колеса, WESN-колеса) заключаются в хорошей грузоподъемности и простом управлении [Чжочэн и др., 2022; Tadakuma, Tadakuma, 2007].

Исследованию динамики всенаправленных платформ посвящены работы [Shaura, Tenenev, Vetchanin, 2021; Adamov, Saypulaev, 2020; Gerasimov, Zobova, 2018; Kilin et al., 2017; Andreev, Peregodova, 2020; Kosenko, Gerasimov, 2016]. Результаты исследований по управлению робототехнической платформой с месаnum-колесами приведены в ряде статей [Malayjerd, Kalani, Malayjerd, 2018; Jia, Song, Xu, 2013; Yadav et al., 2022; Shestakov, Mamaev, Karavaev, 2020; Martynenko, 2007]. В работе [Колесниченко, Павловский, 2016] представлены способы управления шестиколесным всенаправленным роботом с колесами Илона по различным траекториям при их сплайновом задании. В статье [Borisov, Kilin, Mamaev, 2015] рассмотрена неголономная модель всенаправленного робота на плоскости и сфере и получен явный алгоритм управления движением для всенаправленного робота, движущегося по произвольной траектории. В исследовании [Szeremeta, Szuster, 2022] был разработан эффективный алгоритм интеллектуального управления движением мобильного робота с месаnum-колесами. В работе [Morioka, Lee, Hashimoto, 2004] интеллектуальный закон управления предполагает движение робота по траектории, мало отличающейся от траектории преследуемого объекта. Также в последнее время можно встретить ряд работ по использованию нейросетей в процессе планирования траектории робота [Sung, Choi, Nielsen, 2021; Шмалько и др., 2021].

В настоящей работе представлена кинематическая модель 4-месаnum-колесной платформы (рис. 1) и разработан алгоритм управления движением за мобильным объектом на плоскости без препятствий на основе совместного использования модифицированных методов прямого наведения и погони с использованием разных видов управляющих функций. Как раз использование подходящих управляющих функций позволит сохранять безопасное до объекта расстояние. Каждая предложенная в данной работе управляющая функция имеет свой особый принцип действия.

Укажем ряд работ, в которых применяются методы преследования, но для других мобильных механизмов. В работе [Yin, Noguchi, Choi, 2013] разработаны системы распознавания цели и слежения за ней для автоматизированного электромобиля. Угол поворота, необходимый для того, чтобы транспортное средство двигалось к цели, получают используя метод преследования. ПИД-регулятор использовался для определения скорости транспортного средства для поддержания определенного расстояния до цели. В исследовании [Shirzadeh et al., 2015] рассмотрен механизм управления квадрокоптером в задаче преследования движущейся цели с использованием интеллектуальных методов управления. Исследование [Бурдаков, Сизов, 2014] демонстрирует алгоритмы управления движением мобильного колесного робота в задаче преследования, которые обеспечивают выполнение цели управления при неполной информации о движении преследуемого робота. В [Севээн, 2022; Andreeva, Pavlovsky, 2019] рассматриваются модели задачи преследования, где преследователь придерживается стратегии погони и на его траекторию движения наложено ограничение по кривизне. В статье [Дубанов и др., 2022] описывается модель преследования одиночной цели с помощью группы объектов методом параллельного сближения.

Для реализации модифицированных методов прямого наведения и погони в настоящей работе вводятся кинематические и геометрические связи, которые являются сервосвязями и задают роботу программу движения [Тешаев, 2009]. Методы наведения, как правило, используются в за-

дачах баллистики, динамики полетов. В данной работе эти методы реализованы для наземной тесапум-колесной робототехнической платформы, и в отличие от классических методов прямого наведения модифицированный метод в данной работе предполагает наличие управляющих функций разного вида. Вид управления выбирается в зависимости от целей и задач. В работе будут рассмотрены постоянное управление (вид управляющей функции не меняется) и переменное управление (управляющая функция имеет кусочный вид). Координаты цели в пространстве могут быть получены различными способами, например с помощью камеры глубины [Tian et al., 2018]. Можно использовать различные датчики позиционирования движущегося объекта, снабженного маячком [Неугодникова, 2015]. Суть метода прямого наведения в настоящей работе заключается в том, что объект и камера слежения расположены на оси платформы (камера всегда направлена на движущийся объект), то есть угол упреждения равен нулю [Неугодникова, 2015]. Метод погони заключается в том, что вектор скорости геометрического центра платформы сонаправлен с вектором, соединяющим геометрический центр платформы и движущийся объект [Киргетов, 1964а; Киргетов, 1964б; Киргетов, 1967]. Эффективность предложенного алгоритма управления будет проиллюстрирована графически.

## Кинематика

В статье [Мамаев, Kilin, Karavaev, 2021] дана общая формула расчета кинематических соотношений для платформ на всенаправленных колесах, которую применим для расчета кинематических соотношений для мобильной платформы на четырех тесапум-колесах.

Введем неподвижную систему координат на плоскости  $OXY$  и подвижную систему координат  $O_1x_1y_1$ , жестко связанную с геометрическим центром платформы, имеющей форму прямоугольника. Основная камера слежения лежит на продольной оси робота, совпадающей с осью  $O_1x_1$ , и на торцевой стенке платформы. Схема робота показана на рис. 2. Колеса расположены симметрично относительно геометрического центра платформы.

Векторы  $\mathbf{A}_k$ ,  $\mathbf{B}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$ , где  $k$  — номер колеса, характеризуют направление ролика, направление движения колеса и радиус-вектор геометрического центра колеса соответственно в системе координат  $O_1x_1y_1$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right), & \mathbf{B}_1 &= (1, 0, 0), & \mathbf{C}_1 &= (H, W, 0), \\ \mathbf{A}_2 &= \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right), & \mathbf{B}_2 &= (1, 0, 0), & \mathbf{C}_2 &= (H, -W, 0), \\ \mathbf{A}_3 &= \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right), & \mathbf{B}_3 &= (1, 0, 0), & \mathbf{C}_3 &= (-H, W, 0), \\ \mathbf{A}_4 &= \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right), & \mathbf{B}_4 &= (1, 0, 0), & \mathbf{C}_4 &= (-H, -W, 0). \end{aligned} \quad (1)$$

Рассмотрим движение мобильного робота в фиксированной системе координат.

Кинематические соотношения, используемые для управления движением, могут быть получены в виде

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}, \quad (2)$$

где введены следующие обозначения:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_n \end{bmatrix} \text{ — скорости колес, } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \text{ — вектор скоростей, } \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

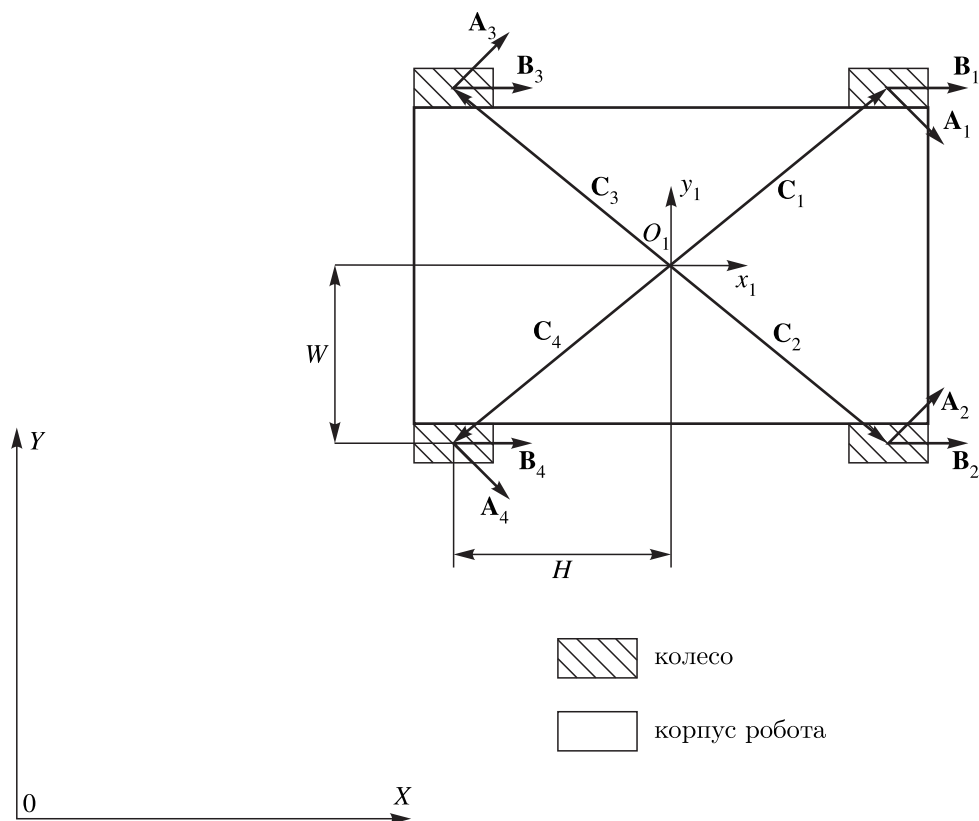


Рис. 2. Схема мобильного транспортного робота

$h$  — радиус колеса,  $\theta$  — угол между продольной осью тележки и положительным направлением оси  $OX$ ,

$$\mathbf{D} = \frac{-1}{(\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k) \cdot h} \begin{bmatrix} A_1^{(1)} & A_1^{(2)} & (\mathbf{J}\mathbf{C}_1, \mathbf{A}_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_n^{(1)} & A_n^{(2)} & (\mathbf{J}\mathbf{C}_n, \mathbf{A}_n) \end{bmatrix}$$

— матрица Якоби, где  $A_k^{(1)}$ ,  $A_k^{(2)}$  — первая и вторая координаты вектора  $\mathbf{A}_k$ .

Уравнение (2) называется обратной кинематической системой.

Подставляя заданные векторы (1) в матрицу Якоби  $\mathbf{D}$ , получаем следующее:

$$\mathbf{D} = \frac{-1}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 & W + H \\ 1 & 1 & -(W + H) \\ 1 & -1 & -(W + H) \\ 1 & 1 & W + H \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Используя равенства (2) и (3), получаем матричный вид уравнения обратной кинематики мобильного робота:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = -\frac{1}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 & W + H \\ 1 & 1 & -(W + H) \\ 1 & -1 & -(W + H) \\ 1 & 1 & W + H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Чтобы получить уравнение прямой кинематики, необходимо решить нормальное уравнение:

$$\mathbf{D}^T \boldsymbol{\omega} = \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{x}. \quad (5)$$

Пусть столбцы матрицы  $\mathbf{D}$  линейно независимы, тогда она обратима и система имеет единственное решение:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \boldsymbol{\omega}, \quad (6)$$

где  $(\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T$  — псевдообратная матрица.

Таким образом, матричный вид уравнений прямой кинематики следующий:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = -\frac{h}{4} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{H+W} & -\frac{1}{H+W} & -\frac{1}{H+W} & \frac{1}{H+W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

### Алгоритм движения роботизированной платформы за объектом

Рассмотрим задачу движения роботизированной колесной платформы за объектом на плоскости. Пусть движение робота удовлетворяет следующим условиям:

- 1) вектор скорости геометрического центра платформы всегда направлен на движущийся объект;
- 2) робот снабжен камерой, находящейся на торцевой стороне и лежащей на продольной (главной) оси платформы, которая держит объект «на прицеле», то есть в каждый момент времени объект должен находиться на главной оси тележки;
- 3) движение робота начинается из состояния покоя;
- 4) робот должен избегать столкновения с объектом.

Будем работать в неподвижной системе координат. Введем обозначения:  $(\zeta, \eta)$  — координаты объекта,  $(x, y)$  — координаты геометрического центра платформы,  $(\dot{x}, \dot{y})$  — вектор скорости геометрического центра платформы в неподвижной системе координат,  $(\dot{\zeta}, \dot{\eta})$  — вектор скорости объекта в неподвижной системе координат.

Классическое условие метода погони [Киргетов, 1964а; Киргетов, 1964b; Киргетов, 1967]

$$\frac{\dot{x}}{\zeta - x} = \frac{\dot{y}}{\eta - y}$$

перепишем в виде

$$\begin{cases} \dot{x} = \lambda(\zeta - x), \\ \dot{y} = \lambda(\eta - y), \end{cases} \quad (8)$$

$$\theta = \arctg(v_y, v_x) = \arctg\left(\frac{\eta - y}{\zeta - x}\right). \quad (9)$$

Из уравнения (9) справедливо:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{(\dot{\eta} - \dot{y})(\zeta - x) - (\eta - y)(\dot{\zeta} - \dot{x})}{(\zeta - x)^2 + (\eta - y)^2}, \\ \dot{\theta} &= \frac{\dot{\eta}(\zeta - x) - (\eta - y)\dot{\zeta}}{(\zeta - x)^2 + (\eta - y)^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Выполнение условий 3 и 4 добьемся за счет соответствующего выбора управляющей функции  $\lambda$ .

ЗАМЕЧАНИЕ 1 (ФИЗИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ). При физической реализации установленная камера глубины способна определять расстояние до объекта  $\rho = \bar{\rho} + 0,5L \geq 0$ ,  $L$  — продольный размер платформы,  $\bar{\rho}$  — расстояние от камеры до цели, а компоненты скорости объекта  $(\dot{\zeta}, \dot{\eta})$  передаются в форме обратной связи на датчики платформы; таким образом, условия (8) и (10) можно переписать в виде

$$\begin{cases} \dot{x} = \lambda \rho \cos \theta, \\ \dot{y} = \lambda \rho \sin \theta, \\ \dot{\theta} = \frac{\dot{\eta} \cos \theta - \dot{\zeta} \sin \theta}{\rho}. \end{cases} \quad (11)$$

Эти условия являются сервосвязями и задают программу движения. Подставляя (11) в уравнение (4), получим угловые скорости колес:

$$\begin{cases} \omega_1 = -\frac{1}{R}(\dot{x} - \dot{y} + (W + H)\dot{\theta}), \\ \omega_2 = -\frac{1}{R}(\dot{x} + \dot{y} - (W + H)\dot{\theta}), \\ \omega_3 = -\frac{1}{R}(\dot{x} - \dot{y} - (W + H)\dot{\theta}), \\ \omega_4 = -\frac{1}{R}(\dot{x} + \dot{y} + (W + H)\dot{\theta}), \end{cases} \quad (12)$$

где  $H$  — половина расстояния между передними и задними колесами,  $W$  — половина расстояния между передними колесами,  $R$  — радиус колеса.

## Виды управления

### Управление с режимами переключения

В качестве управляющей функции  $\lambda$  выберем функцию

$$\lambda(t, p, c, \rho) = \begin{cases} \frac{2\alpha}{\pi} \operatorname{arctg} \beta(t - p), & \rho > l_1, \\ \frac{2\gamma}{\pi} \operatorname{arcctg} \delta(t - c), & l_2 \leq \rho \leq l_1, \\ 0, & \rho < l_2. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь  $l_1, l_2$  — заданные предельные значения расстояния от геометрического центра платформы до объекта,  $\alpha, \gamma$  — переменные коэффициенты регулирования скорости робота,  $\beta, \delta$  — заданные произвольным образом коэффициенты,  $t = c + 1$  — момент времени, в который расстояние  $\rho$  снижается ниже предельного уровня, то есть условие  $\rho < l_1$  сменяется условием  $\rho \leq l_1$ ,  $t = p + 1$  — момент времени, в который расстояние  $\rho$  становится выше предельного уровня  $l_1$ , то есть условие  $\rho \leq l_1$  сменяется условием  $\rho > l_1$ . Считаем, что в момент времени  $t_0$  параметр  $\alpha$  задан и  $p = t_0 = 0$ . Первоначальное значение параметра  $\alpha$  определяется в зависимости от особенностей конструкции платформы и максимальных возможных значений угловых скоростей колес. Дальнейшее определение параметров  $\alpha, \gamma$  происходит следующим образом. В момент времени  $t = c + 1$  вид управляющей функции сменяется на  $\lambda = \frac{2\gamma}{\pi} \operatorname{arcctg} \delta(t - c)$ , где коэффициент  $\gamma$  находится из условия

$$\alpha \operatorname{arcctg} \beta(c + 1 - p) = \gamma \operatorname{arcctg}(\delta), \quad (14)$$

платформа постепенно начинает замедляться. В момент времени  $t = p + 1$  происходит смена управляющей функции на  $\lambda = \frac{2\alpha}{\pi} \operatorname{arctg} \beta(t - p)$ , где коэффициент  $\alpha$  находится из условия

$$\alpha \operatorname{arcctg} \beta = \gamma \operatorname{arcctg} \delta(p + 1 - c), \quad (15)$$



и платформа начинает постепенно ускоряться. Таким образом, в моменты времени  $t = c + 1$  и  $t = p + 1$  функция  $\lambda$  остается непрерывной.

Управляющая функция  $\lambda$  будет следующей:

$$\lambda(t, c, p, \rho) = \begin{cases} \frac{|2\alpha|}{\pi} \operatorname{arctg}(\beta(t - p)), & \rho > l, \\ \frac{2\gamma}{\pi} \operatorname{arcctg} \frac{\delta}{3}(t - c - 20) - \gamma, & \rho \leq l. \end{cases} \quad (16)$$

Здесь  $l$  — заданное предельное значение расстояния от геометрического центра платформы до объекта,  $\alpha, \gamma$  — переменные коэффициенты регулирования скорости робота,  $\beta, \delta$  — заданные произвольным образом коэффициенты,  $t = c + 1$  — момент времени, в который расстояние  $\rho$  снижается ниже предельного уровня  $l$ , таким образом, условие  $\rho > l$  сменяется условием  $\rho \leq l$ ,  $t = p + 1$  — момент времени, в котором расстояние  $\rho$  становится выше предельного уровня  $l$ , то есть условие  $\rho \leq l$  сменяется условием  $\rho > l$ . Считаем, что в момент времени  $t_0$  параметр  $\alpha$  задан и  $p = t_0 = 0$ . Первоначальное значение параметра  $\alpha$  определяется в зависимости от особенностей конструкции платформы и максимальных возможных значений угловых скоростей колес. Дальнейшее определение параметров  $\alpha, \gamma$  происходит следующим образом.

В момент времени  $t = c + 1$  вид управляющей функции сменяется на  $\lambda = \frac{2\gamma}{\pi} \times \operatorname{arcctg} \left( \frac{\delta}{3}(t - c - 20) \right) - \gamma$ , где коэффициент  $\gamma$  находится из условия

$$\gamma \left( \operatorname{arcctg} \frac{\delta}{3}(1 - 20) - 1 \right) = |\alpha| \operatorname{arctg}(\beta(c - p + 1)), \quad (17)$$

платформа постепенно начинает замедляться и через какое-то время двигаться в противоположном направлении.

В момент времени  $t = p + 1$  происходит смена управляющей функции на  $\lambda = \frac{|2\alpha|}{\pi} \operatorname{arctg}(\beta(t - p))$ , где коэффициент  $\alpha$  находится из условия

$$\alpha \operatorname{arctg} \beta = \gamma \operatorname{arcctg} \frac{\delta}{3}(p - c + 1 - 20) - \gamma, \quad (18)$$

и платформа начинает постепенно ускоряться. Таким образом, в моменты времени  $t = c + 1$  и  $t = p + 1$  функция  $\lambda$  остается непрерывной.

Управляющая функция (13) позволяет роботу замедляться при приближении к цели и полностью остановиться при крайнем расстоянии между роботом и целью, а в случае, когда цель движется в сторону робота, то, используя функцию (16), робот будет избегать столкновения с целью, то есть будет двигаться в противоположном направлении.

### Постоянное управление

Возьмем управляющую функцию  $\lambda$ :

$$\lambda(\rho) = \alpha \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right), \quad \rho_0 > 0. \quad (19)$$

Здесь  $\rho = \sqrt{(\zeta - x)^2 + (\eta - y)^2}$  — расстояние от геометрического центра платформы до объекта,  $\rho_0 = \sqrt{(\zeta_0 - x_0)^2 + (\eta_0 - y_0)^2}$  — расстояние от геометрического центра робота до объекта в момент времени  $t = 0$ ,  $\alpha$  — переменный коэффициент регулирования скорости робота.

Рассмотрим управляющую функцию (19) при  $\alpha > 0, \rho > 0$ . Так как

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cdot \cos \theta, \\ \dot{y} = V \cdot \sin \theta, \end{cases}$$

то, приравняв к системе уравнений (11), получим, что мгновенная скорость равняется

$$V = \lambda \cdot \rho = \alpha(\rho - \rho_0). \quad (20)$$

Из уравнения (20) можно сделать вывод, что если  $\rho$  ограничено, то и скорость  $V$  ограничена и прямо пропорциональна разности расстояния  $\rho$  и  $\rho_0$  с коэффициентом пропорциональности  $\alpha$ , который позволяет регулировать скорость робота.

Предположим, что цель ускоряется, то есть скорость неограниченно увеличивается, тогда скорость робота тоже должна неограниченно увеличиваться, то есть  $v \rightarrow \infty$ . Из уравнения (20) видно, что это возможно, только если  $\rho \rightarrow \infty$ . Значит, что, как бы робот ни ускорялся, он никогда не догонит объект, если объект будет ускоряться.

Исследуем расстояние между геометрическим центром робота и объектом  $\rho$ . Изменение расстояния будет следующим:

$$\dot{\rho} = \dot{\zeta} \cos \theta + \dot{\eta} \sin \theta - \alpha(\rho - \rho_0). \quad (21)$$

**Предложение 1.** *Расстояние от робота до цели  $\rho$ , определяемое уравнением (21), всегда ограничено при условии, что ограничена скорость цели.*

Действительно, если предположить, что  $\rho$  не ограничено, то есть  $\rho \rightarrow \infty$ , то в силу того, что  $\dot{\zeta}$ ,  $\dot{\eta}$  — ограничены, то  $\dot{\rho}$  с некоторого момента станет отрицательным, то есть  $\dot{\rho} < 0$ . Так как  $\rho \geq 0$  при  $\forall t$  и  $\dot{\rho} < 0$ , то  $\rho \rightarrow 0$ , что является противоречием. Значит расстояние  $\rho$  всегда ограничено.

## Численное моделирование

Проведем численное моделирование движение робота за объектом, используя ранее рассмотренные управляющие функции. Характеристики платформы будут следующими:  $H = 0,3$  м,  $W = 0,19$  м,  $R = 0,07$  м. Решим задачу в дискретном виде. Момент времени для  $i$ -й итерации будет следующим:  $t_i = i \cdot h$ ,  $i = 0, n$ , где  $h$  — шаг дискретизации,  $n$  — конечная итерация.

Пусть  $\zeta(t_i)$ ,  $\eta(t_i)$  — координаты цели при  $i$ -й итерации. Будем считать, что цель и робот начинают движение из состояния покоя, то есть  $\dot{\zeta}(0) = \dot{\eta}(0) = 0$  и  $\dot{x}(0) = \dot{y}(0) = 0$ . При физической реализации угловая скорость роботам ограничена. А конструктивные особенности и условие, при котором камера и объект расположены на оси платформы, позволяют осуществлять движение беспрепятственно только при движении цели также из состояния покоя. Для демонстрации пусть объект движется по окружности и остановится на 80-й секунде, тогда координаты объекта будут изменяться согласно следующим законам:

$$\begin{cases} \zeta(t) = \begin{cases} 2,5 - \cos(\Omega(t) \cdot t), & 0 \leq t < 80, \\ 2,5 - \cos(\Omega(80) \cdot 80), & 80 \leq t \leq 100, \end{cases} \\ \eta(t) = \begin{cases} \sin(\Omega(t) \cdot t), & 0 \leq t < 80, \\ \sin(\Omega(80) \cdot 80), & 80 \leq t \leq 100. \end{cases} \end{cases} \quad (22)$$

Здесь  $\Omega(t) = 0,1 \cdot (1 - e^{-0,1t})$ .

Алгоритм расчета движения робота за объектом (алгоритм 1) представлен в виде псевдокода.

**Algorithm 1.** Алгоритм расчета движения робота за объектом

---

```

1:  $n \leftarrow 100$ 
2:  $W \leftarrow 0,3, H \leftarrow 0,19, R \leftarrow 0,7$ 
3:  $x_0 \leftarrow 0, y_0 \leftarrow 0$ 
4:  $\omega_0^1 \leftarrow 0, \omega_0^2 \leftarrow 0, \omega_0^3 \leftarrow 0, \omega_0^4 \leftarrow 0$ 
5:  $h \leftarrow 1, \dot{\theta}_0 \leftarrow 0$ 
6: for  $i = 0$  to  $n$  do
7:    $t_i \leftarrow i \cdot h$ 
8:    $\rho_i \leftarrow \sqrt{(\zeta(t_i) - x_i)^2 + (\eta(t_i) - y_i)^2}$ 
9:   /* Расчет управляющей функции:
10:  ...
11:  */
12:   $x_{i+1} \leftarrow x_i + \lambda(\rho_i) \cdot (\eta(t_i) - x_i)h$ 
13:   $y_{i+1} \leftarrow y_i + \lambda(\rho_i) \cdot (\zeta(t_i) - y_i)h$ 
14:   $\theta_{i+1} \leftarrow \theta_i + \text{frem}(\arctan2((\eta_{i+1} - y_{i+1}) \cdot h, (\zeta_{i+1} - x_{i+1}) \cdot h), 2\pi)$ 
15:  //frem — возвращает остаток с плавающей запятой, arctan2 — возвращает угол между
    лучом в точке  $(x, y)$  и положительной осью  $OX$ , ограниченный  $(-\pi, \pi]$ 
16:   $\dot{x}_{i+1} \leftarrow \frac{1}{h}(x_{i+1} - x_i)$ 
17:   $\dot{y}_{i+1} \leftarrow \frac{1}{h}(y_{i+1} - y_i)$ 
18:   $\dot{\theta}_{i+1} \leftarrow \frac{1}{h}(\theta_{i+1} - \theta_i)$ 
19:   $\omega_{i+1}^1 \leftarrow -\frac{1}{R}(\dot{x}_i - \dot{y}_i + (W + H)\dot{\theta}_i)$ 
20:   $\omega_{i+1}^2 \leftarrow -\frac{1}{R}(\dot{x}_i + \dot{y}_i - (W + H)\dot{\theta}_i)$ 
21:   $\omega_{i+1}^3 \leftarrow -\frac{1}{R}(\dot{x}_i - \dot{y}_i - (W + H)\dot{\theta}_i)$ 
22:   $\omega_{i+1}^4 \leftarrow -\frac{1}{R}(\dot{x}_i + \dot{y}_i + (W + H)\dot{\theta}_i)$ 
23: end for

```

---

**Управление с режимами переключения**

Псевдокод для управляющей функции (13) представлен в виде алгоритма 2.

**Algorithm 2.** Расчет управляющей функции

---

```

1: if  $i = 0$  then
2:    $p \leftarrow 0, c \leftarrow 0$ 
3:    $\alpha \leftarrow 0,2, \gamma \leftarrow 0$ 
4:    $\beta \leftarrow 0,01, \delta \leftarrow 1$ 
5:    $l_1 \leftarrow 0,6782, l_2 \leftarrow 0,42$ 
6: end if
7: if  $\rho_i > l_1$  then
8:    $\lambda \leftarrow \frac{2\alpha}{\pi} \arctg \beta(t_i - p)$ 
9:    $c \leftarrow t_i$ 
10:   $\gamma \leftarrow \frac{\alpha \arctg \beta(c-p+1)}{\arctg \gamma}$ 
11: end if
12: if  $l_2 \leq \rho_i \leq l_1$  then
13:   $\lambda \leftarrow \frac{2\gamma}{\pi} \arctg \delta(t_i - p)$ 
14:   $\alpha \leftarrow \frac{\gamma \arctg \delta \cdot (p-c+1)}{\arctg \beta}$ 
15:   $p \leftarrow t_i$ 

```

---

```

16: end if
17: if  $\rho_i < l_2$  then
18:    $\lambda \leftarrow 0$ 
19: end if

```

На рис. 3 показан график мгновенной скорости робота от времени.

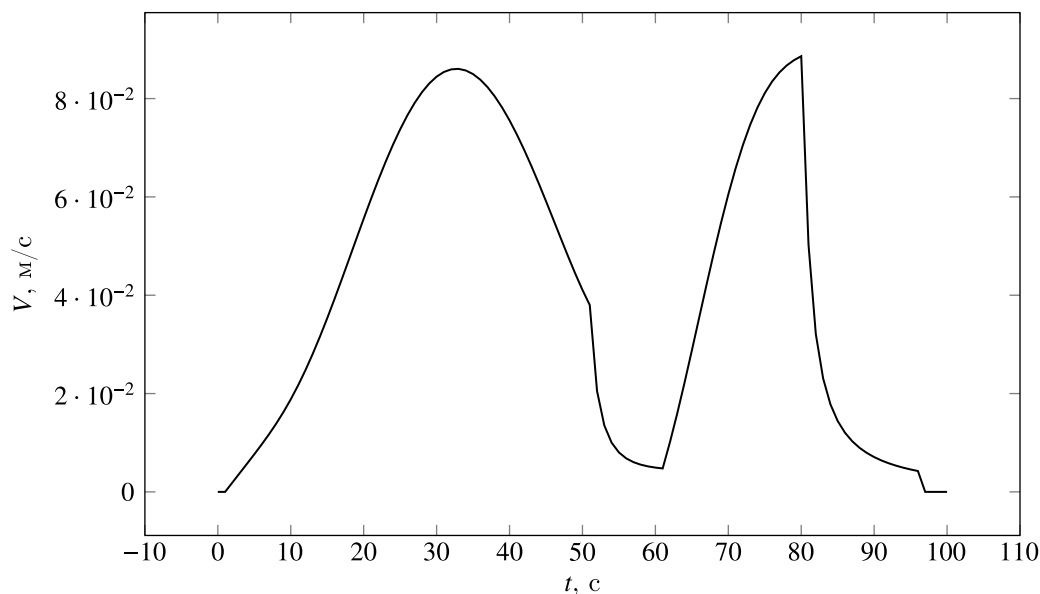


Рис. 3. Динамика абсолютного значения мгновенной скорости при переменном управлении (13)

На рис. 4 продемонстрировано движение робота за целью в разные моменты времени при следующих входных параметрах:  $l_1 = 0,6782$ ,  $l_2 = 0,42$ ,  $\alpha = 0,2$ ,  $\beta = 0,01$ ,  $\delta = 1$ . Стрелкой на графике указано направление продольной оси робота. Сверху слева на рисунках указаны время и расстояние между роботом и целью. На последнем рисунке показаны траектории движения цели и робота за 180 с без остановки цели.

В начальные моменты времени абсолютное значение мгновенной скорости постепенно увеличивается. Затем наблюдается несколько волн смены вида управляющей функции:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \frac{2 \cdot 0,2}{\pi} \operatorname{arctg}(0,01 \cdot t), & t < 50, \\ \frac{2 \cdot 0,118}{\pi} \operatorname{arccctg}(t - 49), & 50 \leq t < 60, \\ \frac{2 \cdot 1,07}{\pi} \operatorname{arctg}(0,01 \cdot t), & 60 \leq t < 79, \\ \frac{2 \cdot 0,269}{\pi} \operatorname{arccctg}(0,01 \cdot t), & 79 \leq t < 96, \\ 0, & t \geq 96. \end{cases} \quad (23)$$

Можно отметить две волны замедления. На 80-й секунде цель останавливается. На 96-й секунде робот полностью останавливается.

На рис. 5 представлен график изменения угловых скоростей колес во времени. Цифрами обозначены номера колес.

На рис. 6 представлен график изменения угловой скорости платформы.

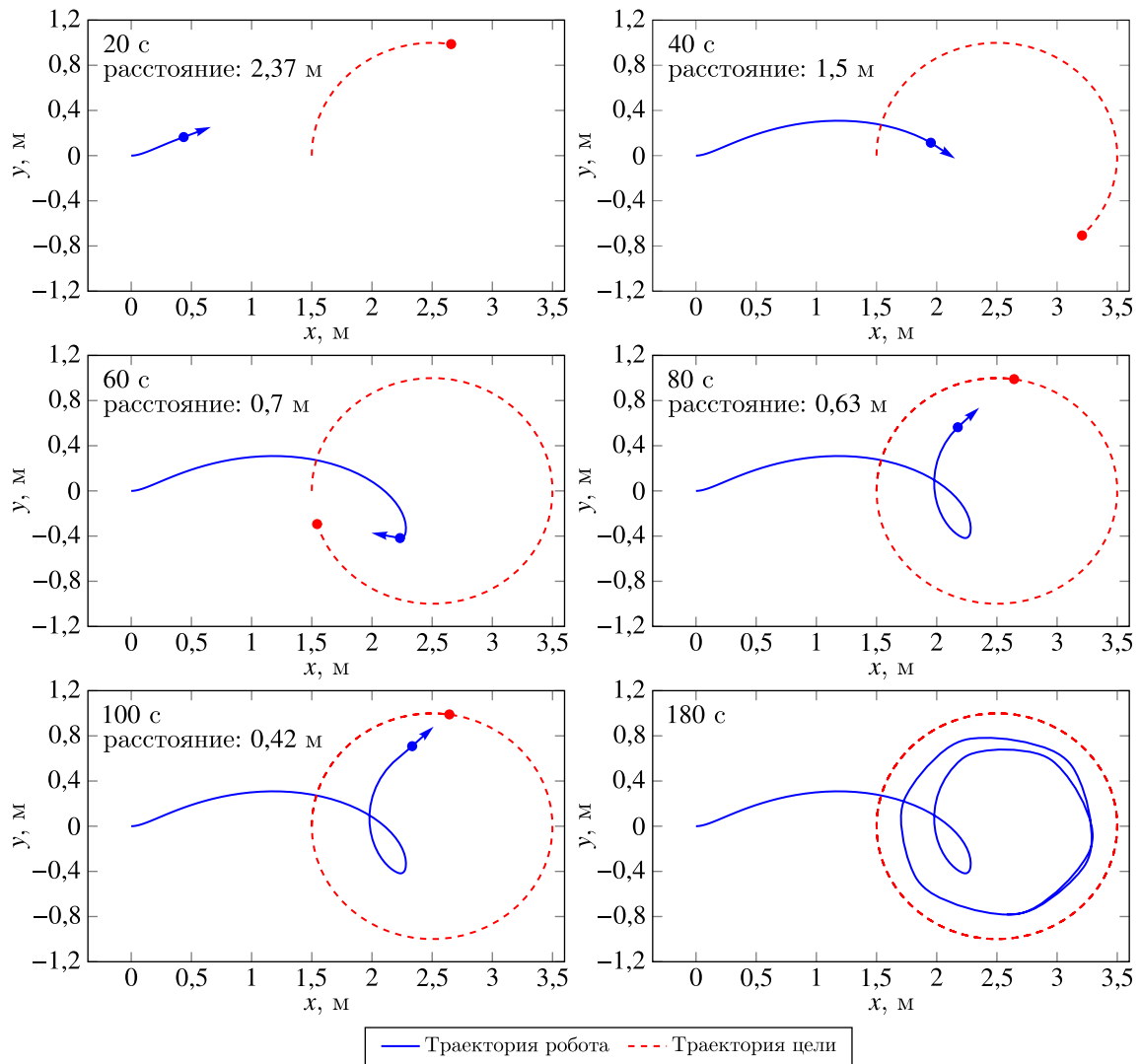


Рис. 4. Траектория движения робота при переменном управлении (13)

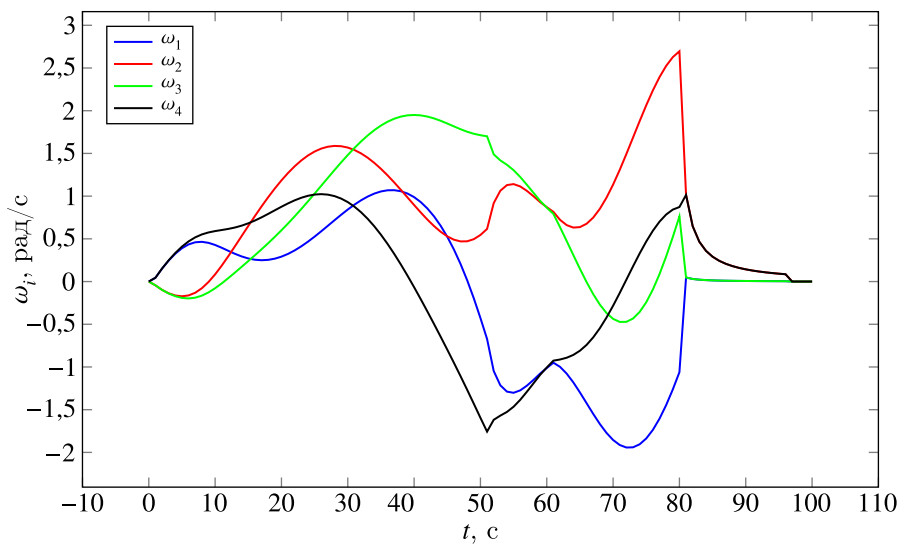


Рис. 5. Угловая скорость колес при переменном управлении (13)

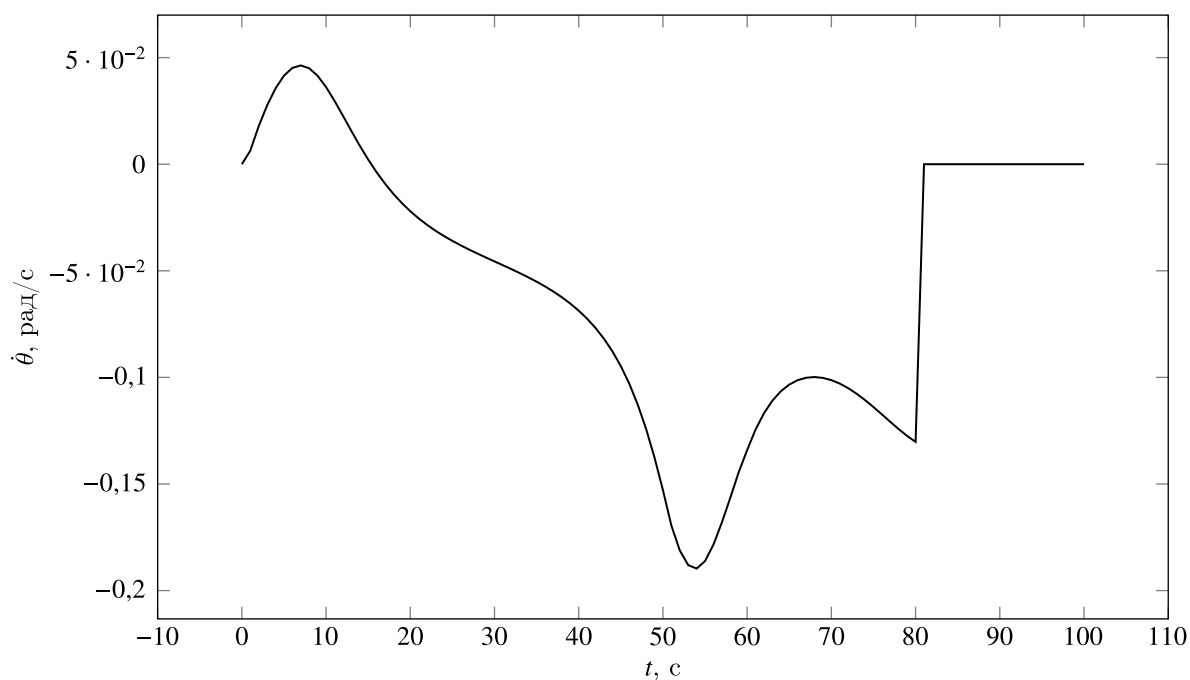


Рис. 6. Угловая скорость тележки при переменном управлении (13)

Переменная управляющая функция (16) позволяет избегать столкновений с целью путем изменения направления движения на противоположное при достижении некоторого заданного расстояния между роботом и целью.

Псевдокод для управляющей функции (16) представлен в виде алгоритма 3.

---

**Algorithm 3.** Расчет управляющей функции
 

---

```

1: if  $i = 0$  then
2:    $p \leftarrow 0, c \leftarrow 0$ 
3:    $\alpha \leftarrow 0,2, \gamma \leftarrow 0$ 
4:    $\beta \leftarrow 0,01, \delta \leftarrow 1$ 
5:    $l \leftarrow 1,4$ 
6: end if
7: if  $\rho_i > l$  then
8:    $\lambda \leftarrow \frac{|2\alpha|}{\pi} \operatorname{arctg}(\beta(t - p))$ 
9:    $c \leftarrow t_i$ 
10:   $\gamma \leftarrow \frac{|\alpha| \operatorname{arctg}(\beta(c - p + 1))}{\operatorname{arctg} \frac{2}{3}(1 - 20) - 1}$ 
11: end if
12: if  $\rho_i \leq l$  then
13:   $\lambda \leftarrow \frac{2\gamma}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\delta}{3}(t - c - 20) - \gamma$ 
14:   $\alpha \leftarrow \frac{\gamma \operatorname{arctg} \frac{\delta}{3}(p - c + 1 - 20) - \gamma}{\operatorname{arctg} \beta}$ 
15:   $p \leftarrow t_i$ 
16: end if

```

---

На рис. 7 продемонстрировано движение робота за целью. Входные параметры:  $l = 1,4$ ,  $\alpha = 0,2$ ,  $\beta = 0,01$ ,  $\delta = 1$ .

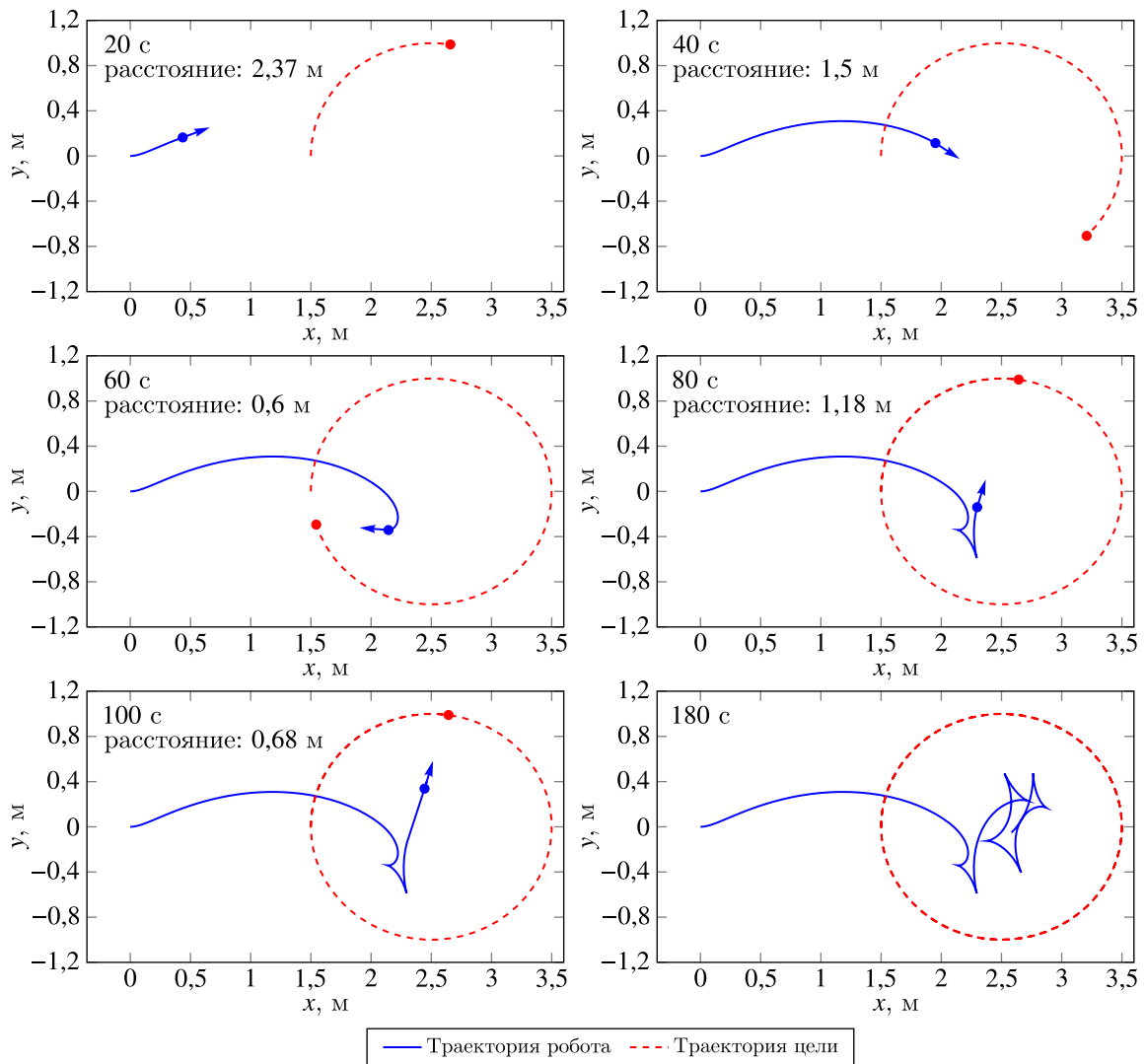


Рис. 7. Траектория движения робота при переменном управлении (16)

### Постоянное управление

Псевдокод для управляющей функции (19) представлен в виде алгоритма 4.

---

#### Algorithm 4 Расчет управляющей функции

---

- 1: **if**  $i = 0$  **then**
  - 2:      $\alpha \leftarrow 0,1$
  - 3:      $\rho_0 \leftarrow \sqrt{(\zeta_0 - x_0)^2 + (\eta_0 - y_0)^2}$
  - 4: **end if**
  - 5:  $\lambda \leftarrow \alpha \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_i}\right)$
- 

На рис. 8 продемонстрировано движение робота за целью в разные моменты времени при  $\alpha = 0,1$ . Стрелкой на графике указано направление продольной оси робота. Сверху слева на рисунках указаны время и расстояние между роботом и целью. На последнем графике показаны траектории движения цели и робота за 380 с без остановки цели.

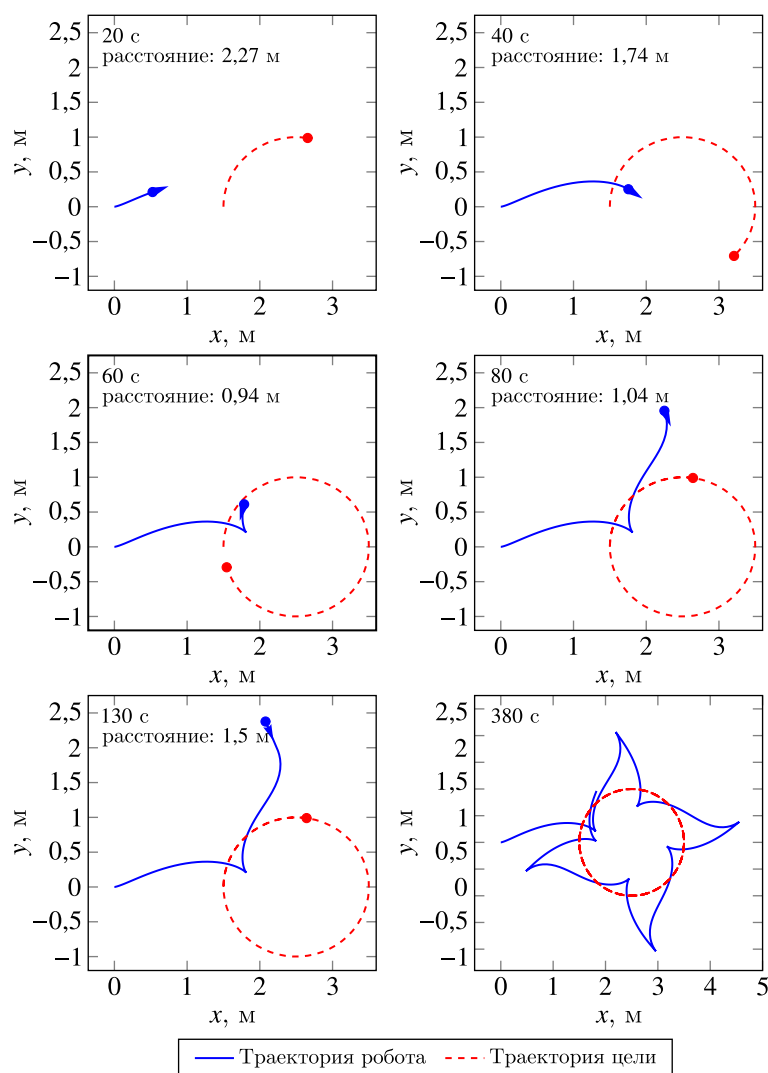


Рис. 8. Траектория движения робота при постоянном управлении (19)

На рис. 9 показан график мгновенной скорости робота от времени.

На рис. 10 представлен график изменения угловой скорости платформы.

На рис. 11 представлен график изменения угловых скоростей колес во времени. Цифрами обозначены номера колес. Начиная с  $t = 80$  с  $\omega_1 = \omega_3$ ,  $\omega_2 = \omega_4$ .

## Заключение

Выполнен расчет кинематических соотношений для 4-колесной робототехнической платформы с месапит-колесами. На основе метода погони разработаны алгоритмы движения робота за целью без препятствий. В работе предложены два вида управления: постоянное и переменное. Постоянное управление зависит от первоначального расстояния до цели, и в случае уменьшения расстояния по сравнению с первоначальным направление движения робота меняется на противоположное. В случае управления с переключением движение робота более динамичное и позволяет при уменьшении расстояния до цели замедлять движение робота, а при критично малом расстоянии — полностью останавливать движение робота. Оба вида управления позволяют избегать столкновения с целью, только в первом случае за счет изменения направления движения,



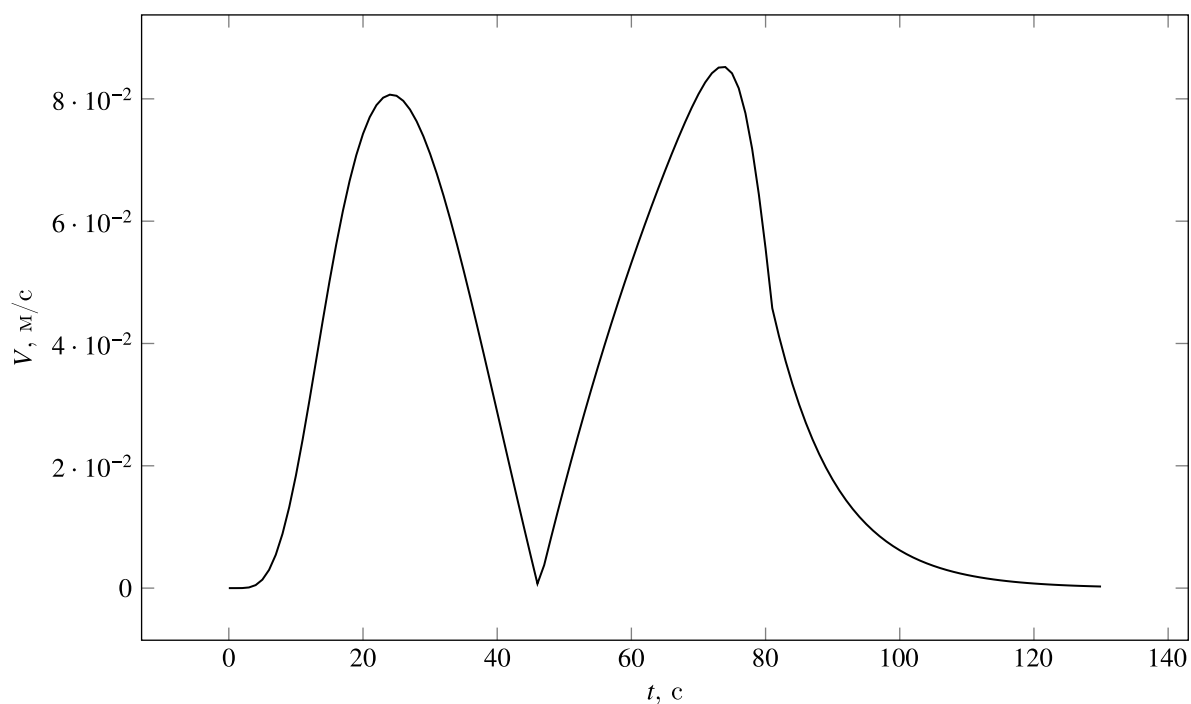


Рис. 9. Динамика абсолютного значения мгновенной скорости при постоянном управлении (19)

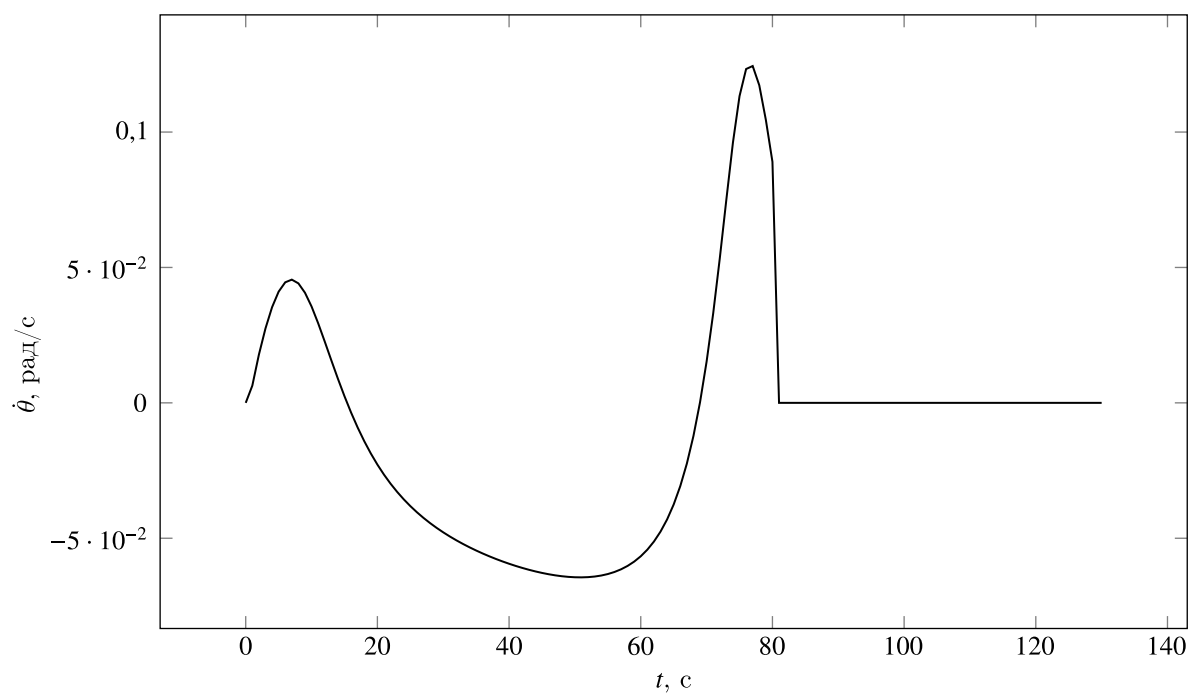


Рис. 10. Угловая скорость тележки при постоянном управлении (19)

а во втором — за счет своевременной остановки. Выбор вида управления зависит от стоящих целей и задач.

Представлен псевдокод алгоритмов. На примере движения цели по окружности представлены графики положения робота и цели в разные моменты времени, изменение мгновенной скорости робота и угловых скоростей колес робота в зависимости от времени. Разработанные

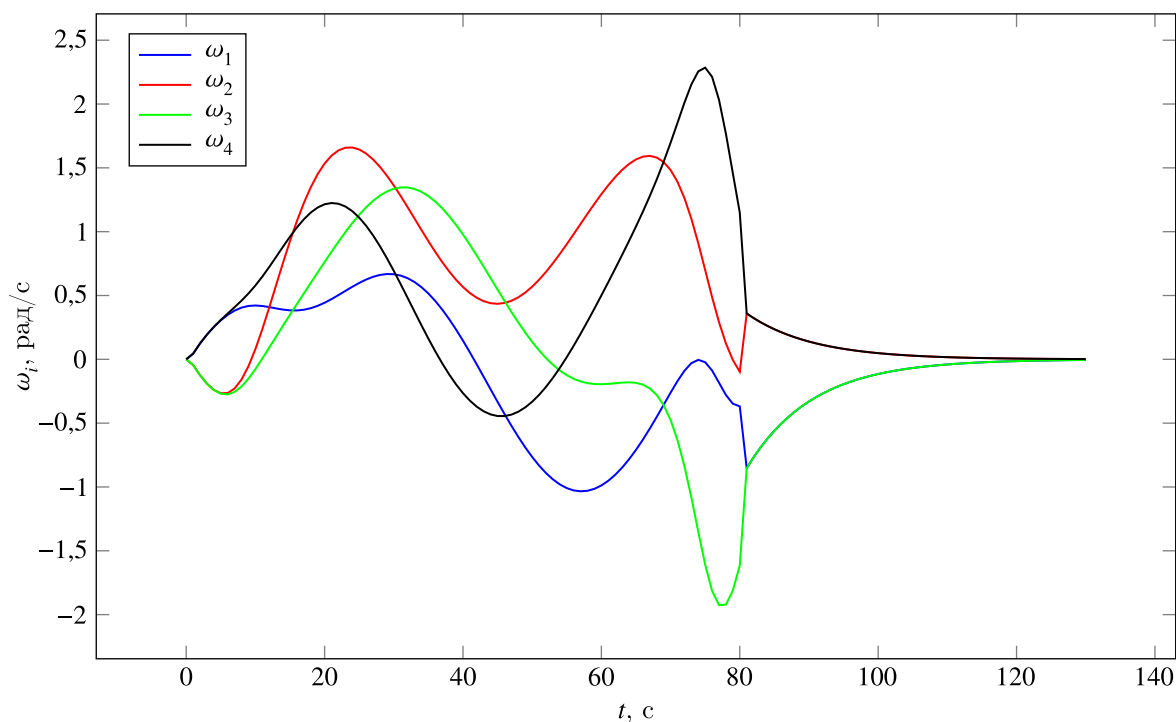


Рис. 11. Угловая скорость колес при постоянном управлении (19)

методы управления 4-колесным роботом с месапит-колесами в задаче слежения могут быть применены и для других типов конструкций всенаправленных роботов.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку алгоритмов движения робототехнических платформ в неизвестной местности с учетом препятствий и геометрических размеров робота.

## Список литературы (References)

- Бурдаков С. Ф., Сизов П. А. Алгоритмы управления движением мобильного робота в задаче преследования // Информатика, телекоммуникации и управление. — 2014. — Т. 210, № 6. — С. 49–58.
- Burdakov S. F., Sizov P. A. Algoritmy upravlenija dvizheniem mobil'nogo robota v zadache presledovanija [Algorithms for controlling the movement of a mobile robot in the pursuit task] // Informatika, telekommunikatsii i upravlenie. — 2014. — Vol. 210, No. 6. — P. 49–58 (in Russian).
- Дубанов А. А., Севээн А. Э., Балагуров В. С., Жамцаев Н. С. Модель преследования одиночной цели методом погони группой объектов // Научно-технический вестник Поволжья. — 2022. — № 11. — С. 16–19.
- Dubanov A. A., Seveen A. E., Balagurov V. S., Zhamcaev N. S. Model' presledovaniya odinochnoj celi metodom pogoni gruppoy ob'ektov [The model of pursuit of a single target by the method of chasing a group of objects] // Nauchno-tekhniceskij vestnik Povolzh'ya [Scientific and technical bulletin of the Volga region]. — 2022. — No. 11. — P. 16–19 (in Russian).
- Киргетов В. И. О кинематически управляемых механических системах // Прикладная математика и механика. — 1964а. — Т. 28, № 1. — С. 15–24.
- Kirgetov V. I. O kinematically upravljaemyh mehanicheskix sistemah [About kinematically controlled mechanical systems] // Prikladnaja matematika i mehanika [Applied Mathematics and Mechanics]. — 1964a. — Vol. 28, No. 1. — P. 15–24 (in Russian).
- Киргетов В. И. Об уравнениях движения управляемых механических систем // Прикладная математика и механика. — 1964б. — Т. 28, № 2. — С. 232–241.
- Kirgetov V. I. Ob uravnenijah dvizhenija upravljaemyh mehanicheskix sistem [On the equations of motion of controlled mechanical systems] // Prikladnaja matematika i mehanika [Applied Mathematics and Mechanics]. — 1964b. — Vol. 28, No. 2. — P. 232–241 (in Russian).

- Киргетов В. И.* О движении управляемых механических систем с условными связями (сервосвязями) // Прикладная математика и механика. — 1967. — Т. 31, № 3. — С. 15–24.  
*Kirgetov V. I.* O dvizhenii upravljajemyh mehanicheskikh sistem s uslovnymi svjazjami (servosvjazjami) [On the motion of controlled mechanical systems with conditional connections (servos)] // Prikladnaja matematika i mehanika [Applied Mathematics and Mechanics]. — 1967. — Vol. 31, No. 3. — P. 15–24 (in Russian).
- Колесниченко Е. Ю., Павловский В. Е.* Явный синтез управления движением колесного механум-робота по криволинейной траектории // Экстремальная робототехника. — 2016. — Т. 1, № 1. — С. 167–176.  
*Kolesnichenko E. Yu., Pavlovskij V. E.* Javnyj sintez upravlenija dvizheniem kolesnogo mekanumrobota po krivolinejnoj traektorii [Explicit synthesis of motion control of a wheeled mecanum robot along a curved trajectory] // Ekstremal'naja robototehnika. — 2016. — Vol. 1, No. 1. — P. 167–176 (in Russian).
- Неугодникова Л. М.* Формирование траектории полета летательного аппарата при наблюдении за наземным объектом // Решетневские чтения. — 2015. — Т. 1, № 19. — С. 245–246.  
*Neugodnikova L. M.* Formirovanie traektorii poleta letatel'nogo apparata pri nabljudenii za nazemnym ob'ektom [Formation of the flight path of an aircraft when observing a ground object] // Reshetnevskie chtenija. — 2015. — Vol. 1, No. 19. — P. 245–246 (in Russian).
- Севеэн А. Э.* Кинематическая модель метода погони преследователя за целью на плоскости // Наука и современное образование: актуальные вопросы, достижения и инновации: сборник статей VI Международной научно-практической конференции. — С. 30–33.  
*Seveen A. E.* Kinematicheskaja model' metoda pogoni presledovatelya za cel'ju na ploskosti [Kinematic model of the method of chasing a pursuer after a target on a plane] // Nauka i sovremennoe obrazovanie: aktual'nye voprosy, dostizheniya i innovacii: sbornik statej VI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii [Science and modern education: current issues, achievements and innovations: Collection of articles of the VI International Scientific and Practical Conference]. — 2022. — P. 30–33 (in Russian).
- Тешаев М. Х.* К задаче стабилизации движений механических систем, стесненных геометрическими и кинематическими сервосвязями // Известия вузов. Поволжский регион. Физико-математические науки. — 2009. — № 4. — С. 245–246.  
*Teshaev M. H.* K zadache stabilizacii dvizhenij mekhanicheskikh sistem, stesnennyh geometricheskimi i kinematicheskimi servosvyazjami [On the problem of stabilizing the movements of mechanical systems constrained by geometric and kinematic servocommunications] // Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Povolzhskij region. Fiziko-matematicheskie nauki [News of higher educational institutions. Volga region. Physical and mathematical sciences]. — 2009. — No. 3. — P. 27–38 (in Russian).
- Чжочэн Л., Лян Ц., Цзяси Л., Цзыюй Л.* Всенаправленные мобильные роботы // International Journal of Humanities and Natural Sciences. — 2022. — Т. 5-2, № 68.  
*Chzhoch'en L., Ljan Tsz., Tszjasi L., Tszjuj L.* Vsenapravlennye mobil'nye roboty [Omnidirectional mobile robots] // International Journal of Humanities and Natural Sciences. — 2022. — Vol. 5-2, No. 68 (in Russian).
- Шмалько Е. Ю., Румянцев Ю. А., Байназаров Р. Р., Ямианов К. Л.* Идентификация нейросетевой модели робота для решения задачи оптимального управления // Информатика и автоматизация. — 2021. — Т. 20, № 6. — С. 1254–1278.  
*Shmal'ko E. Yu., Rumyantsev Yu. A., Yamshanov K. L.* Identifikatsiya neurosetevoi modeli robota dlya resheniya zadachi optimal'nogo upravleniya [Identification of the neural network model of the robot for solving the optimal control problem] // Informatika i avtomatizatsiya [Computer Science and automation]. — 2021. — Vol. 20, No. 6. — P. 1254–1278 (in Russian).
- Adamov B. I., Saypulaev G. R.* Research on the dynamics of an omnidirectional platform taking into account real design of mecanum wheels (as exemplified by KUKA youBot) // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. — 2020. — Vol. 16, No. 2. — P. 291–307.
- Andreev A. S., Peregudova O. A.* On global trajectory tracking control for an omnidirectional mobile robot with a displaced center of mass // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. — 2020. — Vol. 16, No. 1. — P. 115–131.
- Andreeva M. V., Pavlovsky V. E.* On the stability of trajectories in the task of pursuit // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — 2019. — Vol. 489, No. 1. — P. 012050.
- Borenstein J., Everett H. R., Feng L.* Navigating mobile robot. — Wellesley, Massachusetts: AK Peters, 1996.
- Borisov A., Kilin A., Mamaev I.* Dynamics and control of an omniwheel vehicle // Regular and Chaotic Dynamics. — 2015. — Vol. 20. — P. 153–172.

- Diegel O., Badve A., Bright G., Potgieter J., Tlale S.* Improved mecanum wheel design for omnidirectional robots // Proc. 2002 Australasian conference on robotics and automation, Auckland. — 2002. — P. 117–121.
- Dubowsky S., Genot F., Godding .S., Kozono H., Skwersky A., Yu H., Yu L. Sh.* PAMM-A robotic aid to the elderly for mobility assistance and monitoring: a “helping-hand” for the elderly // Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No. 00CH37065). — 2000. — Vol. 1. — P. 570–576.
- Gerasimov K. V., Zobova A. A.* Dynamics of a vehicle with omniwheels with massive rollers with account for a roller change contacting with supporting plane // Trudy MAI. — 2018. — Vol. 101, No. 2. — P. 26.
- Ilon B. E.* Wheels for a course stable selfpropelling vehicle movable in any desired direction on the ground or some other base. — Google Patents, 1975. — US Patent 3,876,255.
- Jia Y., Song X., Xu S. Sh.-D.* Modeling and motion analysis of four-Mecanum wheel omni-directional mobile platform // 2013 CACS International Automatic Control Conference (CACS). — 2013. — P. 328–333.
- Kilin A., Bozek P., Karavaev Yu., Klekovkin A., Shestakov V.* Experimental investigations of a highly maneuverable mobile omniwheel robot // Int. J. Adv. Robot. Syst. — 2017. — Vol. 14, No. 6. — P. 1–9.
- Kosenko I., Gerasimov K.* Physically oriented simulation of the omnivehicle dynamics // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. — 2016. — Vol. 12, No. 2. — P. 251–262.
- Malayjerdi E., Kalani H., Malayjerdi M.* Self-tuning fuzzy PID control of a four-mecanum wheel omnidirectional mobile platform // Electrical Engineering (ICEE), Iranian Conference on. — 2018. — P. 816–820.
- Mamaev I. S., Kilin A. A., Karavaev Yu. L.* Criteria of motion without slipping for an omnidirectional mobile robot // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. — 2021. — Vol. 17, No. 4. — P. 527–546.
- Martynenko Yu. G.* Motion control of mobile wheeled robots // J. Math. Sci. (N. Y.). — 2007. — Vol. 147, No. 2. — P. 6569–6606.
- Morioka K., Lee J.-H., Hashimoto H.* Human-following mobile robot in a distributed intelligent sensor network // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2004. — Vol. 51, No. 1. — P. 229–237.
- Rey R., Corzetto M., Cobano J. A., Merino L., Caballero F.* Human-robot co-working system for warehouse automation // 2019 24th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA). — 2019. — P. 578–585.
- Shaura A. S., Tenenev V. A., Vetchanin E. V.* The problem of balancing an inverted spherical pendulum on an omniwheel platform // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. — 2021. — Vol. 17, No. 4. — P. 507–525.
- Shestakov V. A., Mamaev I. S., Karavaev Yu. L.* Controlled motion of a highly maneuverable mobile robot along curvilinear trajectories // 2020 International Conference Nonlinearity, Information, and Robotics (NIR). — 2020. — P. 1–4.
- Shirzadeh M., Amirkhani A., Jalali A., Mosavi M. R.* An indirect adaptive neural control of a visual-based quadrotor robot for pursuing a moving target // ISA transactions. — 2015. — Vol. 59. — P. 290–302.
- Sirintuna D., Ozdamar I., Ajoudani A.* Carrying the uncarriable: a deformation-agnostic and human-cooperative framework for unwieldy objects using multiple robots // arXiv preprint arXiv:2209.14009. — 2022.
- Sung I., Choi B., Nielsen P.* On the training of a neural network for online path planning with offline path planning algorithms // International Journal of Information Management. — 2021. — Vol. 57. — P. 102142.

- 
- Szeremeta M., Szuster M.* Neural tracking control of a four-wheeled mobile robot with mecanum wheels // *Applied Sciences*. — 2022. — Vol. 12, No. 11.
- Tadakuma K., Tadakuma R.* Mechanical design of “omni-ball”: spherical wheel for holonomic omnidirectional motion // *2007 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*. — 2007. — P. 788–794.
- Tian L., Li M., Hao Y., Liu J., Zhang G., Chen Y.Q.* Robust 3-D human detection in complex environments with a depth camera // *IEEE Transactions on Multimedia*. — 2018. — Vol. 20, No. 9. — P. 2249–2261.
- Yadav P.S., Agrawal V., Mohanta J. C., Ahmed M.D.F.* A robust sliding mode control of mecanum wheel-chair for trajectory tracking // *Materials Today: Proceedings*. — 2022. — Vol. 56. — P. 623–630.
- Yin X., Noguchi N., Choi J.* Development of a target recognition and following system for a field robot // *Computers and Electronics in Agriculture*. — 2013. — Vol. 98. — P. 17–24.