

УДК: 519.6

Разработка вычислительной среды для математического моделирования сверхпроводящих наноструктур с магнетиком

А. В. Нечаевский^{1,2,a}, О. И. Стрельцова^{1,2}, К. В. Куликов¹,
М. В. Башашин^{1,2}, Ю. А. Бутенко¹, М. И. Зуев¹

¹Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория информационных технологий им.
М. Г. Мещерякова,

Россия, 141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, д. 6

²Государственный университет «Дубна»,

Россия, 141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Университетская, д. 19

E-mail: ^a nechav@jinr.ru

Получено 10.06.2023., после доработки — 23.09.2023.

Принято к публикации 25.09.2023.

В настоящее время основная исследовательская деятельность в области нанотехнологий направлена на создание, изучение и применение новых материалов и новых структур. Большое внимание в последнее время привлекает возможность управления магнитными свойствами с помощью сверхпроводящего тока, а также влияние магнитной динамики на вольт-амперные характеристики гибридных наноструктур типа «сверхпроводник/ферромагнетик» (S/F). В частности, к таким структурам относятся джозефсоновский S/F/S-переход или молекулярные наномангниты, связанные с джозефсоновскими переходами. Теоретические исследования динамики подобных структур неизменно приводят к моделям, расчет которых требует численного решения большого количества нелинейных уравнений. Численное моделирование гибридных наноструктур «сверхпроводник/магнетик» подразумевает расчет как магнитной динамики, так и динамики сверхпроводящей фазы, что многократно увеличивает их комплексность и масштабность, поэтому возникает задача решения сложных систем нелинейных дифференциальных уравнений, что требует значительных временных и вычислительных ресурсов.

На сегодняшний день активно развиваются алгоритмы и фреймворки для моделирования динамики намагничивания в различных структурах. Однако функционал существующих пакетов не позволяет в полной мере реализовать нужную схему вычислений.

Целью настоящей работы является разработка единой вычислительной среды для моделирования гибридных наноструктур «сверхпроводник/магнетик», предоставляющей доступ к решателям и разработанным алгоритмам, позволяющей проводить исследования сверхпроводящих элементов в наноразмерных структурах с магнетиками и гибридных квантовых материалов. В работе представлены результаты использования разрабатываемой вычислительной среды по исследованию резонансных явлений в системе наномангнита, связанного с джозефсоновским переходом. Для исследования возможности переориентации намагниченности в зависимости от параметров модели численно решалась задача Коши для системы нелинейных уравнений. Непосредственно сама вычислительная среда разрабатывалась и развернута на базе гетерогенной вычислительной платформы HybridLIT. Проведенное в рамках вычислительной среды исследование показало эффективность применения развернутого стека технологий и перспективность его использования в дальнейшем для оценки физических параметров в гибридных наноструктурах «сверхпроводник/магнетик».

Ключевые слова: численное моделирование, гибридные наноструктуры, джозефсоновские переходы, Jupyter Notebook, вычислительная среда, алгоритм, облачная платформа

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 22-71-10022 (<https://rscf.ru/project/22-71-10022/>).

© 2023 Андрей Васильевич Нечаевский, Оксана Ивановна Стрельцова, Кирилл Вячеславович Куликов, Максим Викторович Башашин, Юрий Александрович Бутенко, Максим Игоревич Зуев
Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

UDC: 519.6

Development of a computational environment for mathematical modeling of superconducting nanostructures with a magnet

A. V. Nechaevskiy^{1,2,a}, Streltsova^{1,2}, K. V. Kulikov¹, M. V. Bashashin^{1,2},
Yu. A. Butenko¹, M. I. Zuev¹

¹Meshcheryakov Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research,
6 Joliot-Curie st., Dubna, Moscow Region, 141980, Russia

²Dubna State University,
19 Universitetskaya st., Dubna, Moscow Region, 141980, Russia

E-mail: ^a nechav@jinr.ru

Received 10.06.2023., after completion – 23.09.2023.
Accepted for publication 25.09.2023.

Now days the main research activity in the field of nanotechnology is aimed at the creation, study and application of new materials and new structures. Recently, much attention has been attracted by the possibility of controlling magnetic properties using a superconducting current, as well as the influence of magnetic dynamics on the current–voltage characteristics of hybrid superconductor/ferromagnet (S/F) nanostructures. In particular, such structures include the S/F/S Josephson junction or molecular nanomagnets coupled to the Josephson junctions. Theoretical studies of the dynamics of such structures need processes of a large number of coupled nonlinear equations. Numerical modeling of hybrid superconductor/magnet nanostructures implies the calculation of both magnetic dynamics and the dynamics of the superconducting phase, which strongly increases their complexity and scale, so it is advisable to use heterogeneous computing systems.

In the course of studying the physical properties of these objects, it becomes necessary to numerically solve complex systems of nonlinear differential equations, which requires significant time and computational resources.

The currently existing micromagnetic algorithms and frameworks are based on the finite difference or finite element method and are extremely useful for modeling the dynamics of magnetization on a wide time scale. However, the functionality of existing packages does not allow to fully implement the desired computation scheme.

The aim of the research is to develop a unified environment for modeling hybrid superconductor/magnet nanostructures, providing access to solvers and developed algorithms, and based on a heterogeneous computing paradigm that allows research of superconducting elements in nanoscale structures with magnets and hybrid quantum materials. In this paper, we investigate resonant phenomena in the nanomagnet system associated with the Josephson junction. Such a system has rich resonant physics. To study the possibility of magnetic reversal depending on the model parameters, it is necessary to solve numerically the Cauchy problem for a system of nonlinear equations. For numerical simulation of hybrid superconductor/magnet nanostructures, a computing environment based on the heterogeneous HybriLIT computing platform is implemented. During the calculations, all the calculation times obtained were averaged over three launches. The results obtained here are of great practical importance and provide the necessary information for evaluating the physical parameters in superconductor/magnet hybrid nanostructures.

Keywords: numerical modeling, hybrid nanostructures, Josephson junctions, Jupyter Notebook, computing environment, algorithm, cloud platform

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 5, pp. 1349–1358 (Russian).

This work was supported by the Russian Science Foundation within the under the scientific project No. 22-71-10022 (<https://rscf.ru/project/22-71-10022/>).

© 2023 Andrey V. Nechaevskiy, Oksana I. Streltsova, Kirill V. Kulikov, Maksim V. Bashashin, Yury A. Butenko, Maksim I. Zuev
This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

Введение

В области математического моделирования спинтронники в наноструктурах типа «сверхпроводник/ферромагнетик» (S/F) большой интерес в последнее время привлекает возможность управления магнитными свойствами с помощью сверхпроводящего тока. В частности, к таким структурам относятся джозефсоновский S/F/S-переход или молекулярные наномангниты, связанные с джозефсоновскими переходами. Ожидается, что они будут играть центральную роль в решении ряда задач квантовой обработки информации и сверхпроводниковой спинтронники. Кроме того, исследования топологических свойств магнитной и фазовой динамики гибридных наноструктур открывают возможности разработки альтернативных способов обработки информации за счет введения новых видов носителей информации, таких как магнитные скирмионы для магнитных запоминающих и логических устройств и майорановские связанные состояния для топологических квантовых компьютеров. Теоретические исследования динамики подобных структур требует численного решения большого количества нелинейных уравнений, поэтому для их решения целесообразно использовать специализированные программные среды и пакеты программ. В настоящее время в этой области разработаны многочисленные решатели, базирующиеся на методе конечных разностей или конечных элементов [Leliaert, Mulkersa, 2019], например симуляторы OOMMF [Donahue, Porter, 1999], Mumax3 [Vansteenkiste et al., 2014], Boris [Boris]. Симуляторы, такие как Vampire [Evans et al., 2014], Spirit [Müller et al., 2019] и Fidimag [Bisotti et al., 2018], были разработаны для моделирования магнитных материалов с атомным разрешением от ангстремов до нескольких микрометров. Важными свойствами этих пакетов являются удобство в использовании и широкий функционал для решения поставленных задач. К недостаткам этих пакетов можно отнести то, что пользователи должны владеть синтаксисом конкретного пакета и не всегда результаты, полученные в рамках одного пакета, могут быть напрямую использованы в другом.

С ростом популярности языка Python и при наличии инструментов для быстрого прототипирования и визуализации результатов стали появляться интеграции описанных выше пакетов для решения рассматриваемых задач. Разработчиками и исследователями активно используются оболочки Jupyter Notebook (интерактивные блокноты) и JupyterLab [JupyterLab], позволяющие в интерактивном режиме проводить расчеты и анализ данных благодаря переносу работы с Python в браузер. Кроме того, можно предоставить интерфейс Python в качестве дополнительного слоя поверх существующего программного обеспечения. Например, реализация Ubermag Python [Beg, Lang, Fangohr, 2022] интегрирует OOMMF в Jupyter Notebook как часть проекта OpenDreamKit [OpenDreamKit]. Однако в работе [Barman et al., 2020] авторы показывают, что существующие симуляторы не могут точно отразить микроскопическое происхождение сложных физических эффектов, таких как спин-орбитальные эффекты, спиновый перенос, тепловые магнитные эффекты и сверхбыстрое размагничивание. Также в работе [Sun et al., 2022] авторы отмечают, что программные пакеты для микромагнитного моделирования (OOMMF, MuMax3), использующие метод конечных элементов, могут использовать только кубовидные элементы для построения сетки модели. Для геометрически более сложных моделей это может привести к появлению краевых эффектов, которые в свою очередь искусственно создают некоторое несуществующее размагничивающее поле. Более того, когда принимаются во внимание смещения в среде и магнитное поле, то они могут рассматриваться только как независимые друг от друга, что является существенным недостатком этих пакетов.

Для численного моделирования гибридных наноструктур «сверхпроводник/магнетик» в первую очередь необходимо определить тип специфического взаимодействия между магнитной и сверхпроводящей подсистемами. В ряде случаев это подразумевает расчет магнитной динамики под действием внешнего эффективного поля, свойства которого напрямую от нее зависят. Следовательно, пользователь должен иметь возможность задавать внешнее поле, зависящее не

только от времени и положения в пространстве, но и от намагниченности в каждой расчетной точке, что многократно увеличивает сложность и временозатратность таких вычислений. Тестирование реализации алгоритма расчета динамики намагниченности в гибридной структуре в `Ubermag Python` показало, что функционал пакета не позволяет реализовать нужную схему вычислений в полной мере.

Существующие программы для моделирования наноструктур имеют достаточно широкий функционал и чрезвычайно полезны для моделирования динамики магнитного момента, однако они не предполагают введения новых типов взаимодействий, которые могут возникать в гибридных наноструктурах. Таким образом, для моделирования гибридных наноструктур на сегодняшний день нет готовых инструментов моделирования, которые могли бы решить эту проблему.

Для решения этого класса задач авторами разрабатывается вычислительная среда для моделирования гибридных наноструктур «сверхпроводник/магнетик», предоставляющая доступ к разработанным алгоритмам, включающая построение моделей и визуализацию результатов расчетов.

Структура вычислительной среды

Одной из идей, положенных в основу разрабатываемой вычислительной среды, является предоставление инструментария исследователям и исследовательским группам для разработки моделей с удобным интерфейсом, проведения расчетов, размещения в открытом доступе всех этапов моделирования и визуализации результатов исследования, а также возможность запуска готовых моделей без дополнительной установки программного обеспечения. Для реализации такой среды были выбраны решения на базе `JupyterHub`, `Jupyter Book` и `Jupyter Binder`.

Вычислительная среда реализована на базе гетерогенной вычислительной платформы `HybriLIT` [`HybriLIT`], которая является частью многофункционального информационно-вычислительного комплекса Лаборатории информационных технологий им. М. Г. Мещекова ОИЯИ, г. Дубна [`MICC`]. Платформа состоит из суперкомпьютера «Говорун» [`Podgainy et al., 2021`], учебно-тестового полигона `HybriLIT` и экосистемы `ML/DL/HPC` для задач машинного обучения, глубокого обучения и высокопроизводительных вычислений [`Butenko et al., 2022`].

На рис. 1 представлена схема среды, при этом компонента для разработки алгоритмов и проведения расчетов (`Dev platform`) является частью экосистемы `ML/DL/HPC`, и для работы на ней разработчикам требуется наличие учетной записи `HybriLIT`. На всех компонентах вычислительной среды установлены основные библиотеки для проведения исследований на базе `Jupyter Notebook`.

`Jupyter Notebook` представляет собой интерактивную веб-технология, позволяющую пользователям создавать и запускать блокноты `Jupyter`, которые являются документами, содержащими программный код, уравнения, визуализации и описательный текст. Блокноты можно запускать на различных языках программирования, включая `Python`, `R` и `Julia`. Также есть возможность интеграции в `Jupyter Notebook` библиотек и пакетов, таких как `NumPy`, `Pandas`, `Matplotlib` и многих других. Удобство работы в `Jupyter Notebook` связано с возможностью разбиения кода на отдельные фрагменты, записанные в виде отдельных ячеек, результаты запуска которых отображаются в этом блокноте. Интерфейс `Jupyter Notebook` открывается в браузере, используемом по умолчанию. Все дополнительные библиотеки, не представленные с базовой версии `Jupyter`, можно установить в процессе работы с блокнотами.

Для обмена результатами моделирования с исследователями, не имеющими доступ к платформе `HybriLIT`, развернута компонента на базе технологии `Jupyter Book` [`Jupyter Book`], позволяющая создавать книги, тьюториалы в виде блокнотов `Jupyter Notebook`, которые можно просматривать или скачивать для работы на своих вычислительных ресурсах. При необходимости

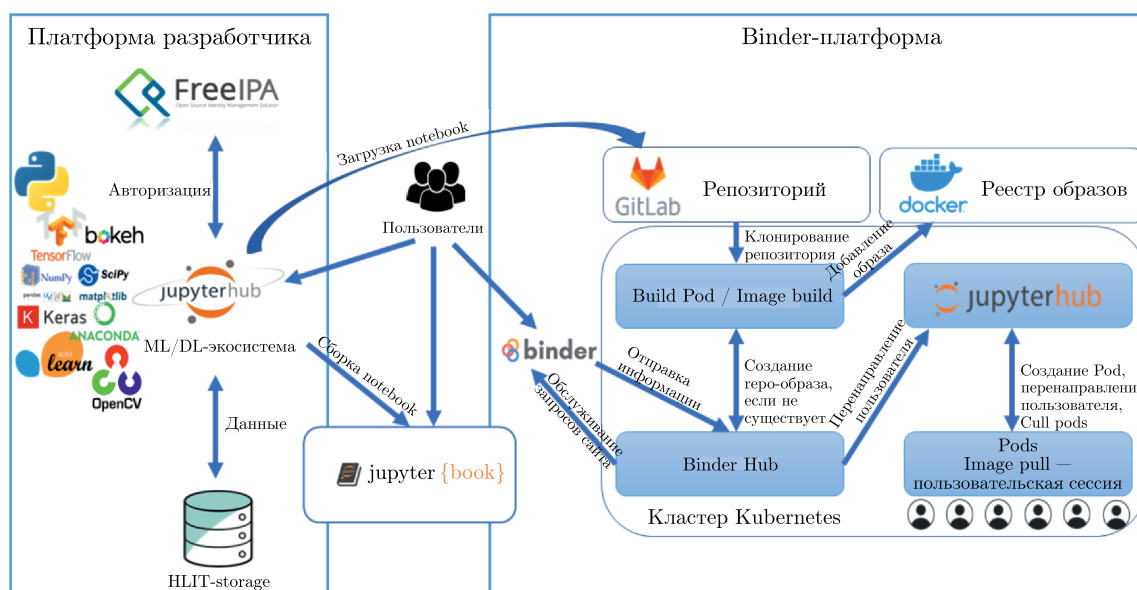


Рис. 1. Схема основных компонент вычислительной среды

провести расчеты заново или пересчитать с новыми начальными параметрами достаточно установить окружение Jupyter через менеджер пакетов Anaconda на рабочую машину, открыть в ней полученный файл и произвести запуск всех имеющихся в нем ячеек или отдельных частей кода.

Для запуска и отладки файлов-блокнотов, проведения тестовых расчетов или учебных курсов для пользователей, не имеющих доступ к платформе HybriLIT, была развернута третья компонента среды (Binder platform). Jupyter Binder [Binder] — это облачная платформа, которая позволяет пользователям запускать блокноты Jupyter в веб-браузере без необходимости устанавливать какое-либо программное обеспечение на локальной машине. В целом Jupyter Binder представляет собой мощную и удобную платформу для моделирования и совместной работы, что делает его популярным среди исследователей. Jupyter Binder работает поверх Kubernetes кластера, когда ему требуется запустить какой-то ноутбук, то он проверяет, готов ли для него контейнер; если такого контейнера не найдено в подключенном хранилище, то создается новый. После этого запускается изолированный контейнер с полной репликой примера из открытого репозитория с исходным кодом. Далее пользователь попадает в интерфейс JupyterLab и может взаимодействовать с Jupyter Notebook: проводить расчеты, вносить изменения, запускать код, сохранять и скачивать отредактированный код к себе на машину.

Таким образом, взаимодействие пользователей с вычислительной средой происходит по следующей схеме:

- 1) разработка Jupyter Notebook'a на платформе для разработчиков;
- 2) публикация готового Jupyter Notebook'a в виде Jupyter Book в публичном репозитории GitLab (<https://gitlab-hlit.jinr.ru/butenko/jnotebooks>);
- 3) генерация контейнера для запуска на платформе Binder;
- 4) публикация ссылки на готовый контейнер.

Разработанная вычислительная среда предоставляет удобный набор инструментария как для разработчиков, так и для различных научных групп исследователей, независимо от их местонахождения.

Постановка задачи

В качестве примера работы в разработанной вычислительной среде рассмотрим задачу по исследованию динамики магнитного момента наномангнита, связанного с джозефсоновским переходом (ДП). В такой системе связь между джозефсоновской фазой и намагниченностью достигается за счет электромагнитного взаимодействия наномангнита с переходом. При этом магнитное поле наномангнита изменяет сверхпроводящий ток, протекающий через переход, а магнитное поле, генерируемое в джозефсоновском переходе, действует на его магнитный момент. В результате такой связи было предсказано несколько явлений. В частности, переворот спина, обеспечиваемый определенным изменением внешнего напряжения во времени. В работе [Shukrinov et al., 2019] авторы представили маятник Капицы как механический аналог системы «ДП – наномангнит» и продемонстрировали переориентацию легкой оси магнитного момента наномангнит. При этом отношение джозефсоновской энергии к магнитной энергии соответствует амплитуде переменной силы маятника Капицы, джозефсоновская частота соответствует частоте колебаний точки подвеса, а усредненные компоненты магнитного момента задают стабильное положение. Более того, аналитическое описание переориентации намагниченности в такой системе содержится в работе [Kulikov et al., 2022] (рис. 2).

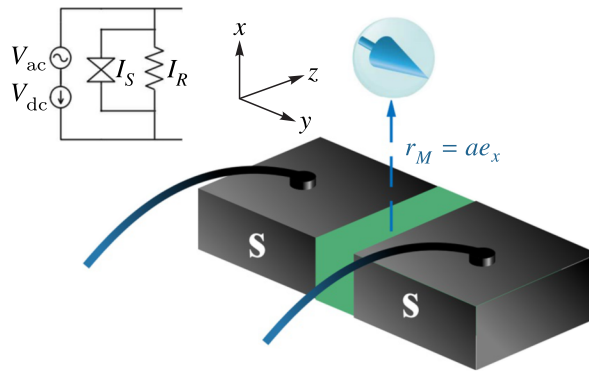


Рис. 2. Схема исследуемой системы

В настоящей работе мы исследуем резонансные явления в системе наномангнита, связанного с джозефсоновским переходом при внешнем периодическом воздействии. Динамика магнитного момента m описывается уравнением Ландау – Лифшица – Гильберта, которое в нормированных единицах приведено в [Shukrinov et al., 2019]. Ниже приведена задача Коши для системы уравнений в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{dm_x}{dt} &= \frac{\Omega_F}{1 + m^2 \alpha^2} [h_y(m_z - \alpha m_x m_y) - h_z(\alpha m_x m_z + m_y) + \alpha h_x(m_y^2 + m_x^2)], \\ \frac{dm_y}{dt} &= \frac{\Omega_F}{1 + m^2 \alpha^2} [-h_x(\alpha m_x m_y + m_z) + h_z(m_x - \alpha m_y m_z) + \alpha h_y(m_x^2 + m_z^2)], \\ \frac{dm_z}{dt} &= \frac{\Omega_F}{1 + m^2 \alpha^2 + \Omega_F \alpha \epsilon k (m_x^2 + m_y^2)} [\alpha \epsilon [\sin(Vt - km_z) + V](m_x^2 + m_y^2) - \\ &\quad - h_y(m_x + \alpha m_y m_z) + h_x(m_y - \alpha m_x m_z)], \end{aligned} \quad (1)$$

где $\epsilon = Gk$, $m = [m_x, m_y, m_z]$ – нормированные компоненты магнитного момента, компоненты эффективного поля $h = [h_x, h_y, h_z]$ определяются следующим образом:

$$h_x(t) = 0, \quad h_y = m_y(t), \quad h_z(t) = \epsilon [\sin(Vt - km_z(t)) + V] - \epsilon k \frac{dm_z}{dt}, \quad (2)$$

с параметрами модели: G — отношение энергии Джозефсона к энергии магнитной анизотропии, α — параметр диссипации Гильберта, k — параметр связи, Ω_F — частота ферромагнитного резонанса.

Начальные условия предполагают, что все компоненты магнитного момента равны нулю, кроме m_y :

$$m_x(0) = 0, \quad m_y(0) = 1, \quad m_z(0) = 0. \quad (3)$$

Численное моделирование

Для исследования возможности переориентации намагниченности в зависимости от параметров модели необходимо численно решить задачу Коши для системы нелинейных уравнений (1) с начальными условиями (3) при заданном напряжении V .

Численное решение начальной задачи проводилось с использованием функции `scipy.integrate.solve_ivp` библиотеки SciPy, в которой есть возможность выбора метода решения: для нежестких задач доступны явные методы Рунге–Кутты RK45 или RK23 порядков 5 (4) и 3 (2) соответственно и методы решения жестких задач «Radau» — неявный метод Рунге–Кутты семейства «Радо ПА» 5-го порядка, неявный многошаговый метод переменного порядка BDF и др. [SciPy]. Приведенные в статье результаты получены с использованием методов RK45 и BDF.

На рис. 3 представлены результаты расчета максимальной амплитуды осцилляций m_z^{\max} как функции напряжения V на ДП при двух значениях параметра диссипации — $\alpha = 0,001$ и $\alpha = 0,3$. Отметим, что все полученные результаты полностью совпадают с результатами в работе [Shukrinov et al., 2019].

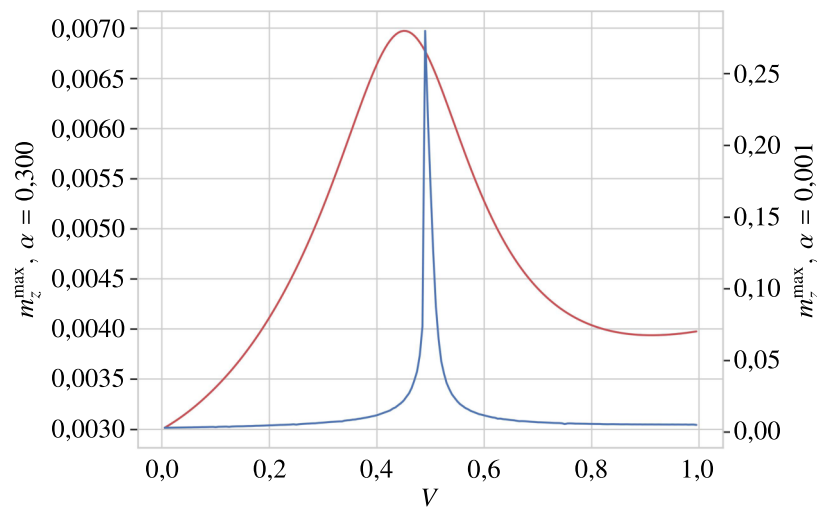


Рис. 3. Проявление ферромагнитного резонанса на зависимости $m_z^{\max}(V)$ при $\Omega_F = 0,5$, $G = 0,3$, $k = 0,01$ и двух значениях — $\alpha = 0,001$ (синий график) и $\alpha = 0,3$ (красный график)

Для проведения всестороннего исследования необходимо провести серию расчетов с различными параметрами. Расчет в последовательном режиме длится около 1 часа, в связи с этим возникла необходимость в написании программы для параллельных вычислений.

Параллельная реализация алгоритма

Для параллелизации использовалась библиотека Joblib [Joblib], к преимуществам которой можно отнести простоту освоения и возможность выбора механизмов для проведения расчетов

с помощью изменения одного параметра функции. Расчеты разработанного алгоритма проводились на компоненте экосистемы ML/DL/HPC со следующими характеристиками: 2x Intel Xeon Gold 6148 (2,4 ГГц, 20 ядер / 40 потоков), 512 ГБ DDR4 RAM.

Используемый нами решатель библиотеки SciPy задействует полностью одно физическое ядро, поэтому эффективность распараллеливания алгоритмов расчета сохраняется вплоть до 40 потоков. В процессе расчетов все полученные времена расчетов усреднялись по трем запускам.

На рис. 4, 5 приведены графики ускорения и эффективности параллельных вычислений в зависимости от количества потоков. На графиках зеленым цветом представлена линия, соответствующая случаю идеального распараллеливания. Из графиков видно, что было достигнуто ускорение в 27 раз при задействовании 40 потоков. И конечное время расчетов сократилось с 1 часа до 2,5 минут.

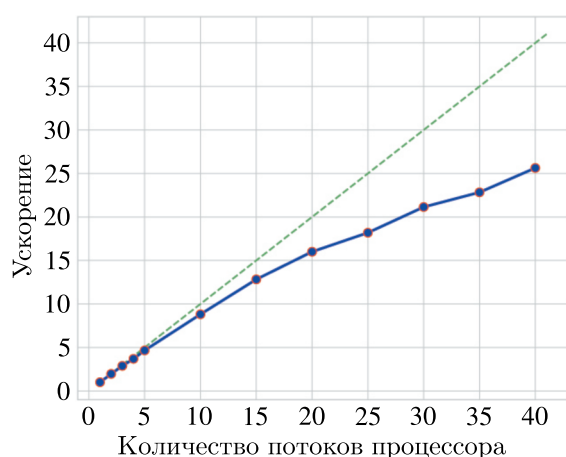


Рис. 4. График зависимости ускорения параллельных вычислений от количества потоков

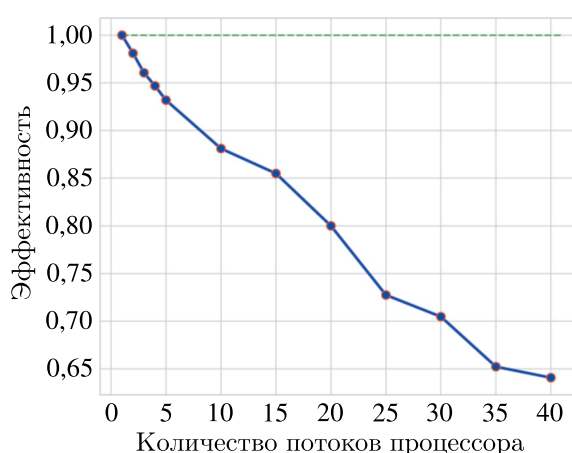


Рис. 5. График зависимости эффективности параллельных вычислений от количества потоков

Заключение

Разработана информационно-вычислительная среда на ресурсах гетерогенной платформы HуbriLIT, которая предоставляет удобный набор инструментариев для разработчиков и исследователей, включающая в себя:

- платформу для разработки и тестирования алгоритмов (Dev platform),
- платформу Binder для проведения тестовых расчетов и проведения туториалов и учебных занятий,
- экосистему Jupyter Book для публикации готовых Jupyter Notebook'ов в свободном доступе.

Электронный ресурс, на котором размещаются материалы с использованием экосистемы Jupyter Book, доступен по ссылке: <http://studhub.jinr.ru:8080/books/>. В частности, на нем представлены не только полученные результаты моделирования, но и вспомогательные материалы по численному решению возникающих задач, примеры использования библиотек для символьных и численных расчетов, библиотек для организации параллельных вычислений. Представленные материалы будут использоваться в процессе проведения лабораторных и исследовательских работ как студентов, так и научных сотрудников института.

Список литературы (References)

- Barman A., Mondal S., Sahoo S., De A.* Magnetization dynamics of nanoscale magnetic materials: A perspective // *Journal of Applied Physics*. — 2020. — Vol. 128. — 170901. — <https://doi.org/10.1063/5.0023993>
- Beg M., Lang M., Fangohr H.* Ubermag: toward more effective micromagnetic workflows // *IEEE Transactions on Magnetics*. — Vol. 58, No. 2. — Art. 7300205. — P. 1–5. — <https://doi.org/10.1109/TMAG.2021.3078896>
- Binder Project. — [Electronic resource]. — <https://jupyter.org/binder> (accessed: 27.02.2023).
- Bisotti M., Cortés-Ortuño D., Pepper R., Wang W., Beg M., Kluyver T., Fangohr H.* A finite difference atomistic and micromagnetic simulation package // *J. Open Res. Software*. — 2018. — Vol. 6, No. 1.
- Boris Computational Spintronics. Multi-physics magnetisation dynamics and spin transport simulations. — [Electronic resource]. — <https://www.boris-spintronics.uk/> (accessed: 27.02.2023).
- Butenko Yu., Ćosić M., Nechaevskiy A., Podgainy D., Rahmonov I., Stadnik A., Streltsova O., Zuev M.* ML/DL/HPC ecosystem of the HybriLIT heterogeneous platform (MLIT JINR): new opportunities for applied research // *Proceedings of Science*. — 2022. — Vol. 429.
- Donahue M., Porter D.* OOMMF user's guide, Version 1.0. — National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, 1999. — Interagency Report NISTIR 6376.
- Evans R., Fan W., Chureemart P., Ostler T., Ellis M., Chantrell R.* Atomistic spin model simulations of magnetic nanomaterials // *J. Phys.: Condens. Matter*. — 2014. — Vol. 26. — 103202.
- Joblib: running Python functions as pipeline jobs. — [Electronic resource]. — <https://joblib.readthedocs.io> (accessed: 27.02.2023).
- Jupyter Book. — [Electronic resource]. — <https://jupyterbook.org/en/stable/intro.html> (accessed: 27.02.2023).
- JupyterLab: a next-generation notebook interface. — [Electronic resource]. — <https://jupyter.org> (accessed: 27.02.2023).
- HybriLIT heterogeneous platform. — [Electronic resource]. — <http://hlit.jinr.ru/en/> (accessed: 01.02.2023).
- Kulikov K., Anghel D., Preda A., Nashaat M., Sameh M., Shukrinov Yu.* Kapitza pendulum effects in a Josephson junction coupled to a nanomagnet under external periodic drive // *Phys. Rev. B*. — 2022. — Vol. 105. — 094421. — <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.105.094421>
- Leliaert J., Mulkersa J.* Tomorrow's micromagnetic simulations // *Journal of Applied Physics*. — 2019. — Vol. 125. — 180901. — <https://doi.org/10.1063/1.5093730>
- JINR MICC. — [Electronic resource]. — <https://micc.jinr.ru/?id=29> (accessed: 21.02.2023).
- Müller G., Hoffmann M., Disselkamp C. et al.* Spirit: multifunctional framework for atomistic spin simulations // *Phys. Rev. B*. — 2019. — Vol. 99. — 224414.
- OpenDreamKit — open digital research environments toolkit for the advancement of mathematics. — [Electronic resource]. — <https://opendreamkit.org/> (accessed: 25.02.2023).
- Podgainy D., Belaykov D., Nechaevskiy A., Vorontsov A., Streltsova O., Zuev M.* IT solutions for JINR tasks on the “GOVORUN” supercomputer // *CEUR Workshop Proceedings*. — 2021. — Vol. 3041. — P. 612–618. — <https://doi.org/10.54546/MLIT.2021.95.45.001>
- Shukrinov Yu., Nashaat M., Rahmonov I., Kulikov K.* Ferromagnetic resonance and the dynamics of the magnetic moment in a “Josephson junction – nanomagnet” system // *JETP Letters*. — 2019. — Vol. 110, No. 3. — P. 160–165. — <https://doi.org/10.1134/S002136401915013X>
- SciPy. Integration and ODEs. — [Electronic resource]. — https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.solve_ivp.html (accessed: 27.02.2023).

Sun J., Shi S., Wang Y. et al. Phase field modeling of topological magnetic structures in ferromagnetic materials: domain wall, vortex, and skyrmion // *Acta Mechanica*. — 2023. — Vol. 234. — P. 283–311. — <https://doi.org/10.1007/s00707-022-03395-0>

Vansteenkiste A., Leliaert J., Dvornik M., Helsen M., Garcia-Sanchez F., Van Waeyenberge B. The design and verification of MuMax3 // *AIP Advances*. — 2014. — Vol. 4. — 107133. — <https://doi.org/10.1063/1.4899186>