

УДК: 004.896: 621.865

Калибровка эластостатической модели манипулятора с использованием планирования эксперимента на основе методов искусственного интеллекта

Д. И. Попов

Центр технологий компонентов робототехники и мехатроники, Университет Иннополис,
Россия, 420500, Иннополис, ул. Университетская, д. 1

E-mail: d.popov@innopolis.ru

*Получено 12.09.2023, после доработки — 06.10.2023.
Принято к публикации 13.10.2023.*

В данной работе показаны преимущества использования алгоритмов искусственного интеллекта для планирования эксперимента, позволяющих повысить точность идентификации параметров для эластостатической модели робота. Планирование эксперимента для робота заключается в подборе оптимальных пар «конфигурация – внешняя сила» для использования в алгоритмах идентификации, включающих в себя несколько основных этапов. На первом этапе создается эластостатическая модель робота, учитывающая все возможные механические податливости. Вторым этапом выбирается целевая функция, которая может быть представлена как классическими критериями оптимальности, так и критериями, напрямую следующими из желаемого применения робота. Третьим этапом производится поиск оптимальных конфигураций методами численной оптимизации. Четвертым этапом производится замер положения рабочего органа робота в полученных конфигурациях под воздействием внешней силы. На последнем, пятом, этапе выполняется идентификация эластостатических параметров манипулятора на основе замеренных данных.

Целевая функция для поиска оптимальных конфигураций для калибровки индустриального робота является ограниченной в силу механических ограничений как со стороны возможных углов вращения шарниров робота, так и со стороны возможных прикладываемых сил. Решение данной многомерной и ограниченной задачи является непростым, поэтому предлагается использовать подходы на базе искусственного интеллекта. Для нахождения минимума целевой функции были использованы следующие методы, также иногда называемые эвристическими: генетические алгоритмы, оптимизация на основе роя частиц, алгоритм имитации отжига т. д. Полученные результаты были проанализированы с точки зрения времени, необходимого для получения конфигураций, оптимального значения, а также итоговой точности после применения калибровки. Сравнение показало преимущество рассматриваемых техник оптимизации на основе искусственного интеллекта над классическими методами поиска оптимального значения. Результаты данной работы позволяют уменьшить время, затрачиваемое на калибровку, и увеличить точность позиционирования рабочего органа робота после калибровки для контактных операций с высокими нагрузками, например таких, как механическая обработка и инкрементальная формовка.

Ключевые слова: моделирование жесткости, эластостатическая калибровка, индустриальный робот, планирование эксперимента

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 22-41-02006).

UDC: 004.896: 621.865

Calibration of an elastostatic manipulator model using AI-based design of experiment

D. I. Popov

Center for Technologies in Robotics and Mechatronics Components, Innopolis University,
1 University st., Innopolis, 420500, Russia

E-mail: d.popov@innopolis.ru

*Received 12.09.2023, after completion — 06.10.2023.
Accepted for publication 13.10.2023.*

This paper demonstrates the advantages of using artificial intelligence algorithms for the design of experiment theory, which makes possible to improve the accuracy of parameter identification for an elastostatic robot model. Design of experiment for a robot consists of the optimal configuration-external force pairs for the identification algorithms and can be described by several main stages. At the first stage, an elastostatic model of the robot is created, taking into account all possible mechanical compliances. The second stage selects the objective function, which can be represented by both classical optimality criteria and criteria defined by the desired application of the robot. At the third stage the optimal measurement configurations are found using numerical optimization. The fourth stage measures the position of the robot body in the obtained configurations under the influence of an external force. At the last, fifth stage, the elastostatic parameters of the manipulator are identified based on the measured data.

The objective function required to finding the optimal configurations for industrial robot calibration is constrained by mechanical limits both on the part of the possible angles of rotation of the robot's joints and on the part of the possible applied forces. The solution of this multidimensional and constrained problem is not simple, therefore it is proposed to use approaches based on artificial intelligence. To find the minimum of the objective function, the following methods, also sometimes called heuristics, were used: genetic algorithms, particle swarm optimization, simulated annealing algorithm, etc. The obtained results were analyzed in terms of the time required to obtain the configurations, the optimal value, as well as the final accuracy after applying the calibration. The comparison showed the advantages of the considered optimization techniques based on artificial intelligence over the classical methods of finding the optimal value. The results of this work allow us to reduce the time spent on calibration and increase the positioning accuracy of the robot's end-effector after calibration for contact operations with high loads, such as machining and incremental forming.

Keywords: stiffness modeling, elastostatic calibration, industrial robot, design of experiment

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 6, pp. 1535–1553 (Russian).

This work was supported by RSF (grant 22-41-02006).

Введение

Среди многочисленных публикаций, посвященных калибровке роботов, лишь ограниченное количество работ непосредственно посвящено проблеме точности определения параметров и снижению влияния погрешностей измерений [Козлов, Климчик, 2022]. Несмотря на то что точность калибровки можно повысить, просто увеличив количество экспериментов, набор конфигураций робота для проведения измерений также может повлиять на итоговую калибровку робота. Было показано, что правильный выбор конфигураций может значительно улучшить точность идентификации [Driels, Pathre, 1990]. Интуитивно кажется, что использование различных конфигураций манипулятора для разных экспериментов идеально соответствует основной идее классической теории планирования эксперимента, которая направлена на получение максимально разнообразных измерений. Однако классические результаты в основном получены для очень специфических моделей (таких как линейная регрессия) и не могут быть применены напрямую из-за нелинейности соответствующих выражений эластостатической модели робота.

Проблема оптимального выбора конфигураций робота для измерений изучалась в ряде работ [Daney, Papégay, Madeline, 2005; Huang, Xie, Zhang, 2008; Zhuang, Wu, Huang, 1997], где были предложены разные критерии для соответствующей процедуры оптимизации. Используя эти критерии, возможно сгенерировать соответствующие планы экспериментов (т. е. наборы конфигураций робота для измерений), которые повысят точность идентификации по сравнению с неоптимальными планами, полученными случайным образом или интуитивно [Mamedov et al., 2018]. Чтобы сравнить планы экспериментов, было предложено несколько показателей эффективности, которые формулировались в качестве целей для задачи оптимизации, связанной с оптимальными наборами поз для измерения. В настоящее время существуют три основные тенденции в определении целевых функций. Первый основан на традиционных критериях оптимальности, оперирующих нормами ковариационной матрицы. Второй — индексы наблюдаемости, основанные на сингулярных значениях матрицы якобиана (например, число обусловленности). Однако эти подходы имеют дело с достаточно абстрактными понятиями, которые не имеют прямого отношения к точности робота и могут привести к некоторым неожиданным результатам (когда число обусловленности идеально, но ошибки оценивания параметров достаточно велики). Кроме того, они обычно требуют очень интенсивных и трудоемких вычислений, вызванных плохой сходимостью оптимизации и большой размерностью пространства поиска (количество калибровочных экспериментов, умноженное на число шарниров манипулятора). Третий и наиболее подходящий подход — это подход на базе тестовой конфигурации, позволяющий получить оптимальные значения в окрестностях рабочей точки в пространстве робота либо на рабочей траектории.

Важно отметить, что на данный момент поиск оптимальных конфигураций робота осуществляется в основном с помощью решения задачи оптимизации, что является крайне вычислительно сложным процессом. Для робота с шестью звеньями пространство поиска будет представлять собой все возможные конфигурации в пространстве состояний и набор шестимерных векторов усилий, прикладываемых к роботу. На практике планирование эксперимента для 12 таких конфигураций может занимать до 100+ часов, с использованием методов градиентного спуска из множества начальных значений. Это обстоятельство определенно затрудняет использование планирования эксперимента в реальных промышленных задачах. В ранних работах было показано, что использование численных методов для задачи планирования эксперимента для эластостатической калибровки и упрощенной модели может дать существенные преимущества с точки зрения вычислительных затрат, без существенного ущерба качеству найденных решений [Wu et al., 2015]. Использование методов искусственного интеллекта позволит сделать еще один шаг в этом направлении и расширить зону поиска и количество параметров модели.

В рамках данной работы рассматривается метод для калибровки эластостатической модели робота. В представленном методе используется известная математическая модель и затронуты

некоторые особенности процесса идентификации (в частности, проблема избыточности параметров модели). Основной фокус работы направлен на планирование эксперимента, т. е. получение набора конфигураций робота и приложенной силы, при которых следует проводить измерения. Задача планирования эксперимента решается методами численной оптимизации, для повышения эффективности выбора оптимальной позы для измерения предлагается использовать методы, основанные на искусственном интеллекте. Для получения оптимальных конфигураций и усилий для калибровки будет проводиться поиск на основе эволюционного программирования и других эвристических подходов. Основные решаемые проблемы в данной работе включают в себя получение целевой функции для планирования эксперимента, а также применение техник искусственного интеллекта для поиска оптимального значения. Основные результаты показали, что использование методики планирования эксперимента для калибровки позволяет повысить точность робота при равном количестве измерений; использование классических целевых функций для планирования эксперимента нецелесообразно для задач калибровки манипулятора; использование техник искусственного интеллекта для поиска оптимальных значений позволяет уменьшить время поиска и увеличить точность итоговой калибровки по сравнению с классическими методами при равном количестве измерений.

Метод эластостатической калибровки с использованием планирования эксперимента

В данной работе основной целью является достижение желаемой точности позиционирования робота при минимальном количестве экспериментов. По сравнению с классическими процедурами калибровки робота предлагается ввести дополнительный этап — планирование эксперимента, которое выполняется перед измерениями и направлено на получение набора поз робота, обеспечивающих хорошие результаты калибровки. Это позволяет повысить эффективность компенсации ошибок и оценить точность робота, что весьма важно для промышленного применения.

Предлагаемая процедура эластостатической калибровки индустриального робота состоит из нескольких этапов [Попов, Климчик, 2019].

Этап 1: моделирование. Данный этап направлен на разработку подходящей (т. е. полной и не избыточной) модели жесткости робота для эластостатической калибровки, которая должным образом описывает эластостатические свойства манипулятора и отклонения рабочего органа при внешней нагрузке.

Этап 2: планирование эксперимента. Второй этап направлен на выбор оптимальных конфигураций робота для измерения и соответствующих внешних сил, вызывающих эластостатические отклонения. Данный процесс должен опираться на соответствующий показатель эффективности, учитывающий особенности технологического процесса, геометрические и физические ограничения рабочей ячейки. Первостепенной задачей здесь является достижение желаемой точности позиционирования с использованием минимального количества калибровочных экспериментов (при заданных статистических свойствах шума измерений).

Этап 3: измерение. Третий этап касается проведения калибровочных экспериментов с использованием полученных конфигураций. В отличие от геометрической калибровки положение рабочего органа следует измерять дважды для каждой конфигурации робота: до и после приложения нагрузки. Требуемые перемещения рабочего органа вычисляются как их разность. Кроме того, приложенные нагрузки следует измерять с помощью датчика силы. Результатом этого шага является набор отклонений рабочего органа и соответствующих нагрузок.

Этап 4: идентификация параметров. На четвертом этапе желаемые эластостатические параметры вычисляются с использованием расширенной эластостатической модели, измеренных

отклонений и сил. На этом этапе также оцениваются точность идентификации параметров модели и ожидаемая точность позиционирования.

Этап 5: компенсация. На последнем этапе эластостатические ошибки компенсируются путем настройки входной программы контроллера (описывающей целевую траекторию) с использованием идентифицированных параметров. Здесь стратегия онлайн-компенсации вряд ли применима, так как обычно невозможно интегрировать эластостатическую модель манипулятора в контроллер промышленного робота.

Следует отметить, что в данной работе особое внимание будет уделяться этапам 1, 2 и 4, тогда как этап 5 будет рассмотрен в будущих работах.

Эластостатическая модель робота

Первый этап заключается в создании модели робота, способной описать прогиб конструкции робота под влиянием внешней силы. Для этой задачи предлагается использовать подход моделирования виртуальных пружин (Virtual Joint Modeling, VJM). При данном подходе исходная модель манипулятора дополняется виртуальными пружинами, которые описывают деформации звеньев. Кроме того, виртуальные пружины включены в активные шарниры, чтобы учесть жесткость редуктора и управления двигателя. В результате можно сформулировать так называемую расширенную геометрическую модель робота:

$$\mathbf{t} = g(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}), \quad (1)$$

где \mathbf{q} — вектор обобщенных координат робота, а $\boldsymbol{\theta}$ — вектор координат виртуальных пружин. Вектор \mathbf{q} полностью определяется геометрией робота, а значения координат виртуальных пружин $\boldsymbol{\theta}$ зависят от внешней нагрузки \mathbf{w} , приложенной к рабочему органу робота.

Математические основы выражения для отношения «сила–отклонение» и декартовой матрицы жесткости были представлены в нескольких предыдущих работах [Klimchik et al., 2015; Попов, Климчик, 2019], здесь для полноты изложения дается краткое описание методов. Изменение в значении виртуальных пружин $\boldsymbol{\theta}$ генерирует силы реакции и моменты в податливом элементе, которые описываются обобщенным законом Гука для манипулятора в пространстве виртуальных пружин, и формулируется следующим образом:

$$\boldsymbol{\tau}_\theta = \mathbf{K}_\theta \boldsymbol{\theta}, \quad (2)$$

где $\mathbf{K}_\theta = \text{diag}(\mathbf{K}_\theta^1, \mathbf{K}_\theta^2, \dots, \mathbf{K}_\theta^{n_\theta})$ — общая матрица жесткости виртуальных пружин, $\mathbf{K}_\theta^{(i)}$ — матрица жесткости пружины соответствующего звена/шарнира, а $\boldsymbol{\tau}_\theta$ является вектором момента виртуальных пружин, n определяет общее количество звеньев.

Используя принцип виртуальной работы и линеаризируя уравнение (1) вокруг точки равновесия, получим выражение для отклонения рабочего органа робота:

$$\Delta \mathbf{t} = \mathbf{J}_\theta \mathbf{K}_\theta^{-1} \mathbf{J}_\theta^T \mathbf{w}, \quad (3)$$

где \mathbf{w} — внешнее воздействие, $\mathbf{J}_\theta = \frac{\partial g(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ — матрица якобиана относительно $\boldsymbol{\theta}$.

Далее, из уравнения (3) можно извлечь следующее:

$$\mathbf{K}_C = (\mathbf{J}_\theta \mathbf{K}_\theta^{-1} \mathbf{J}_\theta^T)^{-1}, \quad (4)$$

где \mathbf{K}_C — декартова матрица жесткости манипулятора. Важно отметить, что общая матрица жесткости \mathbf{K}_θ обычно не известна и находится с использованием методов идентификации из экспериментальных данных.

Идентификация параметров эластостатической модели

Для получения желаемых параметров модели жесткости из экспериментальных данных следует произвести процедуру идентификации, соответствующую четвертому этапу. Основная цель — найти неизвестные параметры жесткости из измерений момента и смещения пружин относительно желаемого значения. Уравнение (3) устанавливает связь между смещением рабочего органа робота и приложенной внешней силой через матрицу жесткости виртуальных шарниров и позволяет сформулировать проблему идентификации параметров. Первым этапом удобнее переписать уравнение в виде

$$\Delta \mathbf{t} = \sum_{i=1}^m (\mathbf{J}_{\theta,i} \mathbf{k}_{\theta,i} \mathbf{J}_{\theta,i}^T) \mathbf{w}, \quad (5)$$

где m — количество измерений, матрицы $\mathbf{k}_{\theta}^{(i)}$ обозначают податливость звеньев/шарниров, которые необходимо найти, и $\mathbf{J}_{\theta}^{(i)}$ обозначают якобианы — $\mathbf{J}_{\theta} = [\mathbf{J}_{\theta,1}, \mathbf{J}_{\theta,2}, \dots]$. Далее возможно переписать уравнение (5) в виде, стандартном для задачи идентификации, как линейную функцию по отношению к искомым параметрам:

$$\Delta \mathbf{t} = \mathbf{A}_k(\mathbf{q}, \mathbf{w}) \mathbf{k} + \boldsymbol{\epsilon}, \quad (6)$$

где $\mathbf{A}_k = [\mathbf{J}_{\theta,1} \mathbf{J}_{\theta,1}^T \mathbf{w}, \dots, \mathbf{J}_{\theta,m\theta} \mathbf{J}_{\theta,m\theta}^T \mathbf{w}]$ — так называемая матрица наблюдений и $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_{\theta,1}, \mathbf{k}_{\theta,2}, \dots, \mathbf{k}_{\theta,m\theta})^T$ — вектор податливостей. Уравнение (6) включает в себя шум измерения $\boldsymbol{\epsilon}$, который рассматривается как независимая одинаково распределенная случайная величина с нулевым средним значением и стандартным отклонением σ . По этой причине применяется метод наименьших квадратов, который минимизирует сумму квадратов ошибок:

$$\sum_{i=1}^m \|\Delta \mathbf{t}_i - \mathbf{A}_k(\mathbf{q}_i, \mathbf{w}_i) \mathbf{k}\| \rightarrow \min_{\mathbf{k}}, \quad (7)$$

где индекс i определяет номер конфигурации робота, в которой был произведен замер ошибки позиционирования $\Delta \mathbf{t}_i$, при общем количестве конфигураций m .

Критерии для выбора оптимальных конфигураций

В робототехнике, как и в других областях, для достижения хорошей точности требуются адекватная модель и точные параметры для этой модели. Хотя на практике структура модели обычно хорошо известна, идентификация параметров модели требует существенной экспериментальной работы, а точность результатов калибровки сильно зависит от конфигурации манипулятора. По этой причине планирование эксперимента [Atkinson, Donev, Tobias, 2007] является важной проблемой и эффективным инструментом, позволяющим повысить точность идентификации параметров за счет правильного выбора конфигураций робота. Следует отметить, что первоначально эта идея пришла из анализа линейной регрессии.

Очевидно, что задача выбора критерия оптимальности конфигураций нетривиальна и для сравнения полученных решений требуются некоторые численные критерии. По этой причине в предыдущих работах в этой области было предложено несколько скалярных критериев [Driels, Pathre, 1990; Sun, Hollerbach, 2008], которые работают с различными свойствами ковариационной матрицы (след, определитель, собственные значения и т.д.). С их помощью разработаны так называемые принципы A-, T-, D-, G-, E-оптимальности, представленные в таблице 1. Рассмотрим их более подробно с точки зрения определения, преимуществ и недостатков.

Таблица 1. Целевые функции, используемые для планирования эксперимента из классического анализа регрессии

Подход	Целевая функция
A-оптимальность	$\text{trace}(X^{-1}) \rightarrow \min_{x_1, \dots, x_m}$
D-оптимальность	$\det(X) \rightarrow \max_{x_1, \dots, x_m}$
G-оптимальность	$\max(\text{diag}(X^{-1})) \rightarrow \min_{x_1, \dots, x_m}$
E-оптимальность	$\max(\text{eig}(X^{-1})) \rightarrow \min_{x_1, \dots, x_m}$

A-оптимальность и T-оптимальность оперируют следом матрицы ковариации и информационной матрицы соответственно. Первый подход направлен на минимизацию по сумме диагональных элементов ковариационной матрицы и может быть выражен как

$$\text{trace} \left(\left(\sum_{i=1}^m A_i^T A_i \right)^{-1} \right) \rightarrow \min_{\substack{q_1, \dots, q_m \\ w_1, \dots, w_m}}, \quad (8)$$

где $\sum_{i=1}^m A_i^T A_i$ называется информационной матрицей, полученной с использованием компонент $A_i(q_i, w_i) = J_i(q_i) J_i^T(q_i) w_i$, и включает в себя информацию как о конфигурации робота q в виде якобиана, так и о внешней силе w . Второй подход максимизирует сумму диагональных элементов информационной матрицы и может быть записан как

$$\text{trace} \left(\sum_{i=1}^m A_i^T A_i \right) \rightarrow \max_{\substack{q_1, \dots, q_m \\ w_1, \dots, w_m}}. \quad (9)$$

Эти два подхода имеют почти схожие цели, направленные на минимизацию средней дисперсии оцениваемых параметров, однако результаты оптимизации могут различаться. В общем, принцип T-оптимальности более простой в применении, поскольку он имеет дело с самой информационной матрицей, не требующей обращения. Однако, как отмечают некоторые авторы [Wiberg, 1983], такой подход ненадежен, поскольку недиагональные элементы информационной матрицы не включаются в целевую функцию. Кроме того, оба этих критерия трудноприменимы, если параметры имеют разные единицы измерения (в этом случае конечные результаты сильно зависят от их нормировки).

D-оптимальность нацелена на максимизацию определителя информационной матрицы (или минимизацию определителя ковариационной матрицы) и может быть записана как

$$\det \left(\sum_{i=1}^m A_i^T A_i \right) \rightarrow \max_{\substack{q_1, \dots, q_m \\ w_1, \dots, w_m}}. \quad (10)$$

Данный критерий имеет тенденцию придавать чрезвычайно важное значение параметру, к которому модель наиболее чувствительна. Одной из потенциальных проблем здесь является то, что размер доверительной области может быть уменьшен благодаря уменьшению дисперсии конкретного параметра [Zullo, 1991; Pinto, Lobão, Monteiro, 1990]. Однако погрешности по всем остальным параметрам могут оставаться очень большими.

G-оптимальность стремится минимизировать максимальные диагональные элементы в ковариационной матрице и может быть представлена в виде следующей формы:

$$\max \left[\text{diag} \left(\left(\sum_{i=1}^m A_i^T A_i \right)^{-1} \right) \right] \rightarrow \min_{\substack{q_1, \dots, q_m \\ w_1, \dots, w_m}}, \quad (11)$$

где функция $\text{diag}(\cdot)$ извлекает диагональные элементы ковариационной матрицы. Это приводит к минимизации максимальной дисперсии оцениваемых параметров и гарантирует отсутствие чрезвычайно большой разницы между ошибками оцениваемых параметров.

E-оптимальность предназначена для минимизации максимального собственного значения ковариационной матрицы и может быть выражена как

$$\max \left[\text{eig} \left(\left(\sum_{i=1}^m A_i^T A_i \right)^{-1} \right) \right] \rightarrow \min_{\substack{q_1, \dots, q_m \\ w_1, \dots, w_m}}. \quad (12)$$

Целью этого подхода является минимизация максимальной дисперсии всех возможных нормированных линейных комбинаций оценок параметров. Данная функция часто используется для уменьшения корреляции параметров [Franceschini, Macchietto, 2008].

Линейный регрессионный анализ является хорошо изученной областью, и методы планирования экспериментов для соответствующих регрессионных моделей были должным образом рассмотрены и описаны. По этой причине их применение в робототехнике на первый взгляд кажется многообещающим для задачи повышения точности идентификации параметров.

Все критерии оптимизации, которые представлены в таблице 1, напрямую не оценивают влияние ошибки измерения на точность робота. Промышленные роботы обычно работают с ограниченным набором конфигураций, и задача калибровки — обеспечить наилучшую точность для этих конкретных состояний робота. В этом случае можно ввести следующий статистический показатель эффективности [Klimchik et al., 2012]:

$$\rho_0 = \sqrt{E(\delta p^T \delta p)}, \quad (13)$$

что является среднеквадратичным расстоянием для отклонения реального положения рабочего органа от его желаемого значения δp с функцией $E(\cdot)$, обозначающей математическое ожидание. Если отклонение положения линеаризовано как $\delta p = A \cdot \delta k$, тогда уравнение (13) можно записать как

$$\rho_0^2 = \sigma^2 \cdot \text{trace} \left(A_0 \left(\sum_{i=1}^m A_i^T A_i \right)^{-1} A_0^T \right), \quad (14)$$

где A_0 получена для желаемой рабочей конфигурации робота q_0 и приложенной силы w_0 , в окрестностях которых необходимо получить наибольшую точность калибровки.

После этого задача оптимизации может быть сформулирована как

$$\text{trace} \left(A_0 \left(\sum_{i=1}^m A_i^T A_i \right)^{-1} A_0^T \right) \rightarrow \min_{\substack{q_1, \dots, q_m \\ w_1, \dots, w_m}}. \quad (15)$$

Также стоит отметить, что данный показатель может быть легко адаптирован для различных приложений, в которых точность позиционирования является критически важной. Например, для операции захвата и перемещения, когда робот выполняет свою задачу только в двух целевых положениях, использование этих двух тестовых положений достаточно для достижения наилучшей точности после компенсации эластостатической ошибки. Аналогично: для механической обработки и инкрементальной формовки крупногабаритных заготовок можно ввести несколько опорных точек, соответствующих разным участкам желаемой траектории.

Особенности идентификации эластостатических параметров

В этом разделе представлена техника для идентификации эластостатических параметров, которая основана на ранее полученных результатах [Klimchik et al., 2015; Попов, 2020]. Для получения требуемых параметров модели жесткости из экспериментальных данных следует использовать процедуру идентификации. Основная цель здесь — найти неизвестные параметры жесткости на основе измерений крутящего момента и смещения. Уравнение (5) устанавливает взаимосвязь между смещением рабочего органа и приложенной силой через матрицу жесткости и позволяет нам сформулировать задачу идентификации параметров.

Основная трудность эластостатической калибровки заключается в том, что прямое применение метода на основе виртуальных пружин (МВП) дает чрезмерное количество параметров, влияние которых на точность позиционирования робота существенно различается (в основном из-за их величины) [Shaker, Klimchik, 2022]. Более того, прямое применение этой техники дает избыточную модель, не подходящую для калибровки. В частности, весь набор эластостатических параметров для манипулятора с шестью степенями свободы включает 258 значений и приводит к сбою числовых процедур, используемых при калибровке, что вызвано сингулярностью соответствующей матрицы наблюдения. Для получения нередуцируемой, или несокращаемой, модели были разработаны соответствующие алгебраические инструменты в виде набора правил. Кроме того, при эластостатической калибровке дополнительную трудность вызывает существенное различие значений параметров. Как следует из нашего опыта, соответствующие результаты идентификации могут нарушать фундаментальные физические свойства матриц жесткости.

Обобщая теоретические основы и результаты моделирования, представленные в предыдущих работах, можно сделать следующие выводы:

- полная эластостатическая модель манипулятора включает в себя огромное количество параметров (258 для обычного промышленного робота с шестью степенями свободы), одновременная идентификация которых при наличии шума измерения затруднена или даже невозможна;
- перед применением метода идентификации по методу наименьших квадратов эластостатическая модель манипулятора должна быть уменьшена, ее избыточные параметры должны быть устранены, чтобы гарантировать обратимость информационной матрицы; этот этап может быть выполнен с использованием методов, аналогичных тем, которые разработаны для геометрической калибровки;
- среди оставшихся неизбыточных параметров есть ряд несущественных, абсолютные значения которых относительно невелики, точность их идентификации довольно низкая, и влияние на податливость всего манипулятора практически отсутствует; эти параметры можно рассматривать как «практически не идентифицируемые» и, следовательно, их можно исключить из модели;
- при разработке соответствующих методов, позволяющих обнаруживать «практически идентифицируемые» параметры, разумно учитывать некоторые специфические свойства матрицы податливости, такие как симметрия, наличие строго нулевых элементов (разреженность матрицы), положительной определенности и т. д.

Следовательно, для получения надежной модели жесткости, подходящей для калибровки, содержащей только значимые и практически идентифицируемые параметры для корректного описания эластостатических свойств манипулятора, необходимо разработать специальные методы для сокращения модели и соответствующие правила, позволяющие минимизировать количество параметров [Mikhel, Klimchik, 2021].

Прямой подход к моделированию жесткости манипулятора приводит к выявлению полного, но избыточного числа параметров. Например, каждое звено описывается матрицей 6×6 , включающей 36 параметров, которые рассматриваются как независимые. Однако, как следует из физики, число чисто физически существующих и независимых параметров существенно ниже. Следовательно, между этими 36 параметрами существует сильная взаимосвязь, но этот факт обычно игнорируется при эластостатической калибровке. Кроме того, в силу фундаментальных свойств консервативной системы искомые матрицы должны быть строго симметричны и положительно определены. Для типичных звеньев манипулятора матрицы податливости разрежены из-за симметрии формы относительно некоторой оси, но это свойство обычно не принимается во внимание при идентификации эластостатических параметров. Чтобы воспользоваться преимуществами свойств матрицы податливости и повысить точность идентификации, можно применить три простых метода, которые позволяют сократить количество параметров, вычисляемых в процедуре идентификации. Их можно рассматривать как методы редукции моделей, основанные на физике и формализованные следующим образом.

Шаг 1: симметризация

Для идентификации всех матриц податливости возможно заменить пару симметричных параметров с помощью одного. Для каждого звена эта процедура эквивалентна повторному определению вектора параметров модели следующим образом:

$$\pi = M \cdot \pi', \quad (16)$$

где двоичная матрица M размером 36×21 описывает отображение исходного к сокращенному пространству параметров. Очевидно, что эта идея позволяет уменьшить количество параметров податливости звеньев с 36 до 21 (и с 258 до 153 для всего манипулятора).

Шаг 2: разряжение

Для всех матриц податливости из набора неизвестных исключаются параметры, соответствующие нулям в шаблоне матрицы податливости, полученном аналитически для звена манипулятора аналогичной формы. Для получения желаемой матрицы шаблона удобно использовать любое реалистичное приближение формы звена. Например, используя тривиальную балку, желаемый шаблон можно представить в виде

$$k^0 = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & * & 0 & 0 & 0 & * \\ & & * & 0 & * & 0 \\ & & & * & 0 & 0 \\ & & & & * & 0 \\ & & & & & * \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где символ «*» обозначает ненулевые элементы, пустые элементы не отображены ввиду симметричности матрицы. Это позволяет дополнительно сократить количество неизвестных параметров с 21 до 8, учитывая только существенные с физической точки зрения параметры. Можно также доказать, что шаблон (17) применим для любого звена, геометрическая форма которого симметрична относительно трех ортогональных осей. Но нужно быть осторожным, если это свойство не соблюдается строго.

Шаг 3: агрегация

Все податливости шарниров не могут быть идентифицированы по отдельности и должны быть включены в матрицу податливости предыдущего звена путем модификации соответствующих диагональных элементов. Эти изменения касаются идентифицированных значений и исключения соответствующих столбцов в матрице наблюдения. Исключим из набора параметров модели те, которые соответствуют податливости шарниров, перед которыми имеется соответствующее звено. С точки зрения идентифицируемости параметров податливость таких шарниров неотделима от звеньев.

Обобщая эти методы, следует отметить, что представленные выше методы существенно сокращают количество идентифицируемых параметров, но не нарушают полноту модели, то есть способность описывать любой прогиб, вызванный нагрузкой. Однако сокращенная модель все же может иметь некоторую избыточность в структуре всего манипулятора.

Из геометрической калибровки известно, что, несмотря на то, что избыточная модель подходит для прямых и обратных вычислений, ее нельзя использовать при идентификации, поскольку матрица наблюдения имеет не полный ранг. Аналогичная проблема возникает при эластостатической калибровке, когда некоторые коэффициенты жесткости соседних звеньев не могут быть идентифицированы отдельно.

Алгебраический метод сокращения модели жесткости заключается в разделении всех параметров $\widehat{\pi}$ на три группы: 1-я группа — полностью идентифицируемые параметры, 2-я группа — полуидентифицируемые параметры, 3-я группа — неидентифицируемые параметры. Распределение параметров по этим группам возможно благодаря разложению матрицы наблюдения A_π на компоненты, например с помощью сингулярного разложения:

$$U \cdot \Sigma \cdot V^T = \text{SVD}(A_\pi). \quad (18)$$

Строгие методы сокращения, основанные на физических и математических свойствах матрицы податливости, довольно ограничены, если шум измерения достаточно велик. Это дает основания для разработки некоторых эвристических правил, учитывающих влияние шума измерения на точность идентификации. Понятно, что крайне низкая точность недопустима, но часто соответствующие параметры настолько малы, что их влияние на прогибы рабочего органа практически незначительны. Это поддерживает идею эвристической редукции малых параметров модели, но оставляет открытой проблему их дальнейшего восстановления в МВП-модели с использованием некоторых эмпирических или полуэмпирических соотношений, индуцированных математическими соотношениями между элементами матрицы жесткости. Чтобы учесть относительную точность оценок параметров, удобно использовать простой индикатор, показывающий отношение параметра к шуму, $\frac{\widehat{\pi}_i}{\sigma}$.

Очевидно, что его следует применять только к тем параметрам, которые принадлежат группе теоретически идентифицируемых. Используя этот индикатор, можно формализовать эвристический метод редукции модели для разделения практически идентифицируемых параметров от трудно идентифицируемых следующим образом. Необходимо вычислить оценки желаемых параметров $\widehat{\pi}$ и их ковариационной матрицы $\text{cov}(\widehat{\pi})$, используя полную, но не избыточную модель, полученную после применения методов редукции физических и алгебраических моделей. Используя оценки параметров и диагональные элементы ковариационной матрицы, можно вычислить отношения интересующего параметра к шуму. Чтобы все матрицы податливости были идентифицированы, нужно исключить из набора неизвестных те параметры, для которых отношение параметра к шуму ниже некоторого заданного порога.

Этот метод позволяет исключить из модели параметры, точность идентификации которых сопоставима с шумовым воздействием, и, строго говоря, эти значения нельзя рассматривать как надежные оценки $\widehat{\pi}$.

Таким образом, представленный подход обладает двумя крайне полезными функциями: (i) удаление малых (но теоретически отличных от нуля) параметров и (ii) обнаружение элементов, соответствующих нулям в шаблоне матрицы. Использование этого метода позволяет идентифицировать эластостатические параметры манипулятора даже с учетом их избыточности.

Сравнительный анализ методов численной оптимизации для планирования эксперимента

Применяя метод планирования эксперимента к эластостатической калибровке, можно найти оптимальный набор конфигураций манипулятора для измерений, обеспечивающий наилучшую точность позиционирования рабочего органа манипулятора после калибровки. Очевидно, что аналитические решения соответствующих оптимизационных задач вряд ли могут быть получены (например, при очень большом количестве идентифицируемых параметров аналитические вычисления обращения матриц в этих выражениях вряд ли возможны). Таким образом, применение метода численной оптимизации является единственным разумным способом, однако ключевыми вопросами становятся скорость сходимости, общее время вычислений и возможность достижения глобального минимума. По этой причине представлены несколько традиционных методов оптимизации, а также несколько методов, основанных на метаэвристике или искусственном интеллекте. Также представлено сравнительное исследование этих методов и критериев оптимизации.

Самый простой способ решить задачу оптимизации для выбора конфигурации робота и приложенной силы измерения состоит в применении численных методов оптимизации, включенных в коммерческое математическое программное обеспечение. Понятно, что простой поиск с регулярной сеткой неприемлем из-за высокой сложности и огромного количества сравниваемых решений. По этой причине были исследованы два традиционных алгоритма: (i) случайный поиск, (ii) градиентный поиск. Также были исследованы четыре алгоритма на основе метаэвристики и различных эволюционных методиках: (iii) генетический алгоритм, (iv) алгоритм на основе роя частиц, (v) алгоритм, имитирующий отжиг, и (vi) на базе прямого поиска или поиска по шаблону. Их сравнительное исследование представлено ниже и сведено в таблицу 5 и таблицу 6, где использовались два критерия: время вычислений и возможность найти оптимальное решение. Чтобы оценить оптимальность полученных конфигураций робота, в данной работе оценивается финальная точность манипулятора после калибровки. Важно отметить, что ввиду большого количества конфигураций робота для каждого из исследуемых методов все эксперименты были проведены в симуляции.

Параметры симуляции

Виртуальные эксперименты были проведены для типовой модели промышленного робота, в качестве примера были использованы параметры манипулятора FANUC R-2000iC/165F (рис. 1). Для данного робота были получены кинематическая и эластостатическая модели. Параметры кинематической модели были взяты из документации робота, тогда как для параметров номинальной эластостатической модели была использована аппроксимация. Аппроксимация предполагает, что робот состоит из неподвижного основания, последовательной цепи звеньев с податливостью, ряда податливых приводимых в движение шарниров и рабочего органа, который контактирует с обрабатываемой деталью. Для эластостатической модели звенья робота были аппроксимированы полыми цилиндрическими или квадратными балками соответствующей длины, представленными в таблице 2. В качестве материала балки были использованы следующие параметры: модуль Юнга — $0,7 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона — 0,346, плотность — $2,7 \cdot 10^3$ кг/м³. Параметры для модели шарниров робота представлены в таблице 3. Чтобы построить модель жесткости робота с помощью МВП, жесткость каждого звена была смоделирована с помощью

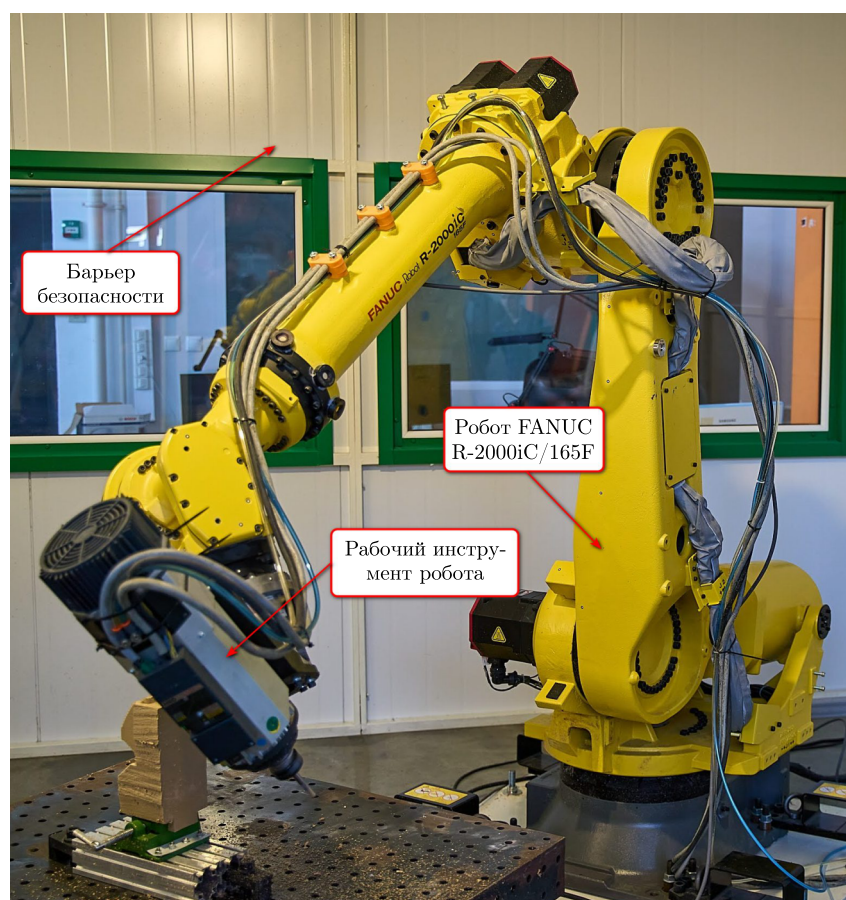


Рис. 1. Индустриальный робот FANUC R-2000iC/165F для операции механической обработки

Таблица 2. Параметры для моделирования звеньев робота, m

Индекс звена	Сечение	Длина	Внешний размер	Внутренний размер
1	Прямоугольное	0,324	0,25	0,16
2	Прямоугольное	0,312	0,24	0,19
3	Прямоугольное	1,075	0,16	0,18
4	Круглое	1,28	0,14	0,10
5	Круглое	0,225	0,12	0,08
6	Прямоугольное	0,215	0,12	0,08

Таблица 3. Параметры для моделирования шарниров робота

Индекс шарнира	Податливость, $\frac{\mu m}{N}$	Нижний лимит, град.	Верхний лимит, град.
1	0,40	-179	179
2	0,29	-50	90
3	0,29	-155	120
4	2,50	-350	350
5	2,86	-122	122
6	2,00	-350	350

пружины с шестью степенями свободы (три из которых соответствуют перемещению, а три — ориентации), а жесткость шарнира — с помощью пружины с одной степенью свободы, расположенной вдоль ось вращения. Итоговая матрица жесткости манипулятора $\mathbf{K}_\theta \in \mathbb{R}^{42 \times 42}$ включает в себя более 250 параметров, однако только малая часть из них может быть уникально идентифицирована.

Для максимального приближения условий симуляции к практике и упрощению последующего применения разработанных методик к реальному манипулятору были использованы некоторые дополнительные ограничения. Конфигурация робота \mathbf{q}_i , помимо упомянутых лимитов поворота каждого сустава робота, также ограничена барьером безопасности, или клеткой робота (см. рис. 1). Для проверки нахождения робота внутри барьера для каждой конфигурации оценивалась расстояние между элементами робота и стенками барьера, где положение узлов робота рассчитывалось из прямой кинематики робота как $\mathbf{t}_{i,j} = f_j(\mathbf{q}_i)$, где $\mathbf{t}_{i,j}$ — положение j -го звена в i -й конфигурации и $f_j(\mathbf{q}_i)$ — функция прямой кинематики до этого звена. В дополнение, приложенная к рабочему органу робота сила \mathbf{w}_i должна быть в пределах максимально допустимых значений из документации робота \mathbf{w}_{\max} . Стоит отметить, что в реальном эксперименте прикладываемое усилие $\mathbf{w}_i = [\mathbf{w}_F, \mathbf{w}_M]^T$ может быть получено из чистой силы \mathbf{w}_F , приложенной к плечу и создающей момент \mathbf{w}_M на фланце робота. Такой эксперимент легко получить на практике, просто подвешивая груз к роботу, как показано на рис. 2. Таким образом, для всех конфигураций робота, выбранных для калибровки, должно соблюдаться следующее условие:

$$\forall i, j \quad \begin{aligned} &\mathbf{t}_{i,j} \in \Omega, \\ &\mathbf{q}_{\text{low}} < \mathbf{q}_i < \mathbf{q}_{\text{hi}}, \\ &\|\mathbf{w}_i\| < \mathbf{w}_{\max}, \end{aligned} \quad (19)$$

где Ω — внутренняя область периметра безопасности робота.

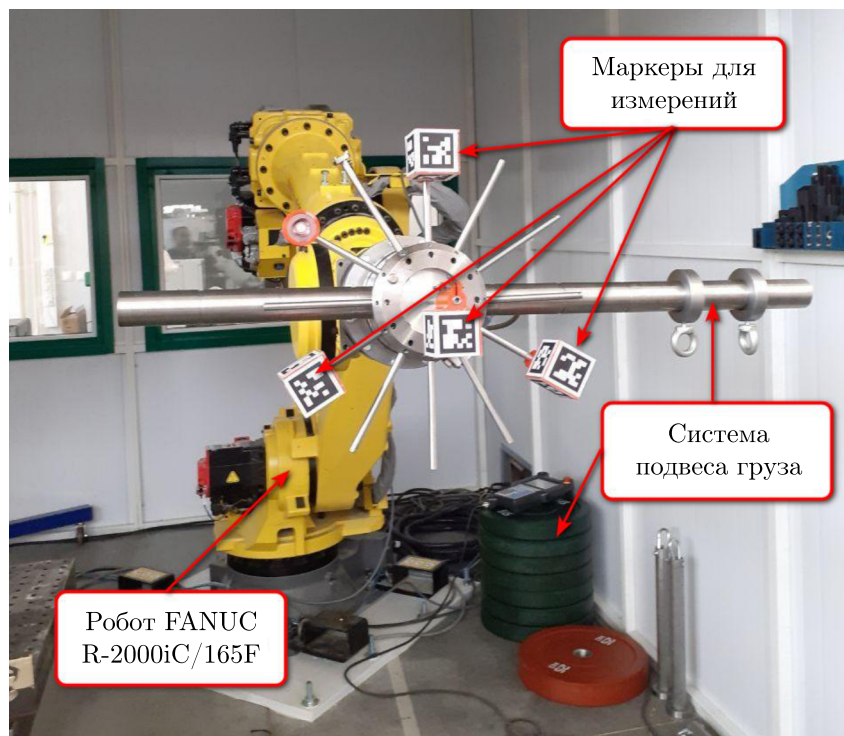


Рис. 2. Пример конфигурации робота для проведения измерений. На штангу, закрепленную на фланце робота, подвешивается груз. Изменение положения рабочего органа робота измеряется с использованием оптических маркеров или лазерного измерителя

Эффективность выбора конфигураций робота и сил для калибровки была проверена с использованием контрольного примера, симулирующего промышленный манипулятор с шестью степенями свободы, выполняющий операцию механической обработки. В качестве метрики эффективности была выбрана метрика отклонения рабочего органа робота от желаемой целевой траектории. В качестве целевой траектории движения конечного инструмента робота использовалась фигура «квадрат» с длиной каждой стороны в 50 см, расположенная примерно в центре рабочей области робота. Центр этого квадрата также использовался как желаемая рабочая конфигурация $\mathbf{q}_0 = [0,1, -0,0999, 1,7628, 0, 0, 0]^T$ рад. для подхода тестовой конфигурации (см. (15)). В каждой точке этой траектории к роботу была приложена постоянная внешняя сила $\mathbf{w} = [440, -1370, -635, 0, 0, 0]^T$ Н, которая симулирует технологический процесс.

Вычислительные эксперименты проводились с использованием инструментария оптимизации Matlab, который был запущен на компьютере с 8-ядерным процессором, частотой 3,3 ГГц и 40 Гб ОЗУ. Целевой функцией для численной оптимизации служил один из подходов, описанных в таблице 1. Для всех вычислительных экспериментов предполагалось, что погрешность измерений составляет 0,05 мм, что соответствует точности лазерного измерителя FARO, обычно применяемого для задач калибровки робота.

Результаты симуляции

Анализ методов для планирования эксперимента состоит из двух основных частей. Первая часть сконцентрирована на выборе наиболее эффективной целевой функции для оптимизации, тогда как вторая сфокусирована на выборе численного метода для решения самой задачи поиска оптимального значения.

В качестве целевой функции может быть выбран один из подходов, представленных в таблице 1, или подход тестовой конфигурации, описанный выше. Для сравнения этих целевых функций для численного метода оптимизации применялся генетический алгоритм с общим количеством конфигураций $m = 4$. В качестве метрики была использована итоговая точность системы после калибровки, для репрезентативности полученных результатов уровень шума измерения был нулевым, а сам эксперимент был повторен 10 раз для каждой целевой функции. Средние значения отклонения рабочего органа робота от желаемой траектории при использовании планирования эксперимента и с разными целевыми функциями представлены в таблице 4. Очевидно, что подход, основанный на тестовой конфигурации, позволяет достичь лучшей итоговой точности для целевой траектории движения рабочего органа робота. Таким образом, для сравнительного анализа численных методов оптимизации в рамках планирования эксперимента целесообразно использовать именно эту целевую функцию.

Таблица 4. Результаты калибровки при использовании различных целевых функций для планирования эксперимента

Подход	Среднее отклонение, мм
А-оптимальность	1,07
Д-оптимальность	0,88
Г-оптимальность	0,96
Е-оптимальность	1,23
Тестовая конфигурация	0,66

Сравнение численных методов оптимизации, включающих классические подходы и подходы на основе искусственного интеллекта, заключается в анализе точности робота после калибровки и времени, необходимого для поиска конфигураций робота. Результаты виртуального моделирования и оценки отклонения рабочего органа робота показаны в таблице 5 для разного

Таблица 5. Сравнение результата калибровки при использовании различных алгоритмов численной оптимизации и общего числа экспериментальных конфигураций

Метод	Отклонение, мм	Количество конфигураций			
		$m = 3$	$m = 4$	$m = 6$	$m = 12$
Случайные конфигурации	ρ_{mean}	2,47	1,64	1,17	0,81
	ρ_{rms}	2,61	1,72	1,23	0,89
	ρ_{max}	3,52	2,78	2,12	1,76
Градиентный поиск	ρ_{mean}	1,04	0,83	0,65	0,59
	ρ_{rms}	1,12	0,87	0,72	0,62
	ρ_{max}	1,55	1,27	1,03	0,91
Генетический алгоритм	ρ_{mean}	0,75	0,66	0,59	0,56
	ρ_{rms}	0,83	0,75	0,62	0,58
	ρ_{max}	1,25	1,01	0,89	0,81
Рой частиц	ρ_{mean}	1,01	0,75	0,63	0,58
	ρ_{rms}	1,08	0,79	0,65	0,61
	ρ_{max}	1,52	1,23	0,91	0,88
Имитация отжига	ρ_{mean}	0,99	0,79	0,70	0,62
	ρ_{rms}	1,12	0,82	0,75	0,65
	ρ_{max}	1,22	1,02	1,05	0,91
Прямой поиск	ρ_{mean}	0,83	0,75	0,60	0,58
	ρ_{rms}	0,86	0,77	0,63	0,60
	ρ_{max}	1,21	1,09	0,93	0,78

Таблица 6. Сравнение численных алгоритмов по времени поиска оптимальных конфигураций

Метод	Время поиска, минуты			
	$m = 3$	$m = 4$	$m = 6$	$m = 12$
Случайные конфигурации	1,2	3,5	7,2	11,4
Градиентный поиск	673,7	913,7	1224,5	1568,5
Генетический алгоритм	32,7	41,9	55,6	65,7
Рой частиц	33,1	35,2	41,0	52,7
Имитация отжига	118,9	205,9	317,1	480,3
Прямой поиск	29,4	97,8	164,2	281,2

количества используемых экспериментальных конфигураций. Время поиска оптимальных конфигураций для разных методов оптимизации представлено в таблице 6. Рассмотрим каждый из подходов более детально.

Первый из рассмотренных алгоритмов (i) основан на прямом выборе наилучшего решения из множества сгенерированных случайным образом. Для этого метода было получено 10 000 решений для различного количества конфигураций измерения $m = 3, 4, 6, 12$. Как следует из результатов, этот алгоритм очень быстр и требует от 1 до 10 минут для нахождения наилучшего решения. Однако оптимальное решение, полученное этим методом, существенно хуже решений, полученных с помощью других алгоритмов (на 15–30 %).

Второй алгоритм (ii) использует градиентный поиск со встроенной численной оценкой производных, доступной в Matlab. Начальные точки были сгенерированы случайным образом и, чтобы избежать сходимости к локальным минимумам, оптимизационный поиск был повторен 5000 раз (начиная с разных точек). В этом случае был получен наилучший результат с точки зрения искомой цели, но вычислительные затраты были очень высокими (могут достигать нескольких суток). Таким образом, эта методика вряд ли применима на практике. Следует от-

метить, что уменьшение количества итераций здесь довольно опасно, так как существует ряд локальных минимумов, к которым алгоритм может сходиться.

Третий из рассмотренных методов (iii) использует генетический алгоритм [Sastry, Goldberg, Kendall, 2005], основанный на адаптивном эвристическом поиске. Генетические алгоритмы — это адаптивные эвристические алгоритмы поиска, которые относятся к большей группе эволюционных алгоритмов. Используемый размер популяции равен 200 индивидуумам. Алгоритм позволяет получить высокую итоговую точность после калибровки, особенно для среднего значения ошибки позиционирования, и сходится достаточно быстро. Увеличение числа конфигураций в 4 раза увеличило время поиска всего в 2 раза, что позволяет быстро найти множество конфигураций для случаев, когда необходима большая точность. Однако следует отметить, что алгоритм достаточно чувствителен к начальным значениям популяции и при малом размере иногда остается в локальном минимуме. Для решения этой проблемы можно увеличивать размер популяции, что, несомненно, увеличит время расчета, либо запускать генетический алгоритм несколько раз с разными начальными популяциями.

Четвертый алгоритм — на основе роя частиц (iv). Алгоритм роя частиц [Poli, Kennedy, Blackwell, 2007] — это мощный метаэвристический алгоритм оптимизации, вдохновленный поведением роя, наблюдаемым в природе, например стайкой рыб и птиц. Является простым и эффективным алгоритмом оптимизации. Он отличается от других алгоритмов оптимизации тем, что необходима только целевая функция, без градиента или какой-либо дифференциальной формы задачи. Используемое количество частиц равно 400. В данном анализе результаты работы алгоритма близки к генетическому, но генетический алгоритм чуть более точный, когда как алгоритм на основе роя показывает более быструю сходимость (на 10–15 %).

Пятый алгоритм — на основе имитации отжига (v). Алгоритм имитации отжига [Dowsland, Thompson, 2012] основан на физическом отжиге в реальной жизни. Физический отжиг — это процесс нагревания материала до тех пор, пока он не достигнет температуры отжига, а затем он будет медленно охлаждаться, чтобы изменить материал до желаемой структуры. Когда материал горячий, молекулярная структура слабее и более восприимчива к изменениям. Когда материал остывает, молекулярная структура становится тверже и менее подвержена изменениям. Имитация отжига имитирует процесс физического отжига, но используется для оптимизации параметров модели. Этот процесс очень полезен в ситуациях, когда существует множество локальных минимумов, на которых такие алгоритмы, как градиентный спуск, застревают. Полученная точность близка к той, что была получена обычным градиентным спуском, хотя время, необходимое на поиск оптимальных значений, в 3–5 раз меньше.

Шестой алгоритм — с использованием прямого поиска (vi). Алгоритм адаптивного прямого поиска [Le Digabel, 2011] разработан для задач оптимизации для условно неизвестной функции, для которой цель и ограничения обычно являются выходными данными моделирования. Это метод оптимизации без производных, разработанный для непрерывных переменных и поддерживаемый анализом сходимости, основанным на исчислении Кларка. В рамках проведенного сравнения алгоритм показал отличную точность, но время поиска сильно зависит от количества переменных.

Таким образом, можно сделать следующие выводы, основываясь на представленном сравнении численных методов оптимизации для этапа планирования эксперимента калибровки. Случайный поиск (i) достаточно быстрый, но неэффективный, так как может привести к неприемлемым решениям. Следующий метод, градиентный поиск (ii), может найти глобальный минимум при условии, что он повторяется много раз с разными начальными точками (что очень затратно с вычислительной точки зрения). С точки зрения итоговой точности и времени поиска рекомендуется использовать генетический алгоритм (iii) или алгоритм на основе роя частиц (iv), оба подхода позволяют уменьшить время поиска оптимального значения в десятки раз (20–30 раз)

по сравнению с классическим градиентным спуском при равном или лучшем уровне точности. Также следует отметить алгоритм прямого поиска (vi), который хоть и требует относительно большего времени для нахождения оптимального значения, но показывает хорошую точность для малых значений количества искомых конфигураций ($m = 3, 4$).

Заключение

В рамках данной работы показаны преимущества использования теории планирования эксперимента для повышения точности идентификации параметров для эластостатической модели робота. Планирование эксперимента для робота заключается в подборе оптимальных конфигураций или пар «конфигурация – внешняя сила» для использования в алгоритмах идентификации впоследствии. Поиск оптимальных конфигураций формируется как задача оптимизации с особой целевой функцией, по возможности включающей в себя информацию о конфигурации робота, в окрестностях которой необходимо получить максимальную точность модели, либо целевой траектории робота. Следует отметить, что проблема является ограниченной в силу механических ограничений как со стороны возможных углов вращения шарниров робота, так и со стороны возможных прикладываемых сил. Так как сформулированная задача оптимизации является многомерной и ограниченной, поиск оптимальных конфигураций достаточно сложен, поэтому были применены подходы на базе искусственного интеллекта. Для нахождения минимума целевой функции были использованы следующие методы, также иногда называемые эвристическими: генетические алгоритмы, оптимизация на основе роя частиц, алгоритм имитации отжига т. д. Анализ полученных результатов с точки зрения времени, необходимого для получения конфигураций, оптимального значения, а также итоговой точности после применения калибровки, показал преимущество рассматриваемых техник оптимизации на основе искусственного интеллекта над классическими методами поиска оптимального значения. Использование метода планирования эксперимента в целом позволило добиться увеличения точности в несколько раз по сравнению со случайными конфигурациями при равном количестве измерений, что, очевидно, позволит уменьшить время, требуемое на калибровку робота при реальном промышленном применении. Результаты данной работы позволяют уменьшить время, затрачиваемое на калибровку, и увеличить точность позиционирования рабочего органа робота после калибровки для контактных операций с высокими нагрузками, например таких, как механическая обработка и инкрементальная формовка.

Список литературы (References)

- Козлов П. А., Климчик А. С.* Сравнение методов комплексирования данных при эластостатической калибровке промышленных роботов-манипуляторов // XXXIV Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по современным проблемам машиноведения. — 2022. — С. 180-187.
- Kozlov P. A., Klimchik A. S.* Sravneniye metodov kompleksirovaniya dannykh pri elastostaticheskoy kalibrovke promyshlennykh robotov-manipulyatorov [Comparison of data integration methods for elastostatic calibration of industrial robotic manipulators] // XXXIV Mezhdunarodnaya innovatsionnaya konferentsiya molodykh uchenykh i studentov po sovremennym problemam mashinovedeniya. — 2022. — P. 180–187 (in Russian).
- Попов Д. И.* Моделирование жесткости планарных роботов-манипуляторов: построение модели и идентифицируемость параметров // Технологии компонентов робототехники и мехатроники. — 2020. — С. 95–104.
- Popov D. I.* Modelirovaniye zhestkosti planarnykh robotov-manipulyatorov: postroyeniye modeli i parametry identifikatsii [Modeling the stiffness of planar robotic manipulators: model and identifiability of parameters] // Tekhnologii komponentov robototekhniki i mekhatroniki. — 2020. — P. 95–104 (in Russian).
- Попов Д. И., Климчик А. С.* Моделирование жесткости для шагающих роботов // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 4. — С. 631–651.
- Popov D. I., Klimchik A. S.* Stiffness modeling for anthropomorphic robots // Computer Research and Modeling. — 2019. — Vol. 11, No. 4. — P. 631–651 (in Russian).

- Atkinson A., Donev A., Tobias R.* Optimum experimental designs, with SAS // OUP Oxford, 2007. — Vol. 34.
- Daney D., Papegay Y., Madeline B.* Choosing measurement poses for robot calibration with the local convergence method and Tabu search // The International Journal of Robotics Research. — 2005. — Vol. 24, No. 6. — P. 501–518.
- Dowsland K., Thompson J.* Simulated annealing // Handbook of natural computing. — 2012. — P. 1623–1655.
- Driels M., Pathre U.* Significance of observation strategy on the design of robot calibration experiments // Journal of robotic systems. — 1990. — Vol. 7, No. 2. — P. 197–223.
- Franceschini G., Macchietto S.* Model-based design of experiments for parameter precision: State of the art // Chemical Engineering Science. — 2008. — Vol. 63, No. 19. — P. 4846–4872.
- Huang C., Xie C., Zhang T.* Determination of optimal measurement configurations for robot calibration based on a hybrid optimal method // 2008 International Conference on Information and Automation / IEEE. — 2008. — P. 789–793.
- Klimchik A., Furet B., Caro S., Pashkevich A.* Identification of the manipulator stiffness model parameters in industrial environment // Mechanism and Machine Theory. — 2015. — Vol. 90. — P. 1–22.
- Klimchik A., Wu Y., Pashkevich A. et al.* Optimal selection of measurement configurations for stiffness model calibration of anthropomorphic manipulators // Applied Mechanics and Materials / Trans. Tech. Publ. — Vol. 162. — 2012. — P. 161–170.
- Le Digabel S.* Algorithm 909: NOMAD: Nonlinear optimization with the MADS algorithm // ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS). — 2011. — Vol. 37, No. 4. — P. 44.
- Mamedov S., Popov D., Mikhel S., Klimchik A.* Increasing machining accuracy of industrial manipulators using reduced elastostatic model // International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics. — Cham: Springer International Publishing. — 2018. — P. 384–406.
- Mikhel S., Klimchik A.* Stiffness model reduction for manipulators with double encoders: algebraic approach // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. — 2021. — Vol. 17, No. 3. — P. 347–360.
- Pinto J., Lobão M., Monteiro J.* Sequential experimental design for parameter estimation: a different approach // Chemical engineering science. — 1990. — Vol. 45, No. 4. — P. 883–892.
- Poli R., Kennedy J., Blackwell T.* Particle swarm optimization // Swarm intelligence. — 2007. — Vol. 1, No. 1. — P. 33–57.
- Sastry K., Goldberg D., Kendall G.* Genetic algorithms // Search methodologies. — Springer, 2005. — P. 97–125.
- Shaker W., Klimchik A.* Stiffness modeling of a double pantograph transmission system: Comparison of vjm and msa approaches // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. — 2022. — Vol. 18, No. 5. — P. 771–785.
- Sun Y., Hollerbach J.* Active robot calibration algorithm // 2008 IEEE international conference on robotics and automation / IEEE. — 2008. — P. 1276–1281.
- Wiberg D.* Dynamic system identification: Experiment design and data analysis // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1983. — Vol. 28, No. 10. — P. 999–1000.
- Wu Y., Klimchik A., Caro S. et al.* Geometric calibration of industrial robots using enhanced partial pose measurements and design of experiments // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. — 2015. — Vol. 35. — P. 151–168.
- Zhuang H., Wu J., Huang W.* Optimal planning of robot calibration experiments by genetic algorithms // Journal of Robotic Systems. — 1997. — Vol. 14, No. 10. — P. 741–752.
- Zullo L.* Computer aided design of experiments: an engineering approach. — 1991.