

УДК: 537.867

Численно-аналитическое моделирование гравитационного линзирования электромагнитных волн в случайно-неоднородной космической плазме

Д. С. Лукьянцев^{1,а}, Н. Т. Афанасьев¹, А. Б. Танаев¹, С. О. Чудаев²

¹Иркутский государственный университет,
Россия, 664003, г. Иркутск, бул. Гагарина, д. 20

²Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Россия, 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, д. 126а

E-mail: ^а smeofs1997@mail.ru

Получено 01.08.2023.

Принято к публикации 18.01.2023.

Для интерпретации данных измерений астрофизических прецизионных инструментов нового поколения разработан аппарат численно-аналитического моделирования характеристик распространения электромагнитных волн в хаотической космической плазме с учетом эффектов гравитации. Задача распространения волн в искривленном (римановом) пространстве решена в евклидовом пространстве путем введения эффективного показателя преломления вакуума, выраженного через потенциал тяготения. Задавая различные модели плотности распределения массы астрофизических объектов и решая уравнение Пуассона, можно рассчитать гравитационный потенциал и вычислить эффективный показатель преломления вакуума. В предположении аддитивности вкладов различных объектов в общее гравитационное поле предложена приближенная модель эффективного показателя преломления. Считая пространственные масштабы показателя преломления много больше длины волны, расчет характеристик электромагнитных волн в поле тяготения астрофизических объектов проводится в приближении геометрической оптики. В основу численно-аналитического аппарата моделирования траекторных характеристик волн положены лучевые дифференциальные уравнения в форме Эйлера. Хаотические неоднородности космической плазмы заданы моделью пространственной корреляционной функции показателя преломления. Расчеты рефракционного рассеяния волн выполнены в приближении метода возмущений. Получены интегральные выражения для статистических моментов боковых отклонений лучей в картинной плоскости наблюдателя. С помощью аналитических преобразований интегралы для моментов сведены к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка для совместного численного расчета средних и среднеквадратичных отклонений лучей. Приведены результаты численно-аналитического моделирования траекторной картины распространения электромагнитных волн в межзвездной среде с учетом возмущений полей тяготения космических объектов и рефракционного рассеяния волн на неоднородностях показателя преломления окружающей плазмы. На основе результатов моделирования сделана количественная оценка условий стохастического замыкания эффектов гравитационного линзирования электромагнитных волн в различных частотных диапазонах. Показано, что рабочие частоты метрового диапазона длин волн представляют собой условную низкочастотную границу для наблюдений эффекта гравитационного линзирования в стохастической космической плазме. Предложенный аппарат численно-аналитического моделирования можно использовать для анализа структуры электромагнитного излучения квазаров, прошедшего группу галактик.

Ключевые слова: математическое моделирование, асимптотические разложения, электромагнитные волны, гравитационное поле, космическая плазма, численные методы, стохастические процессы, лучевое приближение

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (проекты FZZE-2020-0024, FZZE-2023-0004) с использованием УНУ «Астрофизический комплекс МГУ-ИГУ» (договор ЕВ-075-15-2021-675).

© 2024 Дмитрий Сергеевич Лукьянцев, Николай Тихонович Афанасьев, Андрей Борисович Танаев, Станислав Олегович Чудаев
Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

UDC: 537.867

Numerical-analytical modeling of gravitational lensing of the electromagnetic waves in random-inhomogeneous space plasma

D. S. Lukyantsev^{1,a}, N. T. Afanasiev¹, A. B. Tanaev¹, S. O. Chudaev²

¹Irkutsk State University,

20 Gagarin ave., Irkutsk, 664003, Russia

²Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
126a Lermontov st., Irkutsk, 664033, Russia

E-mail: ^a cmeofs1997@mail.ru

Received 01.08.2023.

Accepted for publication 18.01.2023.

Instrument of numerical-analytical modeling of characteristics of propagation of electromagnetic waves in chaotic space plasma with taking into account effects of gravitation is developed for interpretation of data of measurements of astrophysical precision instruments of new education. The task of propagation of waves in curved (Riemann's) space is solved in Euclid's space by introducing of the effective index of refraction of vacuum. The gravitational potential can be calculated for various model of distribution of mass of astrophysical objects and at solution of Poisson's equation. As a result the effective index of refraction of vacuum can be evaluated. Approximate model of the effective index of refraction is suggested with condition that various objects additively contribute in total gravitational field. Calculation of the characteristics of electromagnetic waves in the gravitational field of astrophysical objects is performed by the approximation of geometrical optics with condition that spatial scales of index of refraction a lot more wavelength. Light differential equations in Euler's form are formed the basis of numerical-analytical instrument of modeling of trajectory characteristic of waves. Chaotic inhomogeneities of space plasma are introduced by model of spatial correlation function of index of refraction. Calculations of refraction scattering of waves are performed by the approximation of geometrical optics. Integral equations for statistic moments of lateral deviations of beams in picture plane of observer are obtained. Integrals for moments are reduced to system of ordinary differential equations the firsts order with using analytical transformations for cooperative numerical calculation of arrange and mean-square deviations of light. Results of numerical-analytical modeling of trajectory picture of propagation of electromagnetic waves in interstellar space with taking into account impact of gravitational fields of space objects and refractive scattering of waves on inhomogeneities of index of refraction of surrounding plasma are shown. Based on the results of modeling quantitative estimation of conditions of stochastic blurring of the effect of gravitational lensing of electromagnetic waves at various frequency ranges is performed. It's shown that operating frequencies of meter range of wavelengths represent conditional low-frequency limit for observational of the effect of gravitational lensing in stochastic space plasma. The offered instrument of numerical-analytical modeling can be used for analyze of structure of electromagnetic radiation of quasar propagating through group of galactic.

Keywords: mathematical modeling, asymptotic decomposition, electromagnetic waves, gravitational field, space plasma, numerical methods, stochastic processes, light approximation

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2024, vol. 16, no. 2, pp. 433–443 (Russian).

The work was supported by Russian Federation Ministry of Educational and Science (projects FZZE-2020-0024, FZZE-2023-0004), with use the Unique Scientific Equipment "Astrophysical complex MSU-ISU" (agreement EB-075-15-2021-675).

1. Введение

Как известно [Мизнер, Торн, Уилер, 1977; Фок, 1961; Barnacka, 2018; Einstein, 1936], электромагнитные волны, проходящие вблизи массивного астрофизического объекта, могут изменить направление распространения. В сложном гравитационном поле системы звезд направление распространения волн существенно отличается от прямолинейного и возможно формирование пространственной структуры электромагнитного поля с образованием областей фокусировки [Barnacka et al., 2016; Inoue et al., 2020; Schwartz, Spingola, Barnacka, 2021; Spingola, Schwartz, Barnacka, 2022]. Аналитический расчет структуры волнового поля, подверженного воздействию гравитации, представляет большую проблему [Блиох, Минаков, 1989; Захаров, 1997; Бялко, 1969]. Дополнительные трудности в расчетах поля возникают из-за присутствия в межзвездном пространстве случайных неоднородностей космической плазмы. В этих условиях полезными являются приближенные оценки характеристик волнового поля с учетом эффектов гравитации и неоднородностей окружающей плазмы. В частности, из теории относительности следует [Скроцкий, 1957; Волков, Измestьев, Скроцкий, 1970; Plebanski, 1960], что распространение волн в искривленном (римановом) пространстве можно рассматривать как задачу о волнах в евклидовом пространстве, если учесть, что гравитационное поле изменяет определенным образом коэффициент преломления вакуума. Поскольку характерные масштабы эффективного показателя преломления обычно велики по сравнению с длиной волны, то направление распространения волны можно рассчитать в приближении геометрической оптики [Kravtsov, Orlov, 1990]. Для простых гравитационных объектов реальные лучевые траектории волн можно заменить их асимптотами [Блиох, Минаков, 1989; Захаров, 1997]. Однако в случае группы объектов метод асимптотического представления траекторий лучей не достаточно точен, и для расчета сложной интерференционной картины, связанной с влиянием гравитации, необходимо построение истинных траекторий. Случайные неоднородности космической плазмы приводят к флуктуациям траекторий и снижению качества проявлений эффектов поля тяготения. В результате возникают ограничения на длину электромагнитной волны для наблюдения гравитационной фокусировки.

Целью работы являются математическое моделирование гравитационного воздействия группы астрофизических объектов на распространение электромагнитных волн и оценка условий стохастического замыкания эффектов гравитационного линзирования волн вследствие их рефракции на случайных неоднородностях космической плазмы.

2. Аппарат численно-аналитического моделирования

Согласно [Скроцкий, 1957; Волков, Измestьев, Скроцкий, 1970; Plebanski, 1960] показатель преломления вакуума в поле тяготения можно выразить через гравитационный потенциал. Исключая окрестности нейтронных звезд и черных дыр, для слабых гравитационных полей имеем

$$n_0 \approx 1 - \frac{2\Phi(\vec{R})}{c^2}, \quad (1)$$

где n_0 — эффективный показатель преломления вакуума, $\Phi(\vec{R})$ — потенциал тяготения, c — скорость света. В общем случае гравитационный потенциал $\Phi(\vec{R})$, создаваемый произвольным распределением массы, удовлетворяет уравнению Пуассона:

$$\Delta\Phi(\vec{R}) = 4\pi G\sigma(\vec{R}). \quad (2)$$

Решение уравнения (2) имеет вид [Блиох, Минаков, 1989]

$$\Phi(\vec{R}) = -G \iiint \frac{\sigma(\vec{r})}{|\vec{R} - \vec{r}|} d^3r, \quad (3)$$

где $\sigma(\vec{r})$ — плотность распределения массы, G — гравитационная постоянная.

Для одиночного астрофизического объекта, когда $\sigma(\vec{r}) = \text{const}$, интегрирование (3) дает

$$\Phi(R) = -\frac{GM}{R}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1), для эффективного показателя преломления имеем

$$n_0 = 1 + \frac{2GM}{Rc^2} = 1 + \frac{R_g}{R}, \quad (5)$$

где $R_g = \frac{2GM}{c^2}$ — гравитационный радиус объекта массой M .

Теоретически, задавая различные функции распределения $\sigma(\vec{r})$, с помощью численного интегрирования (3) можно рассчитать эффективный показатель преломления вакуума в поле тяготения ряда астрофизических объектов. Между тем, полагая аддитивность вкладов гравитации от различных объектов в общее гравитационное поле, можно ввести приближенную модель эффективного показателя преломления:

$$n_0(R, \varphi, \delta) = 1 + \frac{R_g}{R} + \sum_{i=1}^N A_i \exp \left[-b_{\varphi_i}(\varphi - \varphi_{Li})^2 - b_{\delta_i}(\delta - \delta_{Li})^2 - b_{R_i}(R - R_{Li})^2 \right], \quad (6)$$

где R_g — гравитационный радиус основного объекта; N — количество дополнительных объектов; $A_i, \varphi_{Li}, \delta_{Li}, R_{Li}, b_{\varphi_i}, b_{\delta_i}, b_{R_i}$ — соответственно доля вклада, координаты локализации и масштабы возмущения показателя преломления, вызванного i -м объектом.

Расчеты лучевой картины распространения электромагнитных волн в случайно-неоднородной космической плазме, погруженной в поле тяготения сложной конфигурации, были выполнены с использованием системы стохастических дифференциальных уравнений в форме Эйлера [Kravtsov, Orlov, 1990]:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\varphi} &= R \operatorname{ctg} \beta, & \frac{d\beta}{d\varphi} &= \left(1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha \right) \left(\frac{1}{\bar{n}} \left(\frac{\partial \bar{n}}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial \bar{n}}{\partial R} \right) - 1 \right), \\ \frac{d\delta}{d\varphi} &= \operatorname{tg} \alpha, & \frac{d\alpha}{d\varphi} &= \frac{1}{\bar{n}} \left(1 + \cos^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \beta \right) \left(\frac{\partial \bar{n}}{\partial \delta} - \frac{\partial \bar{n}}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\varphi, \delta(\varphi), R(\varphi)$ — соответственно угловые и радиальная координаты луча; $\alpha(\varphi), \beta(\varphi)$ — углы рефракции луча соответственно в горизонтальной и вертикальной плоскостях; \bar{n} — эффективный показатель преломления случайно-неоднородной среды в присутствии гравитационного поля.

Оценка влияния случайных неоднородностей космической плазмы на распространение электромагнитных волн в гравитационном поле была сделана путем решения системы (7) методом возмущений. Полагая $\bar{n} = n_0 + \tilde{n}_1$, где функция \tilde{n}_1 характеризует случайные неоднородности окружающей плазмы, получим систему уравнений для флуктуации траектории луча:

$$\begin{aligned} \frac{dR_1}{d\varphi} &= R_1 \operatorname{ctg} \beta_0 - \frac{R_0 \beta_1}{\sin^2 \beta_0}, & \frac{d\delta_1}{d\varphi} &= \frac{\alpha_1}{\cos^2 \alpha_0}, \\ \frac{d\beta_1}{d\varphi} &= \left(1 + \sin^2 \beta_0 \operatorname{tg}^2 \alpha_0 \right) \left(\frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta_0 - R_0 \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial R} \right), \\ \frac{d\alpha_1}{d\varphi} &= \left(1 + \cos^2 \alpha_0 \operatorname{ctg}^2 \beta_0 \right) \left(\frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \delta} - \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha_0 \right), \end{aligned} \quad (8)$$

здесь R_0, α_0, β_0 — соответственно радиальная координата и углы рефракции луча в горизонтальной и вертикальной плоскостях в среде без неоднородностей; $R_1, \delta_1, \alpha_1, \beta_1$ характеризуют

флуктуации радиальной и угловой координат луча, а также углов рефракции в обеих плоскостях соответственно.

Для расчета статистического замыкания эффекта линзирования лучей получим уравнение для дисперсии боковых отклонений угловой координаты δ . В системе (8) рассмотрим уравнения для δ_1, α_1 . Переходя к уравнению второго порядка, имеем

$$\frac{d^2 \delta_1}{d\varphi^2} = P(\varphi) \left(\frac{\partial \bar{n}_1}{\partial \delta} - \frac{\partial \bar{n}_1}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha_0 \right). \quad (9)$$

Интегрирование (9) дает

$$\delta_1 = \int_0^\varphi P(\varphi') (\varphi - \varphi') \left(\frac{\partial \bar{n}_1}{\partial \delta'} - \frac{\partial \bar{n}_1}{\partial \varphi'} \operatorname{tg} \alpha_0 \right) d\varphi' = \int_0^\varphi H(\varphi') d\varphi', \quad (10)$$

где

$$P(\varphi) = \frac{1}{\cos^2 \alpha_0} + \operatorname{ctg}^2 \beta_0.$$

Возводя (10) в квадрат и усредняя, для дисперсии угловых отклонений луча имеем

$$\sigma_\delta^2 = \left\langle \int_0^\varphi \int_0^\varphi H(\varphi') H(\varphi'') d\varphi' d\varphi'' \right\rangle, \quad (11)$$

где $\langle \dots \rangle$ — знак усреднения по ансамблю неоднородностей.

Зададим функцию корреляции неоднородностей в виде

$$\psi = \mu \exp \left[- \left(\frac{\varphi' - \varphi''}{u_\varphi} \right)^2 - \left(\frac{\delta'(\varphi') - \delta''(\varphi'')}{u_\delta} \right)^2 - \left(\frac{R'(\varphi') - R''(\varphi'')}{u_R} \right)^2 \right], \quad (12)$$

где $\mu = \mu_0 \left(\frac{f}{f_{pl}} \right)^2$. Параметры $\mu_0, u_\varphi, u_\delta, u_R$ — интенсивность и масштабы неоднородностей соответственно, f_{pl} — плазменная частота, f — частота волны. Подставляя заданную функцию корреляции (12) в (11) и проводя аналитические преобразования, получаем

$$\sigma_\delta^2 = \int_0^\varphi \int_0^\varphi \psi P(\varphi') P(\varphi'') (\varphi - \varphi') (\varphi - \varphi'') (Y_1 + Y_2 + Y_3) d\varphi' d\varphi'', \quad (13)$$

где

$$Y_1 = \frac{2}{u_\delta^2} - \frac{4(\delta' - \delta'')^2}{u_\delta^4}, \quad Y_2 = \frac{8(\varphi' - \varphi'')(\delta' - \delta'')}{u_\varphi^2 u_\delta^2} \operatorname{tg} \alpha_0, \quad Y_3 = \left(\frac{2}{u_\varphi^2} - \frac{4(\varphi' - \varphi'')^2}{u_\varphi^4} \right) \operatorname{tg}^2 \alpha_0.$$

Переходя в (13) к суммарно-разностным переменным $\varphi_0 = \frac{\varphi' + \varphi''}{2}$, $\xi = \varphi' - \varphi''$, имеем

$$\sigma_\delta^2 = \int_0^\varphi \int_{-\infty}^{+\infty} \psi P^2(\varphi_0) \left((\varphi - \varphi_0)^2 - \frac{\xi^2}{4} \right) (D - 2K\xi^2) d\varphi_0 d\xi, \quad (14)$$

$$\psi = \mu \exp \left[-\xi^2 Q \right], \quad (15)$$

где

$$Q = \frac{1}{u_\varphi^2} + \frac{1}{u_\delta^2} \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \frac{R_0^2}{u_R^2} \operatorname{ctg}^2 \beta_0, \quad D = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{u_\varphi^2} + \frac{1}{u_\delta^2}, \quad K = \left(\frac{1}{u_\varphi^2} - \frac{1}{u_\delta^2} \right) \operatorname{tg}^2 \alpha_0.$$

Интегрируя (14) по разностной переменной и проводя аналитические преобразования, получаем систему уравнений

$$\frac{d\sigma_\delta^2}{d\varphi} = \frac{\mu}{4} \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \left(\frac{DP^2}{Q} + 16 \left(D - \frac{K}{Q} \right) (\varphi J_1 - J_2) \right), \quad \frac{dJ_1}{d\varphi} = P^2, \quad \frac{dJ_2}{d\varphi} = \varphi P^2. \quad (16)$$

Совместные численные расчеты системы (16) и системы (7) при $\tilde{n} = n_0$ позволяют оценить условия замыкания эффекта гравитационного линзирования электромагнитных волн в поле тяготения группы астрофизических объектов вследствие влияния случайных неоднородностей космической плазмы.

3. Результаты математического моделирования и их обсуждение

Рассчитанные траекторные характеристики электромагнитной волны, прошедшей гравитационное поле, отображались в картинной плоскости наблюдателя в координатах (δ, φ) . На плоскости отмечались точки прихода лучей на фиксированное расстояние $R = R_k$. При моделировании были взяты следующие начальные условия: $R_0(\varphi = 0) = 50 \text{ cul}$, где cul — условная единица длины; $\delta_0(\varphi = 0) = 0$. Угол α_n задавался в интервале $[-0,584; 0,584]$ rad с шагом $0,038 \text{ rad}$. Соответственно, угол β_n изменялся в интервале $[0,86; 0,314]$ rad с шагом $0,025 \text{ rad}$. Гравитационный радиус — $R_g = 1 \text{ cul}$, расстояние до картинной плоскости — $R_g = 50 \text{ cul}$. Геометрия задачи приведена на рис. 1.

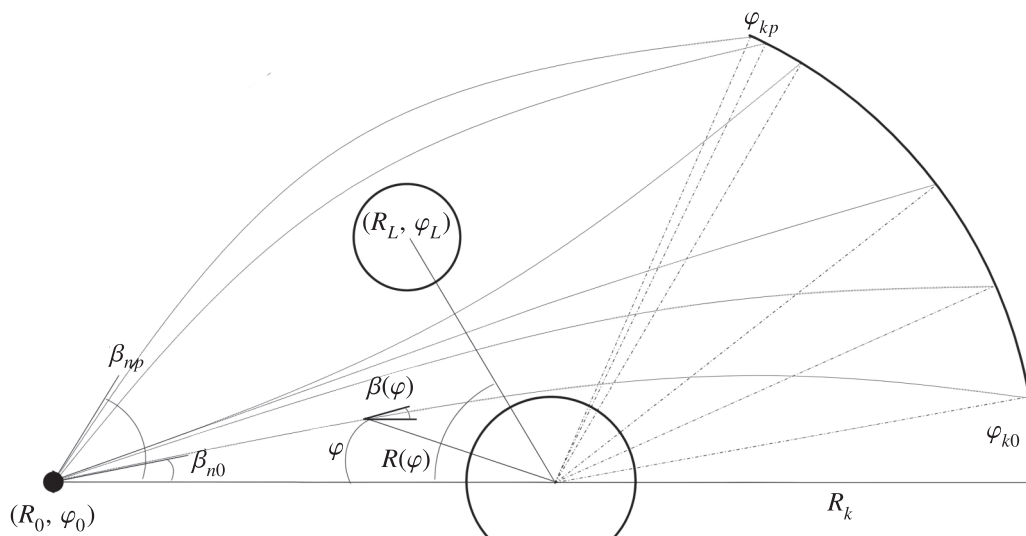


Рис. 1. Геометрия задачи. Вид сбоку. (R_0, φ_0) — координаты положения источника излучения относительно центра основного гравитационного объекта, R_k — расстояние до картинной плоскости наблюдателя, (R_L, φ_L) — координаты положения дополнительного гравитационного объекта, $[\beta_{n0}, \beta_{np}]$ — диапазон начальных углов излучения, $[\varphi_{k0}, \varphi_{kp}]$ — диапазон угловых координат лучей, приходящих в картинную плоскость наблюдателя

На картинной плоскости (см. рис. 2) представлено равномерное распределение рассчитанных точек прихода лучей в указанных секторах углов α_n, β_n при отсутствии гравитационного поля.

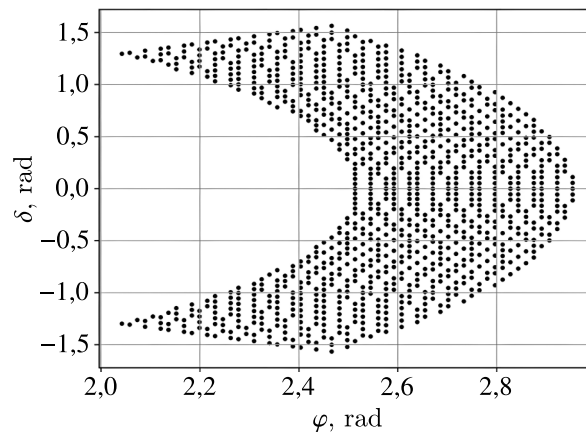


Рис. 2. Картинная плоскость наблюдателя при отсутствии гравитационного поля

Расчет траекторных характеристик электромагнитной волны, распространяющейся в гравитационном поле одиночного астрофизического объекта, был выполнен при $R_g = 1 \text{ cul}$. Полученное распределение точек прихода лучей в картинной плоскости представлено на рис. 3.

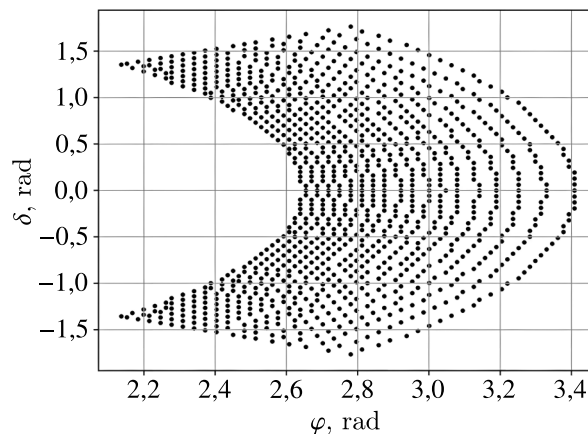


Рис. 3. Картинная плоскость наблюдателя в случае одиночного гравитационного объекта

Можно заметить, что появление гравитационного объекта на пути распространения волны приводит к неравномерности распределения точек прихода лучей. Чем ближе к гравитационному объекту проходит волна, тем сильнее эффект рефракции, приводящий к увеличению общего пути распространения волны.

Для расчета характеристик распространения волны в сложном гравитационном поле использовалась модель (6). На рис. 4 представлены результаты моделирования распределения точек прихода лучей в картинную плоскость в присутствии двух и трех гравитационных объектов. Параметры модели составляли: $A_1 = 0,5$, $R_{L1} = 10 \text{ cul}$, $\delta_{L1} = 0,2 \text{ rad}$, $\varphi_{L1} = 0,4 \text{ rad}$; $A_2 = 0,5$, $R_{L2} = 10 \text{ cul}$, $\delta_{L2} = 0,2 \text{ rad}$, $\varphi_{L2} = 0,6 \text{ rad}$; $b_{\varphi 1} = 1,23$, $b_{\delta 1} = 1,23$, $b_{R1} = 1,23 \text{ cul}^{-2}$; $b_{\varphi 2} = 1,23$, $b_{\delta 2} = 1,23$, $b_{R2} = 1,23 \text{ cul}^{-2}$; $R_g = 1 \text{ cul}$. Из рис. 4 следует, что присутствие дополнительных гравитационных объектов на пути распространения электромагнитной волны существенно искажает распределение точек прихода лучей в картинной плоскости наблюдателя. Также заметна зависимость распределения от пространственного расположения гравитационных объектов. Сгущение точек прихода лучей связано с эффектом линзирования.

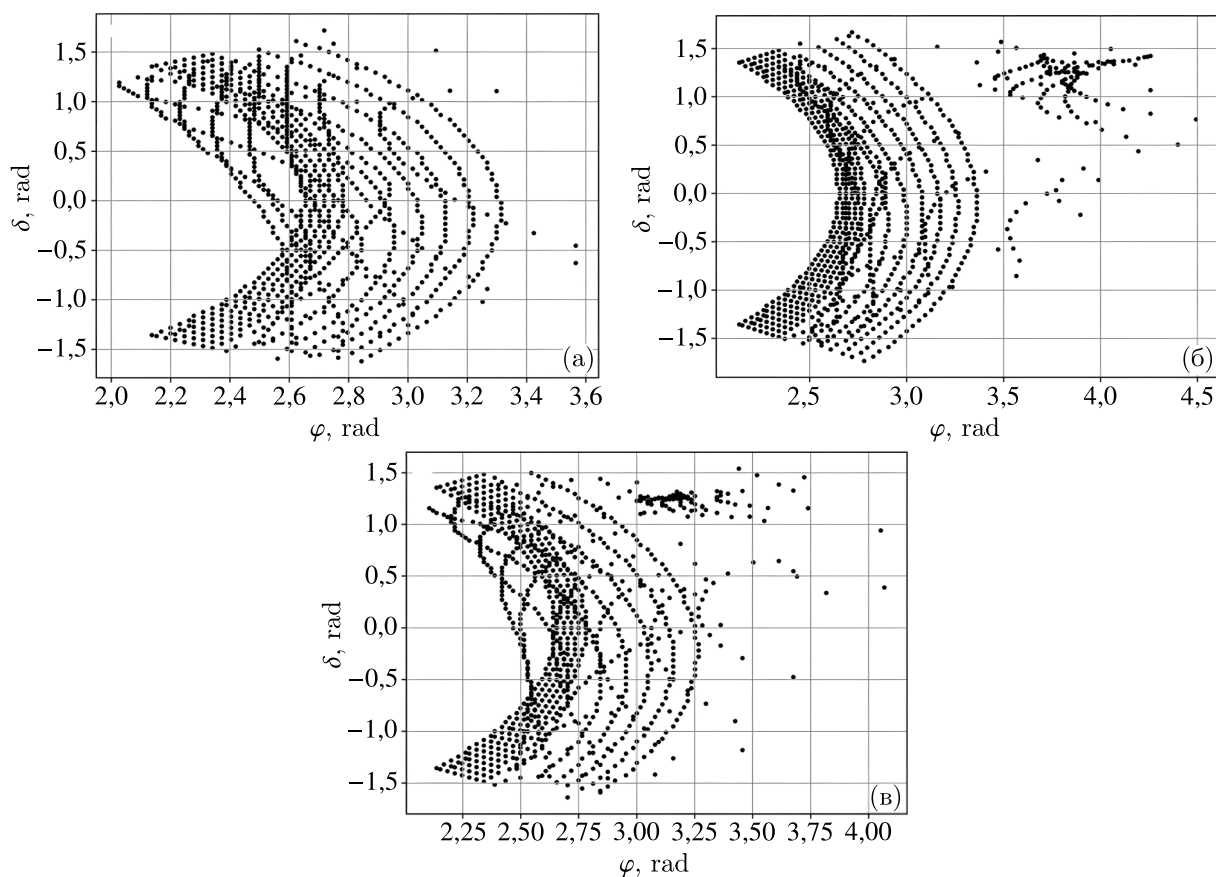


Рис. 4. Гравитационное линзирование волн в картинной плоскости наблюдателя для группы астрофизических объектов: а) $i = 1$; б) $i = 2$; в) $N = 2$

Результаты расчета влияния космической плазмы на гравитационное линзирование волн приведены на рис. 5–7. Здесь представлены распределения средних точек прихода лучей в картинной плоскости наблюдателя. Вертикальные линии показывают среднеквадратичные отклонения рассчитанных точек прихода, вызванные неоднородностями космической плазмы. Интенсивность неоднородностей составляла: $\mu_0 = 10^{-2}$, $\frac{f_{pl}}{f} = 10^{-2}$ (для метровых волн), $\frac{f_{pl}}{f} = 1,6 \cdot 10^{-3}$ (для дециметровых волн); масштабы хаотических неоднородностей: $u_\varphi = 10^{-3}$, $u_\delta = 10^{-3}$, $u_R = 10^{-3}$ с.л.; масштабы хаотических плазменных образований: $u_\varphi = 10^{-1}$, $u_\delta = 10^{-1}$, $u_R = 10^{-1}$ с.л.

Анализ полученных результатов в случае присутствия в гравитационном поле хаотических плазменных неоднородностей (см. рис. 5) показал, что в области гравитационной фокусировки боковые отклонения лучей существенно зависят от длины волны. Для метровых волн (см. рис. 5, а) статистическое замывание эффекта фокусировки значительно. Для дециметрового диапазона длин волн (см. рис. 5, б) боковые отклонения лучей в области гравитационной фокусировки малы. Для сравнения на рис. 6 показана картинная плоскость наблюдателя для метровых волн в случае одиночного гравитационного объекта, окруженного космической плазмой. Здесь также заметно существенное замывание гравитационного линзирования. Таким образом, в дециметровом диапазоне длин волн эффект Эйнштейна можно наблюдать с более высокой вероятностью.

На рис. 7 приведены результаты моделирования статистического замывания эффектов гравитации в случае хаотических плазменных образований крупных размеров.

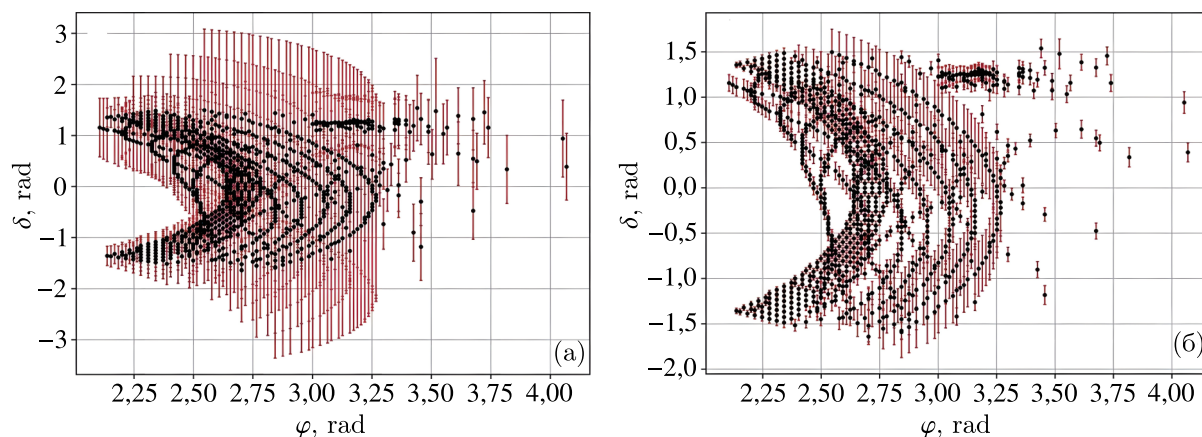


Рис. 5. Статистическое замывание гравитационной фокусировки в картинной плоскости наблюдателя на метровых (а) и дециметровых (б) волнах для трех астрофизических объектов

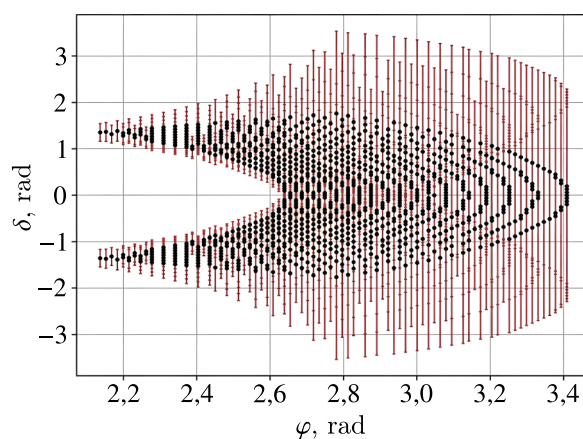


Рис. 6. Картинная плоскость наблюдателя для метровых волн в случае одиночного гравитационного объекта, окруженного космической плазмой

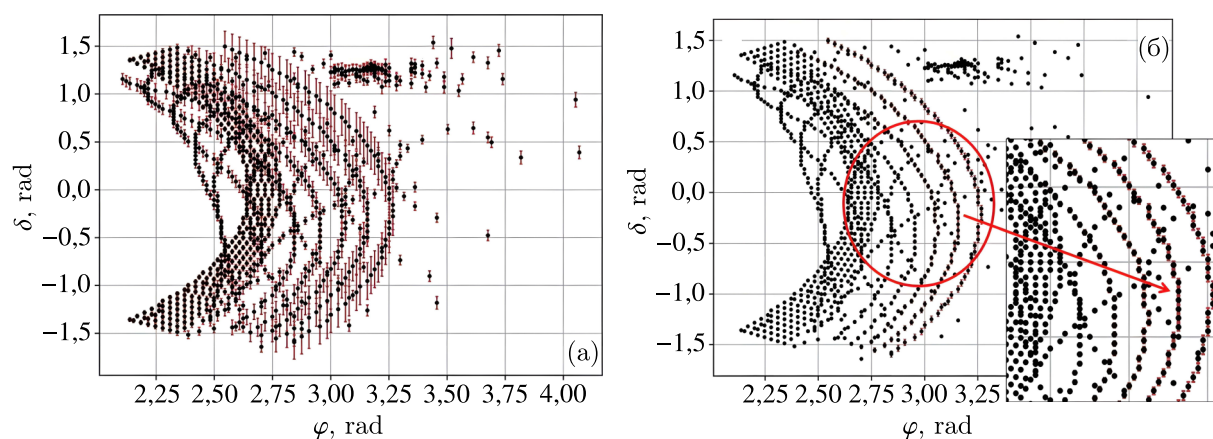


Рис. 7. Статистическое замывание гравитационной фокусировки в картинной плоскости наблюдателя для метровых (а) и дециметровых (б) волн для случая трех астрофизических объектов в присутствии хаотических плазменных образований

4. Заключение

На основе приближения геометрической оптики и метода возмущений разработан аппарат численно-аналитического моделирования траекторных характеристик электромагнитных волн различных частотных диапазонов в гравитационном поле группы астрофизических объектов с учетом окружающей плазмы. Для расчета влияния гравитации использована модель эффективного показателя преломления вакуума. Неоднородности космической плазмы заданы моделью пространственной корреляционной функции. В приближении метода возмущений получена система дифференциальных уравнений для расчета дисперсии боковых отклонений лучей в картинной плоскости наблюдателя. Проведенные вычисления боковых отклонений лучей показали, что для метрового диапазона длин волн гравитационная фокусировка имеет высокую степень замыкания. В то же время в дециметровом диапазоне учет рефракционного рассеяния волн на неоднородностях плазмы не приводит к значительному искажению траекторной картины. Результаты математического моделирования показали, что рабочие частоты метрового диапазона длин волн представляют собой условную низкочастотную границу для наблюдений эффекта гравитационного линзирования в случайно-неоднородной космической плазме. Разработанный аппарат численно-аналитического моделирования может быть использован для интерпретации данных измерений структуры электромагнитного излучения квазаров, прошедшего группу галактик.

Список литературы (References)

- Блюх П. В., Минаков А. А. Гравитационные линзы. — Киев: Наукова думка, 1989. — 237 с.
Blioh P. V., Minakov A. A. Gravitatsionnye linzy [Gravitational lenses]. — Kiev: Naukova dumka, 1989. — 237 p. (in Russian).
- Бялко А. В. Фокусировка излучения гравитационным полем // *Астрономический журнал.* — 1969. — Т. 46, № 5. — С. 998.
Byalko A. V. Fokusirovka izlucheniya gravitatsionnym polem [Focusing of radiation by gravitational field] // Astronomical Journal. — 1969. — Vol. 46, No. 5. — P. 998 (in Russian).
- Волков А. М., Изместьев А. А., Скромцкий Г. В. Распространение электромагнитных волн в римановом пространстве // *ЖЭТФ.* — 1970. — Т. 59, № 10. — С. 1254.
Volkov A. M., Izmestiev A. A., Skrotsky G. V. Rasprostraneniye elektromagnitnykh voln v rimanovom prostranstve [Propagation of electromagnetic waves in Riemann space] // JETP. — 1970. — Vol. 59, No. 10. — P. 1254 (in Russian).
- Захаров А. Ф. Гравитационные линзы и микролинзы. — М.: Янус-К, 1997. — 328 с.
Zaharov A. F. Gravitatsionnye linzy i mikrolinzy [Gravitational lenses and microlenses]. — Moscow: Yanus-K, 1997. — 328 p. (in Russian).
- Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. Т. 1. — М.: Мир, 1977. — 480 с.
Misner Ch. W., Thorne K., Wheeler J. A. Gravitation. — W. H. Freeman and Compan., 1973. — li + 1279 p. (Russ. ed.: Mizner Ch., Torn K., Uiler J. Gravitatsiya. Vol. 1. — Moscow: Mir, 1977. — 480 p.)
- Скромцкий Г. В. О влиянии силы тяжести на распространение света // *ДАН.* — 1957. — Т. 114, № 1. — С. 73.
Skrotsky G. V. O vliyaniy sily tyazhesti na rasprostraneniye sveta [About influence of gravitation on propagation of light] // RAS. — 1957. — Vol. 114, No. 1. — P. 73 (in Russian).
- Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. — М.: Наука, 1961. — 563 с.
Fok V. A. Teoriya prostranstva, vremeni i tyagoteniya [Theory of space, time and gravitation]. — Moscow: Nauka, 1969. — 563 p. (in Russian).
- Barnacka A. The structure of the strongly lensed gamma-ray source B2 0218+35 // *Physics reports.* — 2018. — Vol. 778–779. — P. 1–46.
- Barnacka A. et al. The structure of the strongly lensed gamma-ray source B2 0218+35 // *The Astrophysical Journal.* — 2016. — Vol. 821, No. 1. — P. 58.
- Einstein A. Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field. — N.Y.: Science, 1936. — Vol. 84, No. 2188. — P. 506.
- Inoue K. T. et al. ALMA 50-parsec-resolution imaging of jet-ISM interaction in the lensed quasar MG J0414+0534 // *The Astrophysical Journal Letters.* — 2020. — Vol. 892, No. 2. — P. L18.

-
- Kravtsov Yu. A., Orlov Yu. I.* Geometrical optics of inhomogeneous media. — Berlin: Springer-Verlag, 1990. — P. 312.
- Plebanski I.* Electromagnetic waves in gravitational fields // *Phys. Rev.* — 1960. — Vol. 118, No. 5. — P. 1396.
- Schwartz D., Spingola C., Barnacka A.* Resolving complex inner X-ray structure of the gravitationally lensed AGN MG B2016+112 // *The Astrophysical Journal.* — 2021. — Vol. 917, No. 1. — P. 26.
- Spingola C., Schwartz D., Barnacka A.* Milliarcsecond X-ray astrometry to resolve inner region of AGN $z > 1$ using gravitational lensing // *The Astrophysical Journal.* — 2022. — Vol. 931, No. 1. — P. 68.