

УДК: 681.5

Влияние хвостовых плавников робота на скорость водного робота, приводимого в движение внутренними подвижными массами

А. В. Клековкин^{1,a}, Ю. Л. Караваев^{2,b}, А. А. Килин^{3,c}, А. В. Назаров^{2,d}

¹Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова,
Россия, 150003, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14

²Ижевский государственный технический университет им. М. Т. Калашникова,
Россия, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, д. 7

³Уральский математический центр, Удмуртский государственный университет,
Россия, 426034, г. Ижевск, ул. Университетская, д. 1

E-mail: ^a a.v.klekovkin@istu.ru, ^b karavaev_yury@istu.ru, ^c kilin@rcd.ru, ^d antonnaz14@gmail.com

Получено 23.04.2024, после доработки — 21.06.2024.
Принято к публикации 11.07.2024.

В данной работе представлено описание конструкции водного робота, движущегося по поверхности жидкости и приводимого в движение двумя внутренними подвижными массами. Корпус водного робота в сечении имеет форму симметричного крылового профиля с острой кромкой. На данном прототипе две внутренние массы перемещаются по окружностям и приводятся во вращение за счет одного двигателя постоянного тока и зубчатого механизма, передающего вращательный момент от двигателя к каждой массе. В качестве управляющего воздействия используются угловые скорости подвижных масс, а разработанная кинематическая схема передачи вращения от двигателя к подвижным массам позволяет реализовать вращение двух масс с равными по модулю угловыми скоростями, но при этом разным направлением вращения. А также на корпус данного робота имеется возможность устанавливать дополнительные хвостовые плавники различных форм и размеров. Также в работе для данного объекта представлены уравнения движения, записанные в форме уравнений Кирхгофа для движения твердого тела в идеальной жидкости, дополненные слагаемыми вязкого сопротивления. Представлено математическое описание дополнительных сил, действующих на гибкий хвостовой плавник. С разработанным прототипом робота проведены экспериментальные исследования по влиянию различных хвостовых плавников на скорость передвижения в жидкости. В данной работе на робота устанавливались хвостовые плавники одной формы и размеров, при этом обладающие разной жесткостью. Эксперименты проводились в бассейне с водой, над которым устанавливалась камера, на которую были получены видеозаписи всех экспериментов. Дальнейшая обработка видеозаписей позволила получить перемещения объекта, а также его линейные и угловые скорости. В работе показано различие в развиваемых роботом скоростях при движении без хвостового плавника, а также с хвостовыми плавниками, имеющими разную жесткость. Приведено сравнение развиваемых роботом скоростей, полученных в экспериментальных исследованиях, с результатами математического моделирования системы.

Ключевые слова: мобильный робот, водный робот, моделирование движения, экспериментальные исследования

Математическая модель водного робота разработана А. А. Килиным в Уральском математическом центре (соглашение № 075-02-2024-1445). Расчет гидродинамических сил, действующих на гибкий хвост, разработка конструкции хвостовых плавников выполнены А. В. Клековкиным в рамках гранта Российского научного фонда № 21-71-30011 (<https://rscf.ru/project/21-71-30011/>). Разработка экспериментального прототипа и проведение экспериментальных исследований выполнены Ю. Л. Караваевым в рамках государственного задания Минобрнауки России (FZZN-2020-0011) и А. В. Назаровым.

© 2024 Антон Владимирович Клековкин, Юрий Леонидович Караваев, Александр Александрович Килин, Антон Вячеславович Назаров

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

UDC: 681.5

The influence of tail fins on the speed of an aquatic robot driven by internal moving masses

A. V. Klekovkin^{1,a}, Yu. L. Karavaev^{2,b}, A. A. Kilin^{3,c}, A. V. Nazarov^{2,d}

¹P. G. Demidov Yaroslavl State University,
14 Sovetskaya st., Yaroslavl, 150003, Russia

²Kalashnikov Izhevsk State Technical University,
7 Studencheskaya st., Izhevsk, 426069, Russia

³Ural Mathematical Center, Udmurt State University,
1 Universitetskaya st., Izhevsk, 426034, Russia

E-mail: ^a a.v.klekovkin@istu.ru, ^b karavaev_yury@istu.ru, ^c kilin@rcd.ru, ^d antonnaz14@gmail.com

Received 23.04.2024, after completion — 21.06.2024.

Accepted for publication 11.07.2024.

This paper describes the design of an aquatic robot moving on the surface of a fluid and driven by two internal moving masses. The body of the aquatic robot in cross section has the shape of a symmetrical airfoil with a sharp edge. In this prototype, two internal masses move in circles and are rotated by a single DC motor and a gear mechanism that transmits torque from the motor to each mass. Angular velocities of moving masses are used as a control action, and the developed kinematic scheme for transmitting rotation from the motor to the moving masses allows the rotation of two masses with equal angular velocities in magnitude, but with a different direction of rotation. It is also possible to install additional tail fins of various shapes and sizes on the body of this robot. Also in the work for this object, the equations of motion are presented, written in the form of Kirchhoff equations for the motion of a solid body in an ideal fluid, which are supplemented by terms of viscous resistance. A mathematical description of the additional forces acting on the flexible tail fin is presented. Experimental studies on the influence of various tail fins on the speed of motion in the fluid were carried out with the developed prototype of the robot. In this work, tail fins of the same shape and size were installed on the robot, while having different stiffness. The experiments were carried out in a pool with water, over which a camera was installed, on which video recordings of all the experiments were obtained. Next processing of the video recordings made it possible to obtain the object's movements coordinates, as well as its linear and angular velocities. The paper shows the difference in the velocities developed by the robot when moving without a tail fin, as well as with tail fins having different stiffness. The comparison of the velocities developed by the robot, obtained in experimental studies, with the results of mathematical modeling of the system is given.

Keywords: mobile robot, aquatic robot, motion simulation, experimental investigations

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2024, vol. 16, no. 4, pp. 869–882 (Russian).

The mathematical model of the aquatic robot was developed by A. A. Kilin at the Ural Mathematical Center (Agreement No. 075-02-2024-1445). The calculation of hydrodynamic forces acting on the flexible tail, the design of the tail fins were carried out by A. V. Klekovkin within the framework of the grant of the Russian Science Foundation (project No. 21-71-30011, <https://rscf.ru/en/project/21-71-30011/>). The development of an experimental prototype and experimental research were carried out by Yu. L. Karavaev within the framework of the state assignment of the Ministry of Education and Science of Russia FZZN-2020-0011 and A. V. Nazarov.

Введение

В настоящее время активно развиваются различные робототехнические системы для перемещения в жидкости, выполняющие большой список задач: мониторинг окружающей среды, исследование дна водоемов, спасательные операции, изучение животного и растительного подводного мира [Antonelli, 2014].

Наиболее популярным движителем среди мобильных роботов, перемещающихся в водной среде, является гребной винт, но также существуют конструкции, использующие движители, представленные в живой природе, — бионические движители [Chu et al., 2012; Castano, Xiaobo, 2019; Triantafyllou, Triantafyllou, Yue, 2000; Wang et al., 2014; Эладави, Караваев, 2023; Zou et al., 2024; Guvernyuk et al., 2020].

Наряду с бионическими существуют более экзотические типы движителей, не представленные в живой природе, но тем не менее позволяющие перемещаться в водной среде. К этой группе можно отнести движение за счет механизмов, находящихся внутри оболочки робота [Bolotnik, Figurina, Chernous'ko, 2012; Borisov, Vetchanin, Kilin, 2017; Borisov, Mamaev, Vetchanin, 2018; Ivanov, 2021; Mamaev, Vetchanin, 2018; Mamaev, Tenenev, Vetchanin, 2018]. Разработка подобных механизмов основана на результатах теоретических исследований, полученных в работах [Козлов, Рамоданов, 2001; Козлов, Онищенко, 2003], доказавших возможность движения профиля, обладающего анизотропией присоединенных масс, при периодическом изменении положения центра масс системы и/или внутреннего кинетического момента. Теоретические исследования получили экспериментальное подтверждение на прототипах [Childress, Spagnolie, Tokieda, 2011; Vetchanin, Kilin, 2016; Vorochaeva, Jatsun, 2011; Klenov, Kilin, 2016; Килин, Кленов, Тененев, 2018; Karavaev, Kilin, Klekovkin, 2016; Pollard, Tallapragada, 2016; Karavaev, 2022; Klimina et al., 2023]. У данных типов роботов основным преимуществом является возможность полной герметизации оболочки, так как внешние подвижные элементы отсутствуют, что в свою очередь позволяет получить более простую конструкцию робота. Однако эффективность движения роботов с подобными движителями существенно меньше других типов движителей. Поэтому актуальным направлением исследований является объединение различных принципов передвижения.

В данной работе представлен реальный прототип водного робота, который объединяет два вышеописанных типа движителя: бионический и движитель, основанный на перемещении внутренних масс. Данный прототип движется за счет вращения двух масс, находящихся внутри оболочки, а также имеется возможность добавить к корпусу пассивный гибкий хвостовой плавник. При такой конструкции все приводные механизмы находятся внутри оболочки робота и с жидкостью не взаимодействуют, однако при движении хвостовой плавник начинает изгибаться и появляются дополнительные гидродинамические силы, влияющие на продвижение робота. Так как движение робота осуществляется по поверхности жидкости, действительное трехмерное движение робота аппроксимируем плоскопараллельным.

Уравнения движения

Рассмотрим плоскопараллельное движение тела в жидкости, оболочка которого в сечении является симметричным крыловидным профилем. Для описания движения введем две системы координат: неподвижную (инерциальную) $O'x$ и подвижную, жестко связанную с телом, Ox_1x_2 , начало которой находится в центре масс робота, ось Ox_2 направлена к лобовой части робота. Положение точки O определяется радиус-вектором $\mathbf{r} = (x, y)^T$ в неподвижной системе координат, а угол поворота между положительными направлениями осей Ox_1 и $O'x$ обозначим как α , положительное направление которого отсчитывается против часовой стрелки. Схематичное изображение робота с обозначением систем координат показано на рис. 1.

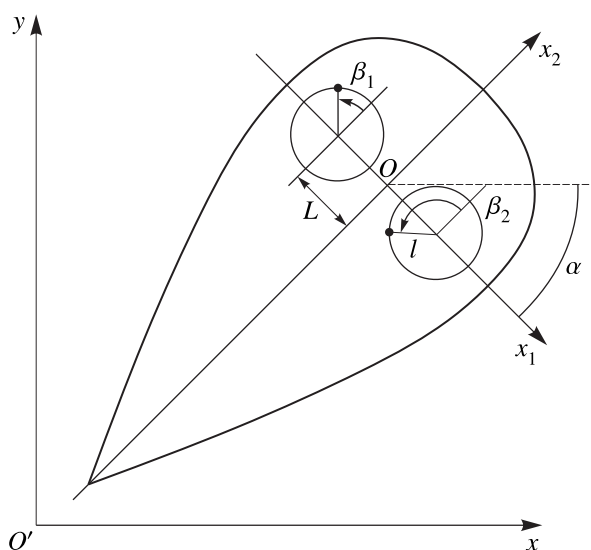


Рис. 1. Схематичное изображение водного робота, приводимого в движение внутренними подвижными массами, где $O'x_1x_2$ и Oxy — неподвижная и подвижная системы координат соответственно, α — угол поворота подвижной системы координат относительно неподвижной, β_1 и β_2 — углы поворота подвижных масс, l — радиус окружности, по которой вращаются подвижные массы, а L — расстояние от центра этих окружностей до оси Ox_2

При описании движения корпус робота считаем недеформируемым, а силы и моменты сил, возникающие при движении гибкого хвоста, будут рассмотрены отдельно и учтены в модифицированной модели далее.

Для описания движения введем вектор квазискоростей $\mathbf{w} = (v_1, v_2, \omega)^T$, где v_1 и v_2 обозначают проекции линейной скорости центра масс робота на подвижные оси, а ω — угловая скорость тела. Тогда можно записать следующие кинематические соотношения:

$$\dot{x} = v_1 \cos \alpha - v_2 \sin \alpha, \quad \dot{y} = v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \alpha, \quad \dot{\alpha} = \omega. \quad (1)$$

Введем радиус-векторы \mathbf{r}_i , определяющие положение i -й массы, $i = 1, 2$. В проекции на подвижную систему координат данные векторы имеют вид $\mathbf{r}_i = (r_{ix}, r_{iy})^T = (l \cos \beta_i \pm L, l \sin \beta_i)^T$. Тогда скорости подвижных масс в подвижной системе координат запишутся как $\dot{\mathbf{r}}_i = (\dot{r}_{ix}, \dot{r}_{iy})^T = (-l \sin \beta_i \dot{\beta}_i, l \cos \beta_i \dot{\beta}_i)^T$.

Движение твердого тела в жидкости при отсутствии внешних сил можно описать уравнениями Кирхгофа, дополненными слагаемыми вязкого сопротивления:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial v_1} &= \omega \frac{\partial T}{\partial v_2} - c_1 v_1 |v_1|, & \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial v_2} &= -\omega \frac{\partial T}{\partial v_1} - c_2 v_2 |v_2|, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \omega} &= v_2 \frac{\partial T}{\partial v_1} - v_1 \frac{\partial T}{\partial v_2} - c_3 \omega |\omega|, \end{aligned} \quad (2)$$

где T — кинетическая энергия системы, c_1, c_2, c_3 — коэффициенты вязкого сопротивления. В данных уравнениях для описания сил сопротивления используется квадратичная зависимость по скоростям. В работе [Klekovkin, Karavaev, Mamaev, 2023] показано, что моделирование с использованием квадратичного сопротивления качественно совпадает с реальным экспериментом (в отличие от линейной модели сопротивления).

Для данного объекта кинетическая энергия состоит из трех компонентов:

$$T = T_f + T_b + T_m,$$

где T_f — кинетическая энергия жидкости, T_b — кинетическая энергия оболочки, T_m — кинетическая энергия подвижных масс.

При рассмотрении плоскопараллельного движения тела в жидкости кинетическая энергия будет иметь вид

$$T = \frac{1}{2} \left((\lambda_{11} + m_b)v_1^2 + (\lambda_{22} + m_b)v_2^2 + (\lambda_{33} + I_b)\omega^2 + 2\lambda_{23}v_2\omega \right) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 m_i \left((\dot{r}_{xi} + v_1 - \omega r_{yi})^2 + (\dot{r}_{yi} + v_2 + \omega r_{xi})^2 \right), \quad (3)$$

где λ_{ij} — коэффициенты присоединенных масс, I_b — момент инерции корпуса робота относительно вертикальной оси, проходящей через точку O . Рассматриваемая модель робота имеет две одинаковые подвижные массы в виде эксцентриков, с массой m .

Записав кинетическую энергию (3) и подставив в уравнения (2), получим уравнения движения:

$$\mathbf{A}(\mathbf{w})\dot{\mathbf{w}} + \mathbf{B}(\mathbf{w})\mathbf{w} + \mathbf{C}(\mathbf{w})\mathbf{w} + \mathbf{d} = 0, \quad (4)$$

где матрицы $\mathbf{A}(\mathbf{w})$, $\mathbf{B}(\mathbf{w})$ и $\mathbf{C}(\mathbf{w})$ и вектор \mathbf{d} имеют вид

$$\mathbf{A}(\mathbf{w}) = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & f \\ 0 & a_2 & g \\ f & g & a_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}(\mathbf{w}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}(\mathbf{w}) = \begin{pmatrix} c_1|v_1| & 0 & 0 \\ 0 & c_2|v_2| & 0 \\ 0 & 0 & c_3|\omega| \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} -ml(\cos\beta_1\dot{\beta}_1^2 + \cos\beta_2\dot{\beta}_2^2 + \sin\beta_1\ddot{\beta}_1 + \sin\beta_2\ddot{\beta}_2) \\ -ml(\sin\beta_1\dot{\beta}_1^2 + \sin\beta_2\dot{\beta}_2^2 - \cos\beta_1\ddot{\beta}_1 - \cos\beta_2\ddot{\beta}_2) \\ -ml(-L\cos\beta_1\dot{\beta}_1^2 + L\cos\beta_2\dot{\beta}_2^2 - L\sin\beta_1\ddot{\beta}_1 + L\sin\beta_2\ddot{\beta}_2 - l\ddot{\beta}_1 - l\ddot{\beta}_2) \end{pmatrix},$$

$$a_1 = m_b + 2m + \lambda_{11}, \quad a_2 = m_b + 2m + \lambda_{22}, \quad a_3 = I_b + 2m(l^2 + L^2) + \lambda_{33} + 2mL(\sin\beta_1 - \sin\beta_2),$$

$$f = -ml(\sin\beta_1 + \sin\beta_2), \quad g = ml(\cos\beta_1 + \cos\beta_2) + \lambda_{23},$$

$$b_{13} = -2ml(\cos\beta_1\dot{\beta}_1 + \cos\beta_2\dot{\beta}_2) - a_2v_2 - g\omega, \quad b_{23} = -2ml(\sin\beta_1\dot{\beta}_1 + \sin\beta_2\dot{\beta}_2) + a_1v_1 + f\omega,$$

$$b_{31} = a_2v_2 + g\omega, \quad b_{32} = -a_1v_1 - f\omega, \quad b_{33} = 2mL(\cos\beta_1\dot{\beta}_1 - \cos\beta_2\dot{\beta}_2).$$

Дополнив полученные уравнения (4) кинематическими соотношениями (1), получаем полную систему уравнений, описывающих движение рассматриваемого объекта.

Далее при моделировании коэффициенты вязкого сопротивления c_1 , c_2 , c_3 и коэффициенты присоединенных масс λ_{ij} для рассматриваемого недеформируемого профиля с учетом хвоста определялись по методике, описанной в работе [Karavaev et al., 2021], и при моделировании принимались равными

$$\lambda_{11} = 0,451, \quad \lambda_{22} = 2,961, \quad \lambda_{33} = 0,013, \quad \lambda_{23} = 0,119,$$

$$c_1 = 3,407, \quad c_2 = 1,132, \quad c_3 = 0,028.$$

А силы, возникающие при движении гибкого хвоста, определялись в рамках подходов, используемых при моделировании движения бионических водных роботов и рыб.

Расчет гидродинамических сил, действующих на гибкий хвост

Рассматривая хвост как гибкое тело, присоединенное к корпусу робота, силы, действующие на него со стороны жидкости, можно определить, используя теорию Лайтхила [Lighthill, 1971; Wang, Tan, 2013]. Введем параметр τ , который определяет точку на хвосте, причем $\tau = 0$ —

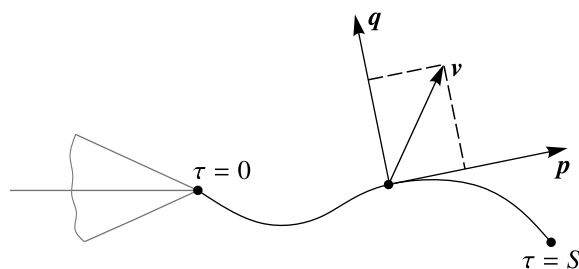


Рис. 2. Схематическое изображение гибкого хвостового плавника, где τ — параметр, определяющий точку на хвосте с длиной S ; \mathbf{p} и \mathbf{q} — единичные касательный и нормальный векторы в точке τ соответственно, \mathbf{v} — вектор скорости точки τ

точка крепления хвоста к корпусу робота, а $\tau = S$ — конец хвоста, где S — длина хвоста (см. рис. 2).

Если известны функции $X(\tau, t)$, $Y(\tau, t)$, определяющие координаты каждой точки хвоста в системе координат, связанной с роботом, тогда в каждой точке τ для каждого момента времени движения t можно определить касательный и нормальный единичные векторы к кривой, определяющей форму хвоста:

$$\mathbf{p} = \left(\frac{\partial X}{\partial \tau}, \frac{\partial Y}{\partial \tau} \right)^T, \quad \mathbf{q} = \left(-\frac{\partial Y}{\partial \tau}, \frac{\partial X}{\partial \tau} \right)^T.$$

Вектор скорости данной точки запишется как $\mathbf{v} = \left(\frac{\partial X}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial t} \right)^T$. А в проекции на оси подвижной системы координат компоненты данной скорости будут иметь вид

$$v_{\parallel} = \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial \tau} + \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial \tau}, \quad v_{\perp} = \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial \tau} - \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial \tau}.$$

Тогда, согласно [Lighthill, 1971; Wang, Tan, 2013], сила, действующая на хвост со стороны жидкости в данной точке, равна

$$\mathbf{f}(\tau) = -m_v \frac{d}{dt} (v_{\perp} \mathbf{q}),$$

а гидродинамическая сила в конце хвоста (при $\tau = S$) имеет вид

$$\mathbf{F}_S = -\frac{1}{2} m_v v_{\perp}^2 \mathbf{p} + m_v v_{\perp} v_{\parallel} \mathbf{q},$$

где m_v — виртуальная масса, которая вычисляется на единицу длины как $m_v = \frac{1}{4} \pi \rho_w d(\tau)^2$, где $d(\tau)$ — высота части хвоста в точке τ , находящейся в жидкости, ρ_w — плотность жидкости. В зависимости от формы хвоста величина $d(\tau)$ может быть как константой, так и функцией от τ .

Тогда общая сила, действующая на гибкий хвост со стороны жидкости, вычисляется как

$$\mathbf{F}_h = \int_0^L \mathbf{f}(\tau) d\tau + \mathbf{F}_S. \quad (5)$$

А гидродинамический момент, действующий на хвост относительно центра масс робота, будет равен

$$\mathbf{M}_h = \int_0^L \mathbf{r}_{\tau} \times \mathbf{f}(\tau) d\tau + \mathbf{r}_S \times \mathbf{F}_S, \quad (6)$$

где \mathbf{r}_{τ} и \mathbf{r}_S — радиус-векторы от центра масс робота до соответствующих точек хвоста.

Так как рассматривается плоскопараллельное движение, вектор силы, действующей со стороны жидкости, будет иметь вид $\mathbf{F}_h = (F_{hx}, F_{hy}, 0)^T$, а вектор момента — $\mathbf{M}_h = (0, 0, M_h)^T$. Для учета полученных сил, действующих на хвост, добавим к уравнениям движения (4) вектор обобщенных сил $\mathbf{Q} = (F_{hx}, F_{hy}, M_h)^T$. Тогда уравнения движения (4) можно переписать как

$$\mathbf{A}(\mathbf{w})\dot{\mathbf{w}} + \mathbf{B}(\mathbf{w})\mathbf{w} + \mathbf{C}(\mathbf{w})\mathbf{w} + \mathbf{d} + \mathbf{Q} = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) описывает динамику рассматриваемой системы, при этом в качестве управления выступают угловые скорости подвижных масс $\dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2$.

Описание конструкции

Для проверки математической модели разработан экспериментальный прототип водного робота. Корпус робота имеет форму крыловидного профиля с габаритными размерами $240 \times 190 \times 60$ мм (без хвоста). Корпус изготовлен на 3D-принтере из PLA-пластика с толщиной стенки 2 мм. Внутри корпуса расположены две подвижные массы, перемещение которых вызывает изменение центра масс системы. Фото прототипа робота представлено на рис. 3.

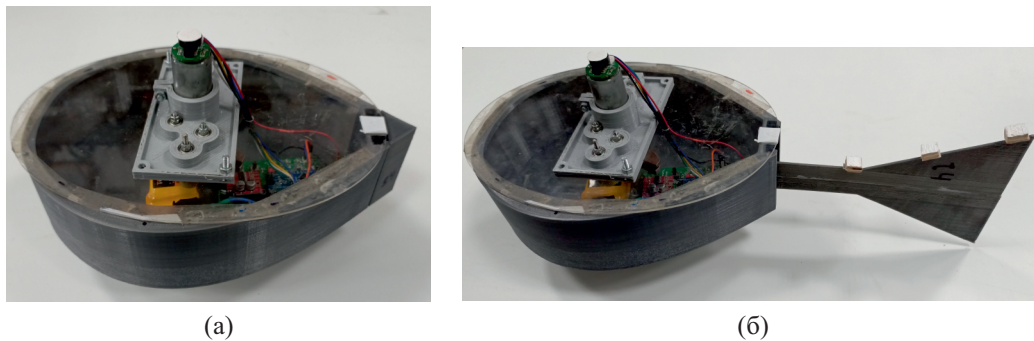


Рис. 3. Прототип разработанного робота: а) с хвостом, дополняющим форму корпуса робота до крыловидного профиля; б) с установленным гибким хвостом

Траектории движения масс представляют собой окружности, лежащие в одной плоскости, центры окружностей равноудалены от оси симметрии профиля корпуса. Массы приводятся в движение от одного двигателя постоянного тока через систему зубчатых передач. Фото данного механизма представлено на рис. 4. Характеристики двигателя представлены в таблице 1.

Таблица 1. Характеристики мотор-редуктора, приводящего в движение подвижные массы

Характеристика	Значение
Номинальное напряжение питания	12 В
Передаточное отношение редуктора	9,7 : 1
Момент на валу	0,17 Нм
Максимальная скорость вращения	800 RPM
Ток холостого хода	0,2 А
Максимальный ток	1,8 А

Зубчатый механизм на данном роботе разработан идентичным механизму, описанному в работе [Klenov, Kilin, 2016], который использовался при движении робота, имеющего в сечении форму эллиптического цилиндра. Данный зубчатый механизм от выходного вала мотор-редуктора к оси подвижной массы имеет передаточное отношение 1 : 1 и обеспечивает вращение подвижных масс по окружностям с угловыми скоростями, равными по модулю, но с разными

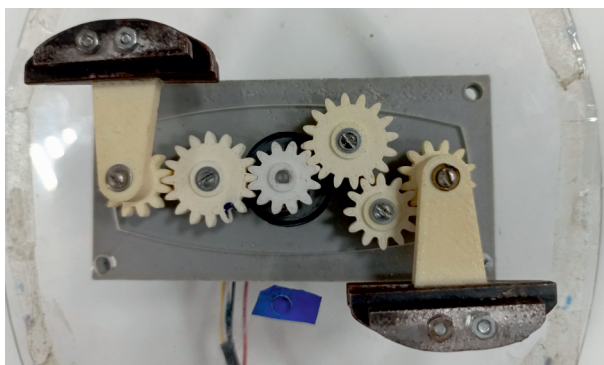


Рис. 4. Фото зубчатого механизма для передачи вращения от двигателя к подвижным массам

знаками. При таком способе вращения масс зависимости углов, определяющих положение каждой массы, от времени можно записать так:

$$\beta_1 = 2\pi ft - \frac{\pi}{2}, \quad \beta_2 = -2\pi ft - \frac{\pi}{2}, \quad (8)$$

где f — частота вращения подвижных масс.

Значения параметров прототипа, входящие в уравнения движения (7), представлены в таблице 2.

Таблица 2. Массогеометрические параметры прототипа водного робота

Характеристика	Обозначение	Значение
Масса корпуса робота	m_b	0,61 кг
Момент инерции корпуса робота	I_b	0,0053 кг · м ²
Масса подвижного груза	m	0,07 кг
Радиус вращения подвижной массы	l	0,04 м
Расстояние от центра масс робота до центра окружности, по которой вращаются массы	L	0,045 м

Конструкция робота предусматривает установку хвостовых плавников различной формы, размеров и жесткости. Фото хвостовых плавников, устанавливаемых на робота в рамках текущего исследования, представлено на рис 5, а. Например, при установке хвоста, представленного на рис. 3, а, форма корпуса робота приобретает законченную форму крыловидного профиля с острой кромкой. С данным хвостом не возникает дополнительных сил, связанных с гибкостью хвоста, то есть $Q = 0$. Остальные хвосты изготовлены так, что имеют одинаковые размеры, но при этом разную жесткость и вносят дополнительный вклад в движение робота. При моделировании движения робота с этими хвостами необходимо учитывать дополнительные силы, действующие на хвост, вследствие его колебаний во время движения, то есть $Q \neq 0$. Все используемые хвосты были изготовлены на 3D-принтере, размеры приведены на рис. 5, б.

При закреплении хвоста к корпусу робота имеется возможность регулировать высоту установки хвоста. При проведении экспериментов каждый из хвостов устанавливался так, чтобы хвост находился в жидкости на половину своей высоты.

Экспериментальные исследования

Разработанная конструкция водного робота позволяет реализовать движение за счет согласованного перемещения двух внутренних масс, угловые скорости которых являются управляющими воздействиями. Главной задачей экспериментальных исследований, помимо верификации

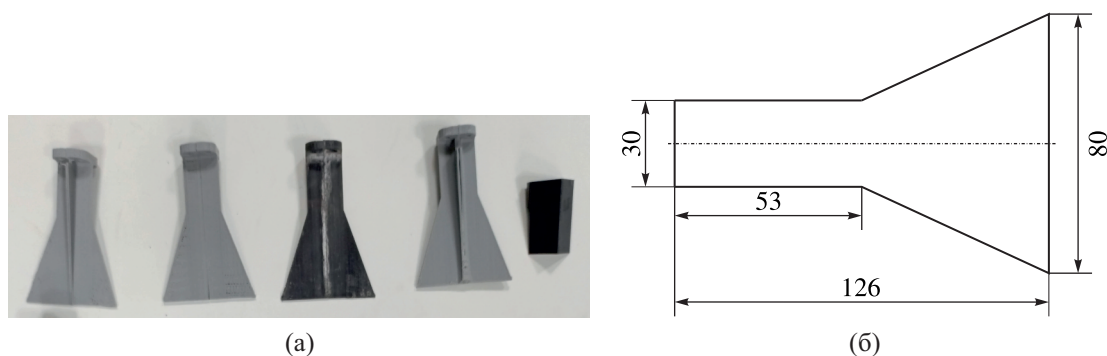


Рис. 5. а) Фото хвостовых плавников, используемых при проведении экспериментов. б) Размеры хвостового плавника (указаны в мм)

разработанной модели движения, является оценка влияния размеров гибкого хвоста и его жесткости на скорость движения. Поэтому во всех экспериментах угловые скорости подвижных масс были постоянными и равными 54 рад/с, что является максимальной скоростью вращения для разработанного прототипа.

Все экспериментальные траектории, представленные в данном разделе, являются средними траекториями движения робота, построенными по пяти экспериментам, проведенным с одинаковыми условиями.

Теоретические траектории были получены при помощи численного решения системы дифференциальных уравнений (7), дополненных кинематическими соотношениями (1). В эксперименте движение робота осуществлялось из состояния покоя. Согласно работе [Vetchanin, Kilin, 2016] такому движению соответствует движение на нулевом уровне первых интегралов:

$$\frac{\partial T}{\partial v_1} = \frac{\partial T}{\partial v_2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \omega} = 0,$$

из которых определялись начальные условия для решения дифференциальных уравнений.

Методика проведения экспериментов

Эксперименты проводились в бассейне размерами 2 × 1,2 метра. Траектория движения робота отслеживалась с помощью камеры Brigo Ultra HD Pro. Данная камера обеспечивает съемку с частотой 30 кадров в секунду. Запись видео производилась в программном обеспечении Logitech Capture, а отслеживание объектов на видео — с помощью специального программного обеспечения для отслеживания маркеров, установленных на корпусе робота.

Для исключения шумов все данные были обработаны сглаживающим фильтром Савицкого–Голея [Savitzky, Golay, 1964]. Типовая траектория движения, восстановленная с помощью системы захвата движения и наложенная на кадр с видеозаписи в бассейне, представлена на рис. 6, а.

Движение без гибкого хвоста

В этом случае на робота в качестве сменного хвостового модуля устанавливается модуль, при котором форма корпуса робота принимает вид крылового профиля с острой кромкой. При вращении подвижных масс с постоянной скоростью робот движется в среднем по прямой линии. Графики экспериментальной и теоретической траекторий представлены на рис. 6, б. Средняя скорость движения в моделировании составила 0,018 м/с, а в эксперименте — 0,023 м/с. В работе [Klenov, Kilin, 2016], где рассматривался водный робот, приводящийся в движение подобным механизмом, но имеющий форму эллиптического цилиндра, в экспериментах при аналогичной

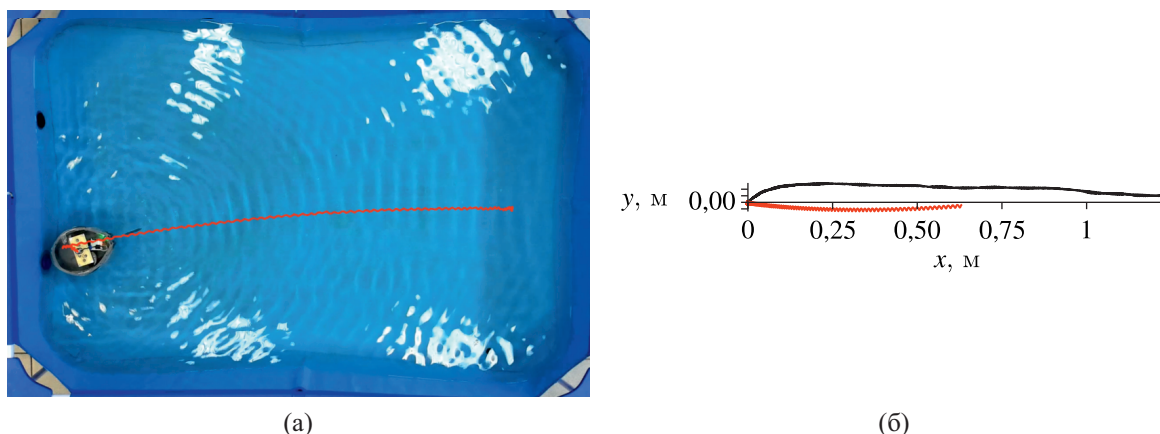


Рис. 6. а) Кадр с траекторией движения. б) Теоретическая (красная) и экспериментальная (черная) траектория движения водного робота для движения без гибкого хвоста

скорости вращения подвижных масс была достигнута скорость перемещения в 0,01 м/с. Результат текущей работы показывает, что форма робота в виде крыловидного профиля позволяет достигать больших скоростей продвижения в жидкости роботов, управляемых перемещением внутренних масс.

Движение с гибким хвостом

Далее рассмотрим аналогичные эксперименты, при которых на робота устанавливались различные хвосты.

Для оценки сил, действующих на тело вследствие гибкого хвоста, необходимо знать функции $X(\tau, t)$, $Y(\tau, t)$, определяющие координаты каждой точки хвоста. В работе [Mazlan, McGookin, 2012] показано, что при небольшой амплитуде колебания можно использовать следующую аналитическую форму:

$$X(\tau, t) = \tau, \quad Y(\tau, t) = (k_1\tau + k_2\tau^2) \sin(k_3\tau + 2\pi ft), \quad (9)$$

где коэффициенты k_1 , k_2 , k_3 задают амплитуду колебаний и форму изгиба гибкого хвоста.

В данной работе эти коэффициенты мы получили, анализируя кадры видеозаписи экспериментов. При проведении экспериментов дополнительно на хвост устанавливалось три маркера (в точке крепления хвоста к корпусу и далее, в средней и конечной части хвоста). Далее, полученные координаты точек хвостов аппроксимировались функцией (9) и находились значения k_1 , k_2 , k_3 . Аппроксимация производилась в пакете Curve Fitting программного обеспечения MATLAB.

Функция $d(\tau)$, которая определяет высоту части хвоста в точке τ , находящейся в жидкости, для данной формы хвоста рассчитывалась следующим образом:

$$d(\tau) = \begin{cases} \tau < 53, & d = 15; \\ 53 \leq \tau \leq 126, & d = 15 + 0,205(\tau - 53). \end{cases}$$

Для оценки влияния жесткости хвоста на скорость продвижения в жидкости были проведены эксперименты с хвостами одной формы и размеров, но с разной жесткостью. Жесткость хвоста изменялась путем варьирования толщины хвоста и добавления к нему ребер жесткости. Степень жесткости хвоста оценим параметром максимальной амплитуды отклонения конечной точки хвоста в экспериментах при одних и тех же колебаниях корпуса. В таблице 3 представлены

значения максимальной амплитуды отклонения конечной точки хвоста — A , а также аналитическая форма записи функции $Y(\tau, t)$, задающей изменение формы хвоста, которая используется в моделировании.

Таблица 3. Параметры хвостов с разной жесткостью, для которых проводились эксперименты

Номер	A , м	$Y(\tau, t)$
1	$A_1 = 0,0200$ м	$Y(\tau, t) = (0,15\tau + 0,20\tau^2) \sin(3\tau + 2\pi ft)$
2	$A_2 = 0,0030$ м	$Y(\tau, t) = (0,02\tau + 0,04\tau^2) \sin(1\tau + 2\pi ft)$
3	$A_3 = 0,0015$ м	$Y(\tau, t) = (0,01\tau + 0,02\tau^2) \sin(0,5\tau + 2\pi ft)$
4	$A_4 = 0,0010$ м	$Y(\tau, t) = (0,007\tau + 0,01\tau^2) \sin(0,4\tau + 2\pi ft)$

Средняя скорость движения робота с каждым из хвостов, полученная в экспериментах и моделировании, представлена в таблице 4, а также на рис. 7. Средняя скорость движения вычислялась как среднее значение проекции вектора скорости на ось Ox_2 , при достижении установившегося значения скорости. Так как робот совершает колебательные движения, средняя скорость вычислялась как расстояние по прямой от точки, в которой находился робот при достижении установившегося значения скорости, до конечной точки деленное на время движения.

Таблица 4. Средняя скорость движения робота с каждым из хвостов

Номер	Экспериментальная средняя скорость, м/с	Теоретическая средняя скорость, м/с
1	0,261	0,0875
2	0,050	0,0150
3	0,038	0,0125
4	0,032	0,0120

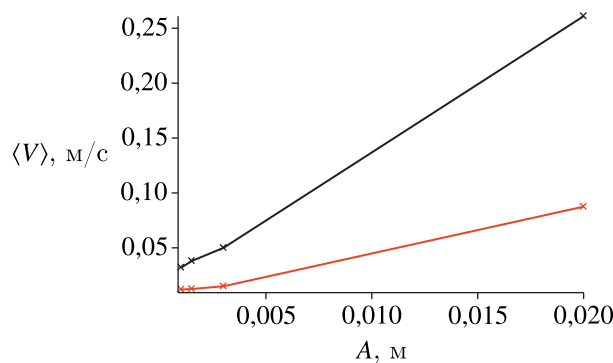


Рис. 7. Средняя скорость движения робота $\langle V \rangle$ в зависимости от амплитуды колебания хвостового плавника A , полученная в экспериментах (черная линия) и моделировании (красная линия)

Из полученных данных видно, что для первого хвоста амплитуда колебаний и, соответственно, скорость движения существенно превышают аналогичные значения для других хвостов. Рассмотрим этот эксперимент более подробно.

На рис. 8, а представлен график зависимости проекции скорости движения робота на ось Ox_2 . Данная проекция показывает скорость движения робота по направлению вперед без учета колебательных перемещений.

Графики экспериментальной и теоретической траекторий представлены на рис. 8, б. Средняя скорость движения в моделировании составила 0,0875 м/с, а в эксперименте — 0,261 м/с.

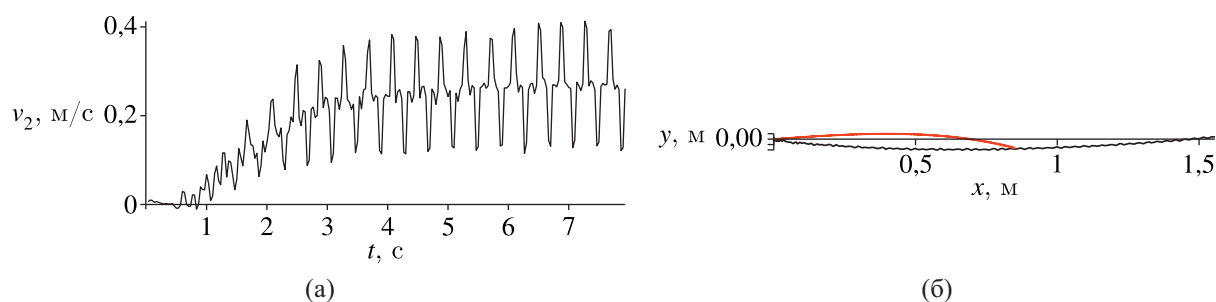


Рис. 8. а) График проекции скорости движения робота на ось $Ox_2 - v_2$. б) Теоретическая (красная) и экспериментальная (черная) траектории движения водного робота для движения с гибким хвостом

Полученные скорости движения значительно превышают скорость движения без гибкого хвоста, что указывает на то, что гидродинамические силы, действующие на гибкий хвост, существенно повышают эффективность движения. При близкой к 0 амплитуде колебания хвоста динамика системы близка к движению без хвоста, которое описано в работах [Klenov, Kilin, 2016; Килин, Кленов, Тененев, 2018; Karavaev et al., 2021]. В данных работах используется похожий подход к выводу уравнений движения, и скорости движения, полученные в моделировании, имеют меньшее значение, чем скорости движения в эксперименте. Похожих результатов удалось достичь в настоящем исследовании. Это говорит о том, что при движении в жидкости на тело действуют дополнительные силы, помогающие движению; это могут быть силы, связанные с потоком жидкости вокруг тела, возникающим при движении, а также силы, связанные с возникновением вихревых структур, сходящих с острой кромки хвоста. При моделировании можно учесть эти дополнительные факторы [Tallapragada, Kelly, 2013; Kotsur, Shcheglov, Marchevsky, 2022; Shvarts, 2023; Vetchanin, Valieva, 2023].

Заключение

В данной работе показана экспериментальная возможность движения в жидкости робота с формой корпуса в виде крыловидного профиля, перемещающегося за счет вращения двух внутренних масс. Экспериментально установлено, что при одинаковых управляющих воздействиях робот крыловидной формы достигает больших скоростей, чем робот с корпусом в виде эллиптического цилиндра. Также экспериментально показано, что добавление хвостового плавника может увеличить скорость перемещения приблизительно в 10 раз.

В математической модели движения были учтены дополнительные силы, действующие на гибкий хвостовой плавник. Теоретические и экспериментальные результаты качественно согласуются, однако для достижения количественного согласования необходимо учитывать вихреобразование и циркуляцию жидкости вокруг тела [Burmashева, Prosviryakov, 2022; Semernik et al., 2023].

Также в будущем планируется разработать конструкцию подобного робота с независимыми приводами для каждой массы для возможности реализации на практике различных маневров, а не только движения вдоль прямой.

Список литературы (References)

- Килин А. А., Кленов А. И., Тененев В. А. Управление движением тела с помощью внутренних масс в вязкой жидкости // Компьютерные исследования и моделирование. — 2018. — Т. 10, № 4. — С. 445–460.
- Kilin A. A., Klenov A. I., Tenenev V. A. Upravlenie dvizheniem tela s pomoshch'yu vnutrennikh mass v vyazkoi zhidkosti [Controlling the movement of the body using internal masses in a viscous liquid] // Computer Research and Modeling. — 2018. — Vol. 10, No. 4. — P. 445–460 (in Russian).

- Козлов В. В., Онищенко Д. А.* О движении в идеальной жидкости тела, содержащего внутри себя подвижную сосредоточенную массу // ПММ. — 2003. — Т. 67, № 4. — С. 620–633.
Kozlov V. V., Onishchenko D. A. The motion in a perfect fluid of a body containing a moving point mass // J. Appl. Math. Mech. — 2003. — Vol. 67, No. 4. — P. 553–564. (Original Russian paper: *Kozlov V. V., Onishchenko D. A.* O dvizhenii v ideal'noi zhidkosti tela, sodержashchego vnutri sebya podvzhnuyu sosredotochennuyu massu // ПММ. — 2003. — Vol. 67, No. 4. — P. 620–633.)
- Козлов В. В., Рамоданов С. М.* О движении изменяемого тела в идеальной жидкости // ПММ. — 2001. — Т. 65, № 4. — С. 592–601.
Kozlov V. V., Ramodanov S. M. The motion of a variable body in an ideal fluid // J. Appl. Math. Mech. — 2001. — Vol. 65, No. 4. — P. 579–587. (Original Russian paper: *Kozlov V. V., Ramodanov S. M.* O dvizhenii izmenyaemogo tela v ideal'noi zhidkosti // ПММ. — 2001. — Vol. 65, No. 4. — P. 592–601.)
- Эладави М. А., Караваяев Ю. Л.* Анализ конструкций подводных роботов // Вестник ИЖГТУ им. М. Т. Калашникова. — 2023. — Т. 26, № 1. — С. 35–47.
Eladawy M. A., Karavaev Yu. L. Analiz konstruksii podvodnykh robotov [Analysis of underwater robot designs] // Vestnik IzhGTU im. M. T. Kalashnikova. — 2023. — Vol. 26, No. 1. — P. 35–47 (in Russian).
- Antonelli G.* Underwater Robots. — Cham: Springer, 2014. — 279 p.
- Bolotnik N. N., Figurina T. Yu., Chernous'ko F. L.* Optimal control of the rectilinear motion of a two-body system in a resistive medium // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2012. — Vol. 76, No. 1. — P. 1–14.
- Borisov A. V., Mamaev I. S., Vetchanin E. V.* Dynamics of a smooth profile in a medium with friction in the presence of parametric excitation // Regular and Chaotic Dynamics. — 2018. — Vol. 23, No. 4. — P. 480–502.
- Borisov A. V., Vetchanin E. V., Kilin A. A.* Control of the motion of a triaxial ellipsoid in a fluid using rotors // Mathematical Notes. — 2017. — Vol. 102, No. 4. — P. 455–464.
- Burmasheva N. V., Prosviryakov E. Yu.* Exact solutions to the Navier–Stokes equations for describing the convective flows of multilayer fluids // Rus. J. Nonlin. Dyn. — 2022. — Vol. 18, No. 3. — P. 397–410.
- Castano M. L., Xiaobo T.* Model predictive control-based path-following for tail-actuated robotic fish // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. — 2019. — Vol. 141, No. 7. — 11 p.
- Childress S., Spagnolie S. E., Tokieda T.* A bug on a raft: recoil locomotion in a viscous fluid // J. Fluid Mech. — 2011. — Vol. 669. — P. 527–556.
- Chu W. S., Lee K. T., Song S. H., Han M. W., Lee J. Y., Kim H. S., Kim M. S., Park Y. J., Cho K. J., Ahn S. H.* Review of biomimetic underwater robots using smart actuators // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. — 2012. — Vol. 13, No. 7. — P. 1281–1292.
- Guvernyuk S. V., Dynnikov Ya. A., Dynnikova G. Ya., Malakhova T. V.* The contribution of added mass force to formation of propulsive force of flapping airfoil in viscous fluid // Technical Physics Letters. — 2020. — Vol. 46, No. 9. — P. 847–850.
- Ivanov A. P.* Vibroimpact mobile robot // Rus. J. Nonlin. Dyn. — 2021. — Vol. 17, No. 4. — P. 429–436.
- Karavaev Yu. L.* Spherical robots: an up-to-date overview of designs and features // Rus. J. Nonlin. Dyn. — 2022. — Vol. 18, No. 4. — P. 709–750.
- Karavaev Yu. L., Kilin A. A., Klekovkin A. V.* Experimental investigations of the controlled motion of a screwless underwater robot // Regular and Chaotic Dynamics. — 2016. — Vol. 21, No. 7–8. — P. 918–926.
- Karavaev Yu. L., Klekovkin A. V., Mamaev I. S., Tenenev V. A., Vetchanin E. V.* Simple physical model for control of an propellerless aquatic robot // J. Mechanisms Robotics. — 2021. — Vol. 14, No. 1. — 011007. — 11 p.
- Klekovkin A. V., Karavaev Yu. L., Mamaev I. S.* The control of an aquatic robot by a periodic rotation of the internal flywheel // Rus. J. Nonlin. Dyn. — 2023. — Vol. 19, No. 2. — P. 265–279.
- Klenov A. I., Kilin A. A.* Influence of vortex structures on the controlled motion of an above-water screwless robot // Regular and Chaotic Dynamics. — 2016. — Vol. 21, No. 7–8. — P. 927–938.

- Klimina L. A., Golovanov S. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D., Holub A. P.* Plane-parallel motion of a trimaran capsobot controlled with an internal flywheel // *International Journal of Non-Linear Mechanics*. — 2023. — Vol. 150. — P. 104341.
- Kotsur O. S., Shcheglov G. A., Marchevsky I. K.* Approximate weak solutions to the vorticity evolution equation for a viscous incompressible fluid in the class of vortex filaments // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* — 2022. — Vol. 18, No. 3. — P. 423–439.
- Lighthill M. J.* Large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion // *Proc. R. Soc. Lond B.* — 1971. — Vol. 179. — P. 125–138.
- Mamaev I. S., Tenenev V. A., Vetchanin E. V.* Dynamics of a body with a sharp edge in a viscous fluid // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* — 2018. — Vol. 14, No. 4. — P. 473–494.
- Mamaev V. A., Vetchanin E. V.* The self-propulsion of a foil with a sharp edge in a viscous fluid under the action of a periodically oscillating rotor // *Regular and Chaotic Dynamics*. — 2018. — Vol. 23, No. 7–8. — P. 875–886.
- Mazlan A. N. A., McGookin E.* Modelling and control of a biomimetic autonomous underwater vehicle // 2012 12th International Conference on Control Automation Robotics & Vision (ICARCV). — IEEE, 2012. — P. 88–93.
- Pollard B., Tallapragada P.* An aquatic robot ropelled by an internal rotor // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. — 2016. — Vol. 22, No. 2. — P. 931–939.
- Savitzky A., Golay M. J. E.* Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures // *Analytical chemistry*. — 1964. — Vol. 36, No. 9. — P. 1627–1639.
- Semernik I. V., Bender O. V., Tarasenko A. A., Samonova C. V.* Analysis and simulation of BER performance of chaotic underwater wireless optical communication systems // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* — 2023. — Vol. 19, No. 1. — P. 137–158.
- Shvarts K. G.* Plane-parallel advective flow in a horizontal layer of incompressible permeable fluid // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* — 2023. — Vol. 19, No. 2. — P. 219–226.
- Tallapragada P., Kelly S. D.* Dynamics and self-propulsion of a spherical body shedding coaxial vortex rings in an ideal fluid // *Regular and Chaotic Dynamics*. — 2013. — Vol. 18, No. 1–2. — P. 21–32.
- Triantafyllou M. S., Triantafyllou G. S., Yue D. K. P.* Hydrodynamics of fishlike swimming // *Annual Review of Fluid Mechanics*. — 2000. — Vol. 32, No. 1. — P. 33–53.
- Vetchanin E. V., Kilin A. A.* Free and controlled motion of a body with a moving internal mass through a fluid in the presence of circulation around the body // *Doklady Physics*. — 2016. — Vol. 61, No. 1. — P. 32–36.
- Vetchanin E. V., Valieva A. R.* Analysis of the force and torque arising during the oscillatory motion of a Joukowski foil in a fluid // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* — 2023.
- Vorocheva (Volkova) L. Y., Jatsun S. F.* Control of the three-mass robot moving in the liquid environment // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* — 2011. — Vol. 7, No. 4. — P. 845–857.
- Wang J., Tan X.* A dynamic model for tail-actuated robotic fish with drag coefficient adaptation // *Mechatronics*. — 2013. — Vol. 23, No. 6. — P. 659–668.
- Wang Y. W., Tan J. B., Gu B. T., Sang P. F., Zhao D. B.* Design and modeling of a biomimetic stingray-like robotic fish // *Advanced Materials Research*. — 2014. — Vol. 945–949. — P. 1473–1477.
- Zou T., Jian X., Al-Tamimi M., Wu X., Wu J.* Development of a low-cost soft robot fish with biomimetic swimming performance // *Journal of Mechanisms and Robotics*. — 2024. — Vol. 16, No. 6. — 14 p.