

Приложение. Описание разработанной модели биогенного круговорота в экосистеме водоема

Уравнения модели биогенного круговорота

Для случая точечного (пространственно-однородного) приближения были использованы следующие математические уравнения:

Для процессов в водной толще:

$$\frac{d(C_i \cdot W)}{dt} = W \cdot R_i + Q^p C_i^p + Q^b C_i^b - Q_{out} \cdot C_i + J_i \cdot \Omega + G_i \cdot L \quad (П1)$$

где $i = ZON, FN, NH_4, NO_2, NO_3, ND, DON, ZOP, FP, DIP, PD, DOP, O_2$; W – объем ТО; t – время; R_i – скорость биогеохимической трансформации соответствующего соединения C_i ; Q^p и C^p – расход основного притока ТО - реки Чулышман и концентрации компонентов в ней, Q^b и C^b – расход остальной учтенной боковой приточности ТО и концентрации компонентов в ней, Q_{out} – расход стока из ТО (р. Бия), J_i – массовый поток на межфазной поверхности, Ω – площадь зеркала ТО, G_i – диффузная нагрузка с берегов, L – длина ТО.

При этом использованы следующие обозначения: ZON – зоопланктонный азот, $гN/м^3$; ZOP – зоопланктонный фосфор, $гP/м^3$; FN – фитопланктонный азот, $гN/м^3$; FP – фитопланктонный фосфор, $гP/м^3$; NH_4 – аммонийный азот, $гN/м^3$; NO_2 – нитритный азот, $гN/м^3$; NO_3 – нитратный азот, $гN/м^3$; ND – детритный азот, $гN/м^3$; PD – детритный фосфор, $гP/м^3$; DON – растворенный органический азот, $гN/м^3$; DOP – растворенный органический фосфор, $гP/м^3$; DIP – фосфаты, $гP/м^3$; O_2 – растворенный кислород, $гO_2/м^3$.

Для процессов в деятельном слое донных отложений (ДО):

$$\begin{aligned} \frac{dC_{CBN}}{dt} &= -\frac{\alpha \cdot J_{ND}}{s \cdot L_1} - k_m^N \cdot C_{CBN}; & \frac{dC_{CBP}}{dt} &= -\frac{\alpha \cdot J_{PD}}{s \cdot L_1} - k_m^P \cdot C_{CBP}; \\ s \cdot \frac{dC_{NB}}{dt} &= k_m^N \cdot s \cdot C_{CBN} - \frac{K_N \cdot (C_{NB} - C_{NH_4}) + V_f^N \cdot C_{NH_4}}{L_1} - \frac{dC_{NS}}{dt} & (П2) \\ s \cdot \frac{dC_{PB}}{dt} &= k_m^P \cdot s \cdot C_{CBP} - \frac{K_P \cdot (C_{PB} - C_{DIP}) + V_f^P \cdot C_{DIP}}{L_1} - \frac{dC_{PS}}{dt}; \\ C_{NS} &= \gamma_N \cdot C_{NB}; & C_{PS} &= \gamma_P \cdot C_{PB}. \end{aligned}$$

Здесь C_{BN} – органический азот, участвующий в обменных процессах в донных отложениях (ДО), $гN/м^3$; C_{BP} – органический фосфор, участвующий в обменных процессах в ДО, $гP/м^3$; P_B – интерстициальный фосфор в поровом пространстве ДО, $гP/м^3$; N_B – интерстициальный азот в поровом пространстве ДО, $гN/м^3$; P_S – фосфор, сорбированный на твердой фазе ДО, $гP/м^3$; N_S – азот, сорбированный на твердой фазе ДО, $гN/м^3$; C_N – органический азот в пассивных формах в составе ДО, $гN/м^3$; C_P – органический фосфор в пассивных формах в составе ДО, $гP/м^3$.

Кроме того: α – доля осаждающихся веществ, участвующих в обменных процессах; s – удельная пористость ДО; L_1 – толщина деятельного слоя ДО; k_m^N – коэффициент минерализации

органического N в ДО; k_m^P – коэффициент минерализации органического P в ДО; K_N – коэффициент диффузионного переноса N в ДО; K_P – коэффициент диффузионного переноса P в ДО; V_f^N – скорость фильтрации N ; V_f^P – скорость фильтрации P ; γ_N – коэффициент обратимой линейной сорбции N на скелете ДО; γ_P – коэффициент обратимой линейной сорбции P на скелете ДО.

Расшифровка членов уравнений (П1) R_i , ответственных за биогеохимическую трансформацию переменных модели в водной толще выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
 R_{ZON} &= (U_{ZO} - E_{ZON} - S_{ZON}) \cdot C_{ZON}; \\
 R_{FN} &= (U_F - E_{FN} - S_{FN}) \cdot C_{FN} - U_{ZON}^{FN} \cdot C_{ZON}; \\
 R_{NH_4} &= k_m^{DON} \cdot C_{DON} - U_{FN}^{NH_4} \cdot C_{FN} - k_{NO_2}^{NH_4} \cdot C_{NH_4}; \\
 R_{NO_2} &= k_{NO_2}^{NH_4} \cdot C_{NH_4} - U_{FN}^{NO_2} \cdot C_{FN} - k_{NO_3}^{NO_2} \cdot C_{NO_2}; \\
 R_{NO_3} &= k_{NO_3}^{NO_2} \cdot C_{NO_2} - U_{FN}^{NO_3} \cdot C_{FN}; \\
 R_{ND} &= S_{ZON} \cdot C_{ZON} + S_{FN} \cdot C_{FN} - k_{DON}^{ND} \cdot C_{ND} - U_{ZON}^{DON} \cdot C_{ZON}; \\
 R_{DON} &= k_{DON}^{ND} \cdot C_{ND} + E_{FN} \cdot C_{FN} + E_{ZON} \cdot C_{ZON} - U_{ZON}^{DON} \cdot C_{ZON} - k_m^{DON} \cdot C_{DON}; \\
 R_{ZOP} &= (U_{ZO} - E_{ZOP} - S_{ZOP}) \cdot C_{ZOP}; \\
 R_{FP} &= (U_F - E_{FP} - S_{FP}) \cdot C_{FP} - U_{ZOP}^{FP} \cdot C_{ZOP}; \\
 R_{DIP} &= k_m^{DOP} \cdot C_{DOP} - U_{FP}^{DOP} \cdot C_{FP}; \\
 R_{PD} &= S_{ZOP} \cdot C_{ZOP} + S_{FP} \cdot C_{FP} - k_{DOP}^{PD} \cdot C_{PD} - U_{ZOP}^{DOP} \cdot C_{ZOP}; \\
 R_{DOP} &= k_{DOP}^{PD} \cdot C_{PD} + E_{FP} \cdot C_{FP} + E_{ZOP} \cdot C_{ZOP} - U_{ZOP}^{DOP} \cdot C_{ZOP} - k_m^{DOP} \cdot C_{DOP}; \\
 R_{O_2} &= H_1 \cdot U_{FN} \cdot C_{FN} / (1 + K_f \cdot U_{FN}) - H_2 \cdot k_{NO_2}^{NH_4} \cdot C_{NH_4} - H_3 \cdot k_{NO_3}^{NO_2} \cdot C_{NO_2} \\
 &\quad - H_4 \cdot E_{ZON} \cdot C_{ZON} - H_5 \cdot E_{FN} \cdot C_{FN} - H_6 \cdot k_m^{DON} \cdot C_{DON}
 \end{aligned} \tag{П3}$$

Здесь зависимости скоростей потребления U_i и U_i^j у зоо- и фитопланктона от потребляемых субстратов в (П3):

$$\begin{aligned}
 U_{ZON}^j &= U_{ZO} \cdot \frac{D_{ZON}^j}{\sum_{ZON}} \cdot C_j, \quad j = FN, ND, DON; & U_{ZOP}^j &= U_{ZO} \cdot \frac{D_{ZOP}^j}{\sum_{ZOP}} \cdot C_j, \quad j = FP, PD, DOP; \\
 U_{ZO} &= \frac{LT_{ZO}}{1 + \frac{C_{ZOP}}{\sum_{ZOP}} + \frac{C_{ZON}}{\sum_{ZON}}};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{ZOP} &= D_{ZOP}^{FP} \cdot C_{FP} + D_{ZOP}^{PD} \cdot C_{PD} + D_{ZOP}^{DOP} \cdot C_{DOP}; \\
\sum_{ZON} &= D_{ZON}^{FN} \cdot C_{FN} + D_{ZON}^{ND} \cdot C_{ND} + D_{ZON}^{DON} \cdot C_{DON}; \\
U_{FN}^j &= U_F \cdot \frac{D_{FN}^j}{\sum_{FN}} \cdot C_j, j = NH_4, NO_2, NO_3; \\
U_{FP}^{DIP} &= U_F \cdot \frac{D_{FP}^{DIP}}{\sum_{FP}} \cdot C_{DIP}; & U_F &= \frac{LT_F}{1 + \frac{C_{FP}}{\sum_{FP}} + \frac{C_{FN}}{\sum_{FN}}}; \\
\sum_{FN} &= D_{FN}^{NH_4} \cdot C_{NH_4} + D_{FN}^{NO_2} \cdot C_{NO_2} + D_{FN}^{NO_3} \cdot C_{NO_3}; & \sum_{FP} &= C_{DIP};
\end{aligned} \tag{П4}$$

Выражения для скоростей выделительной активности E_j у гидробионтов в (П3):

$$\begin{aligned}
E_j &= U_{ZO} \cdot \exp\left(-e^2 \cdot \left(\frac{A_1^j}{A_2^j \cdot (1 + A_2^j \cdot U_{ZO})}\right)\right), j = ZON; \\
E_j &= U_{ZO} \cdot \exp\left(-e^2 \cdot \left(\frac{A_1^j}{A_2^j \cdot (1 + A_2^j \cdot U_{ZO})}\right)\right), j = ZOP; \\
E_j &= U_F \cdot \exp\left(-e^2 \cdot \left(\frac{A_1^F}{A_2^F \cdot (1 + A_2^F \cdot U_F)}\right)\right), j = FN, FP.
\end{aligned}$$

Выражения для скоростей смертности S_j у гидробионтов в (П3):

$$S_j = V_1^{ZO} + V_2^{ZO} \cdot \left(\frac{C_j}{U_{zo}}\right), j = ZON, ZOP; \quad S_j = V_1^F + V_2^F \cdot \left(\frac{C_j}{U_F}\right), j = FN, FP.$$

Зависимости составляющих U_i и U_i^j от температуры и освещенности в (П4):

$$LT_{ZO} = k_{0ZO} \cdot \left(T_1^{ZO} + T_2^{ZO} \times \frac{e^{T_3^{ZO} \cdot T} - 1}{1 + T_4^{ZO} \cdot e^{T_3^{ZO} \cdot T}}\right); \quad LT_F = k_{0F} \cdot R_{IF} \times \left(T_1^F + T_2^F \cdot \frac{e^{T_3^F \cdot T} - 1}{1 + T_4^F \cdot e^{T_3^F \cdot T}}\right);$$

$$R_{IF} = e \cdot (e^{-r_x} - e^{-r_e}) / (K_e \cdot h_0);$$

$$r_e = I / I_{opt}; \quad r_x = r_e \cdot e^{-K_e \cdot h_0}; \quad K_e = K_a + K_b \cdot C_{FP};$$

$$I = I_{av} \cdot (1 + \cos(2 \cdot \pi \cdot (t - t_p) / f)) / f.$$

Температурные зависимости коэффициентов трансформации абиотических компонентов в (П3):

$$\begin{aligned}
 k_{NO_2}^{NH_4} &= k_6 \cdot T_k; & k_{NO_3}^{NO_2} &= k_8 \cdot T_k; & k_{DON}^{ND} &= k_{11} \cdot T; \\
 k_m^{DON} &= k_{13} \cdot T_k; & k_m^{DOP} &= k_{14} \cdot T_k; & k_{DOP}^{PD} &= k_{12} \cdot T; \\
 T_k &= (1.05)^{(T-20)};
 \end{aligned}$$

Массовые потоки на межфазных поверхностях в (П1):

$$\begin{aligned}
 J_j &= K_N \cdot (C_j - C_{NB}) + V_f^N \cdot C_j, j = NH_4; & J_j &= K_P \cdot (C_j - C_{PB}) + V_f^P \cdot C_j, j = DIP; \\
 J_j^{in} &= K_c \cdot V / H, j = ND, PD; & J_j^{out} &= -K_s \cdot C_j, j = ND, PD;
 \end{aligned} \quad (П5)$$

$$J_j^{in} = k_r \cdot (C_{0j} - C_j), j = O_2; \quad k_r = 0.728 \cdot \sqrt{V} - 0.317 \cdot V + 0.037 \cdot V^2;$$

$$C_{0O_2} = 14.61996 - 0.4042 \cdot T + 0.00842 \cdot T^2 - 0.00009 \cdot T^3; \quad J_j^{out} = J_{0j} \cdot (1.09)^{T-20}, j = O_2.$$

Способы расчета и значения параметров модели

В таблице П1 сведены коэффициенты в приведенных уравнениях модели, а также содержатся их численные значения или ссылки на источник со способом вычисления.

Табл. П1. Коэффициенты (параметры) модели биогеохимической трансформации азота и фосфора в экосистеме Телецкого озера

Параметр	Наименование	Значение или ссылка на источник со способом вычисления	Размерность
t	Время от начала года		сут
W	Объем водоема		м ³
R _i	Скорость биохимической трансформации соответствующего соединения C _i (здесь и далее учитывается, что мг/л = г/м ³)		гН/м ³ сут или гР/м ³ сут или гО ₂ /м ³ сут
Q ^p	Расход реки – основного притока	[Цхай, Романов, 2023]	м ³ /сут
C _i ^p	Концентрации компонентов в реке – основном притоке	[Цхай, Романов, 2023]	гН/м ³ или гР/м ³ или гО ₂ /м ³
Q ^b	Расход боковой приточности	[Цхай, Романов, 2023]	м ³ /сут
C _i ^b	Концентрации компонентов в боковой приточности	[Цхай, Романов, 2023]	гН/м ³ или гР/м ³ или гО ₂ /м ³
Q ₋	Расход стока из водоема (р. Бия)	[Цхай, Романов, 2023]	м ³ /сут
J _i	Массовые потоки на межфазных поверхностях: «воздух - вода», «вода – донные отложения»		гН/м ² сут или гР/м ² сут или гО ₂ /м ² сут

V	Скорость ветра		м/сек
Ω	Площадь зеркала водоема		м ²
G_i	Диффузная нагрузка, характеризующая поступления с берегов	[Цхай, Романов, 2023]	гN/м сут или гP/м сут
L	Длина береговой линии водоема	[Цхай, Агейков, 1997]	м
T	Температура воды	[Селегей, Селегей, 1978]	°C
k_6	Коэффициент трансформации аммонийного азота в нитритный азот	0.0018	сут ⁻¹
k_8	Коэффициент трансформации нитритного азота в нитратный азот	0.011	сут ⁻¹
k_{13}	Коэффициент минерализации растворенного органического азота	0.001	сут ⁻¹
k_{12}	Коэффициент трансформации детритного фосфора в растворенный органический фосфор	0.000005	сут ⁻¹
k_{14}	Коэффициент минерализации растворенного органического фосфора	0.0001	сут ⁻¹
k_{11}	Коэффициент трансформации детритного азота в растворенный органический азот	0.00005	сут ⁻¹
D_{ZON}^{FN}	Коэффициент предпочтительности фитопланктонного азота в рационе зоопланктона в азотных единицах	0.2	б/р
D_{ZOP}^{FP}	Коэффициент предпочтительности фитопланктонного фосфора в рационе зоопланктона в фосфорных единицах	0.2	б/р
D_{ZON}^{ND}	Коэффициент предпочтительности детритного азота в рационе зоопланктона в азотных единицах	0.6	б/р
D_{ZOP}^{PD}	Коэффициент предпочтительности детритного фосфора в рационе зоопланктона в фосфорных единицах	0.6	б/р
D_{ZON}^{DON}	Коэффициент предпочтительности растворенного органического азота в рационе зоопланктона в азотных единицах	0.2	б/р
D_{ZOP}^{DOP}	Коэффициент предпочтительности растворенного органического фосфора в рационе зоопланктона в фосфорных единицах	0.2	б/р
$D_{FN}^{NH_4}$	Коэффициент предпочтительности аммонийного азота в рационе фитопланктона в азотных единицах	0.5	б/р
$D_{FN}^{NO_2}$	Коэффициент предпочтительности нитритного азота в рационе фитопланктона в азотных единицах	0.3	б/р
$D_{FN}^{NO_3}$	Коэффициент предпочтительности нитратного азота в рационе зоопланктона в азотных единицах	0.2	б/р
D_{FN}^{DIP}	Коэффициент предпочтительности минерального фосфора в рационе зоопланктона в фосфорных единицах	1	б/р
H_1	Коэффициент перевода скорости фотосинтеза фитопланктона в кислородные единицы	4.2	гO ₂ /гN
K_f	Фотосинтетический коэффициент	0.25	сут
H_2	Первый коэффициент пересчета в кислородные единицы при нитрификации	4.1	гO ₂ /гN
H_3	Второй коэффициент пересчета в кислородные единицы при нитрификации	2.1	гO ₂ /гN
H_4	Коэффициент перевода скорости выделительной	2.1	гO ₂ /гN

	активности фитопланктона в кислородные единицы		
H_5	Коэффициент перевода скорости выделительной активности фитопланктона в кислородные единицы	2.1	$гO_2/гN$
H_6	Коэффициент перевода скорости окисления органических веществ в кислородные единицы	0.25	$гO_2/гN$
A_1^{ZON}	Коэффициент 1 в выражении для скорости выделительной активности зоопланктонного азота	145.03	сут
A_2^{ZON}	Коэффициент 2 в выражении для скорости выделительной активности зоопланктонного азота	140.06	сут
A_1^{ZOP}	Коэффициент 1 в выражении для скорости выделительной активности зоопланктонного фосфора	100.0000003	сут
A_2^{ZOP}	Коэффициент 2 в выражении для скорости выделительной активности зоопланктонного фосфора	167.0000006	сут
A_1^F	Коэффициент 1 в выражении для скорости выделительной активности фитопланктона	0.0008	сут
A_2^F	Коэффициент 2 в выражении для скорости выделительной активности фитопланктона	0.0016	сут
V_1^{ZO}	Коэффициент 1 в выражении для смертности зоопланктона	0.01	сут ⁻¹
V_2^{ZO}	Коэффициент 2 в выражении для смертности зоопланктона	0.022	сут ⁻¹
V_1^F	Коэффициент 1 в выражении для смертности фитопланктона	0.0016	сут ⁻¹
V_2^F	Коэффициент 2 в выражении для смертности фитопланктона	0.0032	сут ⁻¹
k_{0ZO}	Коэффициент скорости роста зоопланктона	1	сут ⁻¹
T_1^{ZO}	Коэффициент 1 в выражении для температурной коррекции зоопланктона	0.005	б/р
T_2^{ZO}	Коэффициент 2 в выражении для температурной коррекции зоопланктона	0.040	б/р
T_3^{ZO}	Коэффициент 3 в выражении для температурной коррекции зоопланктона	0.075	б/р
T_4^{ZO}	Коэффициент 4 в выражении для температурной коррекции зоопланктона	0.05	б/р
k_{0F}	Коэффициент скорости роста Фитопланктона	1	сут ⁻¹
T_1^F	Коэффициент 1 в выражении для температурной коррекции фитопланктона	0.00	б/р
T_2^F	Коэффициент 2 в выражении для температурной коррекции фитопланктона	0.01351	б/р
T_3^F	Коэффициент 3 в выражении для температурной коррекции фитопланктона	0.225	б/р
T_4^F	Коэффициент 4 в выражении для температурной коррекции фитопланктона	0.01	б/р
I_{av}	Среднесуточная освещенность для местоположения ТО	[Страшкраба, Гнаук, 1989]	кал/(см ² × сут)
I_{opt}	Оптимальное значение освещенности для фитопланктона ТО	350.00	кал/(см ² × сут)
h_0	Характерная глубина	1.0	м
f	Фотопериод	[Селегей, Селегей, 1978]	сут

K_e	Коэффициент экстинкции света с глубиной		1/м
K_a	Константа 1 в выражении для коэффициента экстинкции	1,7	1/м
K_b	Константа 2 в выражении для коэффициента экстинкции	18.723	м ² /ГР
α	Доля осаждающихся веществ, участвующих в обменных процессах	12/29	б/р
s	Удельная пористость ДО	0.85	б/р
J_{O_2}	Поток O_2 при $T=20^\circ\text{C}$, который соответствует конкретному типу ДО	0.25	б/р
k_m^N	Коэффициент минерализации органических вещества N в ДО	[Цхай, Агейков, 1997]	сут ⁻¹
k_m^P	Коэффициент минерализации органических вещества P в ДО	[Цхай, Агейков, 1997]	сут ⁻¹
K_s	Скорость седиментации	0.001	м/сут
K_c	Коэффициент взмучивания	0.001	м/сут
K_N	Коэффициент диффузионного переноса N в ДО	[Цхай, Агейков, 1997]	м/сут
K_P	Коэффициент диффузионного переноса P в ДО	[Цхай, Агейков, 1997]	м/сут
V_f^N	Скорость фильтрации N	[Цхай, Агейков, 1997]	м/сут
V_f^P	Скорость фильтрации P	[Цхай, Агейков, 1997]	м/сут
γ_N	Коэффициент обратимой линейной сорбции N на скелете ДО	[Цхай, Агейков, 1997]	б/р
γ_P	Коэффициент обратимой линейной сорбции P на скелете ДО	[Цхай, Агейков, 1997]	б/р
L_l	Толщина деятельного слоя ДО	0.1	м

Список литературы Приложения (References of Enclosure)

- Селегей В.В., Селегей Т.С.* Телецкое озеро. Ленинград: Гидрометеиздат, 1978. 143 с.
Selegej V.V., Selegej T.S. Teletskoe ozero [Teletskoye Lake]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1978. 143 s. (in Russian)
- Страшкраба М., Гнаук А.* Пресноводные экосистемы. Математическое моделирование [перевод с англ.] М.: Мир, 1989. 376 с.
Strashkraba M., Gnauk A. Presnovodnye jekosistemy. Matematicheskoe modelirovanie [Freshwater ecosystems. Mathematical model]. [perevod s angl.] M.: Mir, 1989. 376 s. (in Russian)
- Цхай А.А., Агейков В.Ю.* Математическое моделирование процессов трансформации соединений азота и фосфора и изменчивости кислородного режима в водохранилищах // Водные ресурсы. 1997. Т. 24. № 6. С. 718 – 728.
Tskhai A.A., Ageikov V.Yu. Matematicheskoe modelirovanie processov transformacii soedinenij azota i fosfora i izmenchivosti kislorodnogo rezhima v vodohranilishchah [Mathematical modeling of the processes of transformation of nitrogen and phosphorus compounds and variations in oxygen regime in reservoirs] // Water Resources. 1997. Vol. 24, No. 6. P. 664-674. (in Russian)
- Цхай А.А., Романов М.А.* Об условиях протекания циклов биогенных элементов в Телецком озере: анализ данных для моделирования // Известия Алтайского отделения Русского географического общества. 2023. № 4(71). С. 40 - 60. DOI 10.24412/2410-1192-2023-17104.
Tskhai A.A., Romanov M.A. Ob uslovijah protokanija ciklov biogenih jelementov v Teleckom ozere: analiz dannyh dlja modelirovanija [On the conditions of the cycles of biogenic elements in Lake Teletskoye: data analysis for modeling] // Izvestija Altajskogo otdelenija Russkogo geograficheskogo obshhestva. 2023. 71(4). P. 40-60. DOI:10.24412/2410-1192-2023-17104. (in Russian)