

УДК: 004.942

Дискретная сетевая динамическая система для моделирования распространения паники в группах людей

С. В. Калачин^{1,a}, Е. С. Калачина²

¹ Пензенский государственный аграрный университет,
Россия, 440014, г. Пенза, ул. Ботаническая, д. 30

² Лицей № 26,
Россия, 430032, г. Саранск, ул. Серадзская, д. 21

E-mail: ^a s.v.kalachin@mail.ru

Получено 01.03.2026, после доработки — 05.04.2026.

Принято к публикации 08.04.2026.

В работе рассматривается задача моделирования формирования и распространения панических состояний в социальных группах людей с относительно устойчивой структурой межличностных взаимодействий. Паника интерпретируется как нелинейный процесс эмоционального заражения, возникающий в результате взаимодействия индивидуальных психологических характеристик и коллективных эффектов в социальной среде. В отличие от моделей, ориентированных на пространственную динамику движущихся толп, предложенный подход фокусируется на квазистационарных сетях взаимодействий, отражающих информационные и эмоциональные контакты между участниками. Разработанная дискретная сетевая динамическая система интегрирует индивидуальные параметры типов темпераментов человека (сангвинического, холерического, флегматического и меланхолического), структуру социальных связей и нелинейные механизмы коллективного поведения. Индивидуальная динамика паники описывается S-образной функцией роста, обеспечивающей ограниченность уровня эмоционального возбуждения и отражающей стадии его формирования и насыщения. Социальное влияние моделируется на графе межличностных взаимодействий (случайная сеть Эрдёша – Реньи) через локальные контакты между участниками. Дополнительно учитываются эффекты коллективного заражения и лавинообразного усиления, обусловленные средним уровнем паники в группе, а также базовый стрессовый фактор, зависящий от численности группы. Численное моделирование реализовано в дискретной итерационной форме с возможностью анализа индивидуальных и групповых траекторий паники. Введен количественный показатель скорости распространения паники, определяемый временем достижения состоянием группы уровня, близкого к полной панике. Проведен сравнительный анализ гетерогенной и однородных групп, показавший, что гетерогенность состава существенно ускоряет распространение паники за счет межтемпераментного взаимодействия: высоковозбудимые индивиды выступают инициаторами эмоционального заражения, тогда как более устойчивые участники частично сглаживают его динамику. Оценка качества модели с использованием коэффициента детерминации показала высокую степень согласованности результатов в рамках модельных данных. Практическая значимость работы заключается в возможности применения модели для анализа устойчивости социальных групп к паническим состояниям, оценки рисков на массовых мероприятиях и разработки интеллектуальных систем мониторинга коллективного поведения. Перспективы дальнейших исследований связаны с расширением модели с учетом направленных и динамических сетей, а также с ее калибровкой на основе эмпирических данных.

Ключевые слова: паническое состояние, эмоциональное заражение, сетевое моделирование, нелинейная динамика, социальные взаимодействия, численное моделирование

UDC: 004.942

Discrete network dynamic system for modeling the spread of panic in groups of people

S. V. Kalachin^{1,a}, E. S. Kalachina²

¹Penza State Agrarian University,
30 Botanicheskaya st., Penza, 440014, Russia

²Lyceum No. 26,
21 Seradzskaya st., Saransk, 430032, Russia

E-mail: ^a s.v.kalachin@mail.ru

Received 01.03.2026, after completion — 05.04.2026.

Accepted for publication 08.04.2026.

The paper addresses the problem of modeling the formation and propagation of panic states in social groups with relatively stable structures of interpersonal interactions. Panic is interpreted as a nonlinear process of emotional contagion arising from the interaction between individual psychological characteristics and collective effects within a social environment. In contrast to models focused on the spatial dynamics of moving crowds, the proposed approach concentrates on quasi-stationary interaction networks that reflect informational and emotional contacts among individuals.

The developed discrete network dynamical system integrates individual temperament parameters (sanguine, choleric, phlegmatic, melancholic), the structure of social connections, and nonlinear mechanisms of collective behavior. The individual dynamics of panic are described using an S-shaped growth function, which ensures boundedness of the emotional arousal level and captures the stages of its formation and saturation. Social influence is modeled on a graph of interpersonal interactions (an Erdős–Rényi random network) through local contacts between individuals.

Additionally, the model incorporates the effects of collective contagion and avalanche-like amplification driven by the average panic level in the group, as well as a baseline stress factor depending on group size. Numerical simulation is implemented in a discrete iterative form, allowing for the analysis of both individual and group panic trajectories. A quantitative indicator of the panic propagation rate is introduced, defined by the time required for the group to reach a state close to full panic.

A comparative analysis of heterogeneous and homogeneous groups is conducted, demonstrating that group heterogeneity significantly accelerates panic propagation due to inter-temperament interactions: highly excitable individuals act as initiators of emotional contagion, while more stable individuals partially dampen its dynamics. The evaluation of the model quality using the coefficient of determination shows a high degree of consistency within the simulation data.

The practical significance of the work lies in the potential application of the model for analyzing the resilience of social groups to panic states, assessing risks at mass events, and developing intelligent systems for monitoring collective behavior. Future research directions include extending the model to account for directed and dynamic networks, as well as its calibration based on empirical data.

Keywords: panic state, emotional contagion, network modeling, nonlinear dynamics, social interactions, numerical simulation

Citation: Computer Research and Modeling, 2026, vol. 18, no. 2, pp. 483–499 (Russian).

Введение

Проблема панических состояний личности и их распространения в группе людей представляет собой актуальную междисциплинарную область исследований, находящуюся на стыке психологии, социофизики и математического моделирования. Паника рассматривается как сложный нелинейный процесс, возникающий в результате взаимодействия индивидуальных психологических особенностей человека и коллективных эффектов, проявляющихся в социальной среде.

В рамках настоящего исследования под группой людей понимается социальная система с относительно устойчивыми межличностными взаимодействиями, которые могут быть представлены в виде сети контактов. Эти взаимодействия отражают процессы информационного и эмоционального обмена между участниками (наблюдение, подражание, вербальная коммуникация, интерпретация поведения окружающих), а не физические контакты в движущейся толпе. Таким образом, рассматриваемая модель ориентирована на описание динамики паники в условиях квазистационарных или слабо изменяющихся структур взаимодействий, характерных, например, для организованных коллективов, социальных групп, аудиторий или участников массовых мероприятий до начала активного движения.

Следует подчеркнуть, что в данной работе не рассматривается динамика паники в плотных движущихся толпах, например при эвакуации в условиях пожара или аварии, где структура контактов быстро изменяется и определяется пространственным положением людей. Подобные процессы требуют использования пространственно-временных моделей (например, социально-силовых моделей), тогда как в настоящем исследовании акцент сделан на механизмах эмоционального заражения и коллективной динамики в рамках фиксированной или медленно меняющейся сети взаимодействий.

Значительная часть существующих работ в данной области посвящена анализу индивидуальных психологических характеристик человека, прежде всего типа темперамента, а также механизмов формирования, развития и передачи панических состояний среди людей. В клинических и психологических исследованиях показано, что темперамент оказывает значительное влияние на восприимчивость человека к паническим состояниям. Так, в работе [Perna et al., 2012] выявлены устойчивые профили темперамента у пациентов с паническим расстройством, характеризующиеся повышенной эмоциональной возбудимостью, тревожностью и сниженной стрессоустойчивостью. Авторы подчеркивают, что данные особенности имеют как индивидуальный, так и наследственный характер.

Классические представления о темпераменте и его роли в стрессовых и экстремальных ситуациях подробно изложены в работе [Айзенк, 1999], где показано, что врожденные свойства нервной системы наиболее отчетливо проявляются именно в условиях высокой эмоциональной нагрузки. Нейропсихологические механизмы страха и возбуждения, лежащие в основе паники, рассмотрены в работе [Gray, 1987].

В рамках математического моделирования коллективного поведения паника в группе людей часто описывается на макроуровне [Аптуков и др., 2013; Бреер и др., 2016]. В работах [Helbing et al., 2000; Helbing, Johansson, 2010] используются социально-силовые модели, позволяющие описывать движение и взаимодействие людей в условиях паники. В исследованиях [Moussaïd et al., 2011] показано, что эмоциональное заражение и коллективная динамика могут формироваться на основе простых правил локального взаимодействия. Однако большинство подобных моделей либо ориентировано на пространственную динамику движения толпы, либо не учитывает индивидуальные психологические особенности людей, сводя их к усредненным параметрам.

Таким образом, анализ существующих исследований показывает, что, несмотря на значительные достижения в области психологического и математического моделирования панических

состояний, остается недостаточно проработанной задача описания распространения паники в социальных группах с учетом индивидуальных психологических характеристик участников, структуры их межличностных (информационных и эмоциональных) взаимодействий и нелинейных эффектов коллективной динамики. Особенно ограниченным остается число моделей, в которых данные факторы интегрируются в рамках единого сетевого подхода, позволяющего учитывать как локальные взаимодействия между участниками, так и глобальные эффекты эмоционального заражения.

В связи с этим целью настоящего исследования является разработка математической модели, позволяющей описывать нелинейные процессы формирования, усиления и насыщения панических состояний в социальных группах людей, основанной на классической типологии их темпераментов, а также с учетом структуры, плотности и топологии межличностного взаимодействия.

Методы исследования

Как уже было отмечено выше, основной проблемой исследования паники является то, что ее распространение не является линейным процессом. На динамику панических реакций влияют индивидуальные психологические особенности, такие как темперамент, эмоциональная устойчивость и восприимчивость к стрессу. Кроме того, социальная структура группы, то есть наличие контактов между людьми, дружеских связей, степеней близости и центров влияния, также оказывает существенное влияние на скорость и масштаб распространения паники. Важную роль играют коллективные эффекты, когда паника отдельного человека усиливается за счет общего эмоционального состояния группы, а также лавинообразное нарастание паники при высоких уровнях эмоционального возбуждения.

1. Индивидуальная динамика паники

Темперамент — это устойчивая характеристика личности, отражающая ее эмоциональные и поведенческие особенности, такие как возбудимость, устойчивость к стрессу, скорость реакции на внешние стимулы и способность к саморегуляции. В классической психологии выделяют четыре основных типа темперамента: сангвиник, холерик, флегматик и меланхолик, каждый из которых обладает различными психологическими характеристиками, влияющими на динамику паники в составе гетерогенной группы (группы, включающей индивидов с разными типами темперамента).

При моделировании индивидуальной динамики паники каждому человеку i в группе людей присваивается один из этих четырех типов темперамента. Для каждого типа определяются два ключевых параметра, отражающие индивидуальную динамику и социальную восприимчивость: это интенсивность u'_p и скорость u_p циркулярной реакции паники [Калачин, 2021].

Использование безразмерных коэффициентов вместо физических единиц (чел./с и чел./с²) делает численные параметры интерпретируемыми и согласованными с феноменологической природой модели. Поэтому в нашем случае интенсивность циркулярной реакции u'_p представляет собой безразмерный коэффициент, характеризующий внутреннюю скорость нарастания паники у человека при воздействии стрессовой ситуации. Чем выше значение u'_p , тем быстрее человек реагирует на стресс и тем выше вероятность резкого увеличения уровня паники. Например, у холериков, как у людей с высокой эмоциональной возбудимостью, u'_p принимает значение 1,08, отражая их склонность к быстрой эмоциональной реакции. У сангвиников (0,07), флегматиков (0,20) и меланхоликов (0,33) u'_p меньше, что соответствует их более спокойной и уравновешенной реакции на внешние шокирующие стимулы.

Скорость циркулярной реакции u_p — это также безразмерный коэффициент, определяющий силу влияния окружающих человека межличностных взаимодействий (социальных контактов) на

изменение уровня его паники. Высокое значение y_p для холериков и сангвиников (0,12) означает, что они подвержены сильному социальному давлению и быстрее реагируют на эмоциональное состояние соседей. Низкое значение y_p для флегматиков и меланхоликов (0,06) свидетельствует о большей независимости от социального окружения.

Индивидуальная динамика паники моделируется с помощью S-образной функции роста, обеспечивающей постепенное усиление эмоционального возбуждения и ограничение уровня паники физиологически допустимыми значениями:

$$f_{\text{ind}} = y'_p \cdot P_i(t)[1 - P_i(t)], \quad (1)$$

где $P_i(t)$ — уровень паники человека i на шаге времени t .

Использование S-образной функции роста в данном исследовании носит феноменологический характер. В настоящее время отсутствуют прямые экспериментальные данные, однозначно подтверждающие именно такую функциональную форму зависимости уровня паники от времени для отдельного индивида.

Выбор S-образной зависимости обусловлен ее качественными свойствами, хорошо согласующимися с известными психологическими и социофизическими закономерностями формирования и распространения эмоциональных реакций. В частности, она отражает наличие начальной фазы слабого отклика, последующего ускоренного роста эмоционального возбуждения и стадии насыщения, связанной с физиологическими и когнитивными ограничениями человека.

Подобные S-образные зависимости широко используются в моделировании коллективного поведения. Так, в пороговой модели коллективного поведения Марка Грановеттера показано, что индивидуальные реакции на социальное давление могут приводить к нелинейным, каскадным эффектам на уровне группы [Granovetter, 1978]. Аналогично в работах Дирка Хелбинга и соавторов, посвященных моделированию поведения толпы и паники, демонстрируется наличие нелинейных эффектов усиления и насыщения в динамике коллективных реакций [Helbing et al., 2000; Helbing, Johansson, 2010].

S-образная функция роста широко применяется в моделировании процессов эмоционального заражения, распространения поведения и динамики возбуждения в социофизике и математической психологии, что делает ее удобным инструментом для аппроксимации нелинейной индивидуальной динамики паники. В дальнейшем возможна калибровка функции на основе экспериментальных или поведенческих данных.

При низком уровне паники $P_i(t) \approx 0$ значение S-образной функции роста также невелико, что отражает психологический феномен постепенного возникновения эмоционального напряжения у индивида. По мере увеличения уровня паники значение функции растет все быстрее, достигая существенных значений при $P_i(t) \approx 0,5$, после чего темп ее роста замедляется и наступает стадия насыщения. Такая S-образная динамика адекватно описывает сочетание начального медленного реагирования, последующего ускоренного нарастания эмоционального возбуждения и ограничений, связанных с физиологическими и когнитивными возможностями человека.

Форма S-образной функции гарантирует, что рост паники не является линейным и не превышает физически возможные пределы. Этот подход позволяет корректно моделировать постепенное усиление эмоциональной реакции и предотвращает численные нестабильности в моделировании.

Интенсивность циркулярной реакции y'_p масштабирует скорость S-образного роста для каждого человека в соответствии с его темпераментом. Это позволяет моделировать разнообразие реакций внутри группы и учитывать психологические особенности каждого типа темперамента.

Индивидуальная динамика паники формируется как комбинация S-образной нелинейной реакции и индивидуальных параметров темперамента, что позволяет количественно описать,

как различия между людьми влияют на распространение паники в группе. Использование таких параметров обеспечивает возможность проводить численные эксперименты, анализируя, например, как состав группы по темпераментам влияет на скорость достижения полной паники или как отдельные люди с высокой восприимчивостью могут инициировать лавинообразное распространение паники.

2. Социальное влияние

Распространение паники в группе людей определяется не только индивидуальными характеристиками участников, но и структурой их взаимодействий. Для моделирования распространения паники в группе людей будем рассматривать гетерогенную группу с равномерным распределением темпераментов — по 25 % каждого типа. Такое распределение позволяет систематически исследовать влияние различных темпераментов на коллективное поведение, обеспечивая сбалансированное сочетание высоковозбудимых и более устойчивых участников. При этом гетерогенность группы демонстрирует, как межтемпераментное взаимодействие ускоряет или замедляет распространение паники, формируя динамику, отличную от однородных групп.

Для количественного моделирования межличностных контактов используем графовую структуру, где вершины графа представляют людей, а ребра — наличие межличностных связей между ними. В нашем случае для моделирования будем использовать случайный граф Эрдёша–Реньи [Erdős, Rényi, 1959], широко применяемый для моделирования социальных сетей и обозначаемый как $G = (V, E)$, где V — множество узлов, соответствующих людям в группе, а E — множество ребер, отражающих контакты между ними.

Каждый узел $i \in V$ характеризуется степенью соединения k_i , которая определяется суммой весов всех ребер, инцидентных данному узлу:

$$k_i = \sum_{j=1}^N w_{ij},$$

где w_{ij} — вес связи между людьми i и j . Вес w_{ij} отражает силу контакта и может принимать значения от 0 (нет связи) до 1 (сильная связь). Для корректного учета двусторонних взаимодействий матрица смежности $W = [w_{ij}]$ симметризируется:

$$w_{ij} = w_{ji} = \frac{A_{ij} + A_{ji}}{2},$$

где A_{ij} — исходная бинарная матрица смежности, полученная генерацией графа Эрдёша–Реньи. Такая симметризация гарантирует, что влияние i на j равно влиянию j на i , что соответствует физически реалистичной ситуации взаимных взаимодействий между людьми. Следует подчеркнуть, что ребра графа интерпретируются как каналы информационного и эмоционального взаимодействия между людьми, а не как случайные физические контакты. В контексте модели это означает, что влияние распространяется через наблюдение поведения, мимику, жесты, а также вербальные сигналы, что соответствует механизмам эмоционального заражения, описанным в психологии. Такой подход позволяет рассматривать распространение паники как процесс передачи эмоционального состояния в социальной сети, а не как результат случайных кратковременных контактов в движущейся толпе.

Предположение о симметричности матрицы взаимодействий является упрощением реальных социальных процессов. В действительности влияние между людьми, как правило, носит асимметричный характер: отдельные индивиды (например, лидеры мнений, харизматичные личности или участники с высоким социальным статусом) могут оказывать существенно более сильное воздействие на окружающих, чем испытывают в ответ.

Использование симметризованной матрицы в данной работе обусловлено стремлением упростить модель и сосредоточиться на анализе нелинейной динамики паники и роли индивидуальных психологических характеристик в условиях усредненного взаимного взаимодействия. Подобный подход применяется в ряде моделей социофизики и теории коллективного поведения [Бреер и др., 2016], где на первом этапе исследования рассматриваются взаимные (парные) взаимодействия без выделения направленности влияния. При этом следует отметить, что асимметрия влияния в определенной степени косвенно учитывается через индивидуальные параметры модели (интенсивность и скорость циркулярной реакции), которые определяют различную чувствительность и реакцию индивидов на внешние воздействия.

В связи с этим предложенная модель может быть обобщена на случай направленных сетей с неоднородным распределением весов, что позволит учитывать асимметрию влияния и более точно моделировать процессы распространения паники в реальных социальных системах. Симметричная модель рассматривается как базовый случай, относительно которого можно исследовать вклад асимметрии влияния.

Социальное влияние (влияние межличностного взаимодействия) на уровень паники отдельного человека i моделируется как взвешенная сумма различий паники между ним и его соседями:

$$f_{\text{soc}} = \frac{y_P \cdot \sum_{j \in N(i)} [P_j(t) - P_i(t)]}{\sqrt{k_i}}, \quad (2)$$

где $N(i)$ — множество соседей человека i , оказывающих на него межличностное влияние; $P_j(t)$ и $P_i(t)$ — уровни паники соседей j и человека i на шаге времени t ; $\sqrt{k_i}$ — нормализация по числу контактов, предотвращающая чрезмерное увеличение социального влияния для сильно взаимосвязанных людей.

Такой подход отражает психологический феномен социального давления: человек реагирует сильнее, если его соседи более склонны к панике, и слабее, если окружение менее восприимчиво к эмоциональному возбуждению.

Одновременно нормализация через $\sqrt{k_i}$ гарантирует, что увеличение количества соседей не приводит к линейному росту воздействия, а усилие распределяется более реалистично.

Использование случайного графа позволяет исследовать стохастический характер межличностных взаимодействий. В разных симуляциях структура сети будет меняться, что дает возможность оценить вариативность распространения паники в разных группах. Кроме того, такая структура подходит для моделирования массовых событий, где контакты между людьми носят случайный характер, но их количество и плотность зависят от общего числа участников.

Следует отметить, что использование случайного графа Эрдёша–Реньи в данной работе является упрощением реальной структуры социальных взаимодействий. Такие графы характеризуются близким к биномиальному распределением степеней, низкой кластеризацией и отсутствием узлов с существенно повышенной степенью (хабов), что отличает их от реальных социальных сетей. Выбор данной топологии обусловлен стремлением рассмотреть влияние индивидуальных психологических характеристик (темперамента) на динамику распространения паники в условиях структурно однородной сети. Такой подход позволяет минимизировать влияние топологических факторов и выделить вклад индивидуальной и локальной динамики взаимодействий.

Вместе с тем в реальных социальных системах наблюдаются свойства маломировости и масштабной инвариантности, включая высокую кластеризацию и наличие узлов с большим числом связей. В таких сетях отдельные высокосвязанные индивиды могут существенно ускорять распространение паники и усиливать роль индивидуальных характеристик, выступая в качестве катализаторов эмоционального заражения.

В связи с этим предложенная модель может быть обобщена на более реалистичные сетевые структуры, такие как маломировые сети Уотса – Строгатца [Watts, Strogatz, 1998] и безмасштабные сети Барабаши – Альберта [Barabási, Albert, 1999], что позволит учитывать кластеризацию, гетерогенность связей и эффекты хабов. Исследование влияния типа сети на динамику распространения паники представляет собой перспективное направление дальнейших исследований. Использование графа Эрдёша – Реньи позволяет рассматривать полученные результаты как базовый (нулевой) уровень, относительно которого можно оценивать вклад более сложных топологий.

3. Коллективное заражение и лавинообразные эффекты

Помимо индивидуальных особенностей и непосредственного социального влияния со стороны соседей, паника в группе людей распространяется через коллективные механизмы, которые отражают эффекты массовой конформности и лавинообразного усиления эмоциональных реакций. Эти механизмы моделируют наблюдаемый психологический феномен, при котором поведение большинства участников группы оказывает значительное воздействие на эмоциональное состояние каждого человека.

Эффект коллективного заражения описывается членом модели:

$$f_{\text{crowd}} = \beta(N) \cdot \bar{P}(t) \cdot [1 - P_i(t)], \quad (3)$$

где $\bar{P}(t)$ — средний уровень паники в группе, вычисляемый как

$$\bar{P}(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N P_j(t),$$

$\beta(N)$ — коэффициент коллективного заражения, зависящий от размера группы N .

Эффект коллективного заражения отражает влияние массовой конформности, то есть если большинство людей в группе испытывает высокий уровень паники, то и отдельный человек подвержен дополнительному воздействию со стороны общего эмоционального состояния. При этом множитель $[1 - P_i(t)]$ гарантирует, что эффект коллективного заражения уменьшается по мере приближения индивидуального уровня паники к максимуму, предотвращая превышение физиологически возможных пределов эмоциональной реакции.

Коллективное заражение дополнительно усиливается через лавинообразный эффект, который учитывает нелинейное ускорение роста паники при высоком уровне средней паники:

$$f_{\text{cascade}} = 0,12 \cdot [\bar{P}(t)]^2 \cdot [1 - P_i(t)]. \quad (4)$$

Квадрат средней паники $[\bar{P}(t)]^2$ отражает экспоненциальное усиление реакции группы, то есть чем выше средний уровень паники, тем быстрее отдельные люди достигают максимального уровня эмоционального возбуждения. Множитель $[1 - P_i(t)]$ выполняет ту же функцию, что и в коллективном заражении, ограничивая рост паники для человека, уже находящегося в состоянии сильного эмоционального возбуждения. Множитель 0,12 — это эмпирически подобранный коэффициент лавинообразного усиления, обеспечивающий реалистичную скорость перехода системы в состояние высокой коллективной паники без мгновенной потери устойчивости.

Математически лавинообразный эффект можно интерпретировать как вторую степень коллективного воздействия, где небольшие изменения средней паники могут приводить к пропорционально более сильному увеличению паники отдельных людей, особенно на стадиях, когда группа уже испытывает умеренный уровень паники. Этот член модели позволяет воспроизводить наблюдаемые феномены эмоциональных всплесков и резких волн паники на массовых мероприятиях и в кризисных ситуациях.

Суммарное воздействие коллективного заражения и лавинообразного эффекта обеспечивает корректное моделирование массовой динамики паники. Оно объясняет, почему даже люди с низкой индивидуальной восприимчивостью могут быстро войти в состояние паники при высоком уровне возбуждения в группе. Эти компоненты модели также позволяют анализировать чувствительность системы к размеру группы, выявлять критические пороги численности, при которых вероятность лавинообразного распространения паники резко возрастает, и проводить количественные эксперименты по управлению эмоциональным состоянием массовых групп.

Сочетание линейного эффекта коллективного заражения и нелинейного лавинообразного усиления формирует основу для моделирования групповой динамики паники, где индивидуальные реакции интегрируются в сложные паттерны поведения всей группы.

4. Базовый стрессовый фактор

В дополнение к индивидуальной динамике, социальному влиянию и коллективным эффектам в модели распространения паники необходимо учитывать базовый стрессовый фактор, который отражает общий уровень тревожности в группе независимо от конкретных социальных контактов и коллективной конформности. Этот фактор моделирует психологическое давление, возникающее в больших скоплениях людей, даже при отсутствии непосредственных источников паники.

Базовый стрессовый фактор задается простой функцией зависимости от размера группы N :

$$f_{\text{stress}} = 0,01 \cdot \log_{10} N. \quad (5)$$

Поскольку базовый стрессовый фактор f_{stress} увеличивается с размером группы, человек в более многочисленной группе испытывает больший базовый стресс, что согласуется с психологическими исследованиями (в больших скоплениях людей вероятность эмоционального возбуждения выше, даже если внешние стимулы остаются постоянными [Лебон, Тард, 1999; Аткинсон, 2012]).

Для небольших групп ($N < 10$) величина базового стрессового фактора остается низкой ($f_{\text{stress}} \approx 0,01$), что обеспечивает медленное нарастание паники при отсутствии социальных и коллективных воздействий. Множитель 0,01 служит для подбора масштаба и гарантирует, что вклад базового стрессового фактора остается умеренным по сравнению с остальными компонентами модели, такими как социальное влияние или лавинообразный эффект.

5. Уравнение обновления паники

Объединив все рассмотренные ранее компоненты модели (1)–(5), уровень паники человека i на шаге времени $t + 1$ выражается формулой

$$P_i(t+1) = P_i(t) + y'_p \cdot P_i(t)[1 - P_i(t)] + \frac{y_p \cdot \sum_{j \in N(i)} [P_j(t) - P_i(t)]}{\sqrt{k_i}} + \beta(N) \cdot \bar{P}(t) \cdot [1 - P_i(t)] + 0,12 \cdot [\bar{P}(t)]^2 \cdot [1 - P_i(t)] + 0,01 \cdot \log_{10} N, \quad (6)$$

где для всех i выполняется ограничение

$$0 \leq P_i(t+1) \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, N.$$

Уравнение обновления (6) выполняет две ключевые функции. Во-первых, введенное ограничение обеспечивает то, что уровень паники всегда остается в физически и психологически

допустимых пределах эмоционального возбуждения. Во-вторых, каждый компонент модели вносит свой вклад, обеспечивая аддитивное и нелинейное взаимодействие индивидуальных, социальных и коллективных механизмов. При этом нелинейность, присущая членам $y'_p \cdot P_i(t)[1 - P_i(t)]$ и $0,12 \cdot [\bar{P}(t)]^2 \cdot [1 - P_i(t)]$, позволяет моделировать S-образный рост паники и лавинообразные эффекты, характерные для коллективного поведения группы людей.

6. Численное моделирование

На шаге времени $t = 0$ все люди в группе N имеют одинаковый низкий уровень паники:

$$P_i(0) = 0,05 \quad \forall i = 1, \dots, N.$$

Это значение обеспечивает начальную стабилизацию модели (уровень паники не начинается с нуля, что отражает естественный фоновый стресс и психологическую тревожность участников). С такого стартового уровня начинаются численные симуляции динамики распространения паники по сети, позволяя наблюдать постепенное усиление эмоциональной реакции под влиянием всех факторов модели.

В контексте моделирования распространения паники ключевым показателем динамики является скорость ее распространения, которая количественно характеризует быстроту, с которой группа достигает критического состояния массового эмоционального возбуждения. Под полной паникой понимается ситуация, когда каждый человек i в группе N достигает уровня паники, близкого к максимальному:

$$P_i(t) \geq 0,99 \quad \forall i = 1, \dots, N.$$

Пусть t_{full} — шаг времени, на котором выполняется данное условие. Формально это определяется как

$$t_{\text{full}} = \min\{t: P_i(t) \geq 0,99 \forall i\}.$$

Если же за максимальное количество дискретных шагов времени T ни один человек не достигает уровня 0,99, тогда

$$t_{\text{full}} = T.$$

Показатель t_{full} позволяет количественно оценивать скорость распространения паники в группе N и сравнивать разные сценарии. Например, влияние состава группы по темпераментам, плотности социальных контактов и размеров коллектива на темпы нарастания паники можно проанализировать, фиксируя шаг полной паники. Этот показатель также позволяет выявить критические пороги численности и структуры сети, при которых динамика паники резко ускоряется.

Для практической реализации модели используется дискретная итерационная схема, где время разделено на шаги $t = 0, 1, \dots, T - 1$. На каждом шаге вычисляется новый уровень паники каждого человека с использованием итогового уравнения (6).

Перечислим основные этапы численного моделирования.

1. Инициализация. На этапе инициализации производится присвоение каждому человеку темперамента и соответствующих ему параметров y'_p и y_p . Далее производится генерация случайного социального влияния $G = (V, E)$ с вероятностью контакта p_{edge} , а также установка начального уровня паники $P_i(0) = 0,05$ для всех участников.

2. Итерационное обновление. На этапе итерационного обновления на каждом шаге t рассчитываются все члены модели по формулам (1)–(5). Вычисляется новый уровень паники $P_i(t+1)$ с учетом ограничения диапазона $[0, 1]$. Обновленные значения паники сохраняются для последующего анализа в матрице истории паники:

$$\text{panic_history}[t, i] = P_i(t).$$

Матрица `panic_history` размером $T \times N$ позволяет анализировать индивидуальные траектории паники, а также средние значения по группе, что важно для построения графиков динамики паники и оценки влияния коллективных факторов.

3. Дискретизация времени. На этапе дискретизации времени используется фиксированный шаг времени $\Delta t = 1$, что упрощает реализацию модели и ее визуализацию. Дискретная структура также позволяет применять методы анимации и графической визуализации, отображающие эволюцию паники на каждом шаге.

Численное моделирование обеспечивает интеграцию всех компонентов модели. Полученные данные позволяют проводить количественный и визуальный анализ динамики паники.

В рамках настоящего исследования все численные эксперименты, вычисления и визуализации результатов моделирования выполняются с использованием языка программирования *Python*. Выбор данной программной среды обусловлен рядом научных, методологических и практических преимуществ, которые делают ее одной из наиболее эффективных платформ для разработки и реализации математических моделей сложных динамических процессов.

7. Визуализация результатов

Для качественного анализа динамики распространения паники в группе людей используется двухуровневая визуализация, включающая график среднего уровня паники и графическую модель социального взаимодействия между людьми (рис. 1–3). Это позволяет одновременно отслеживать коллективные тренды и локальные изменения на уровне отдельных людей.

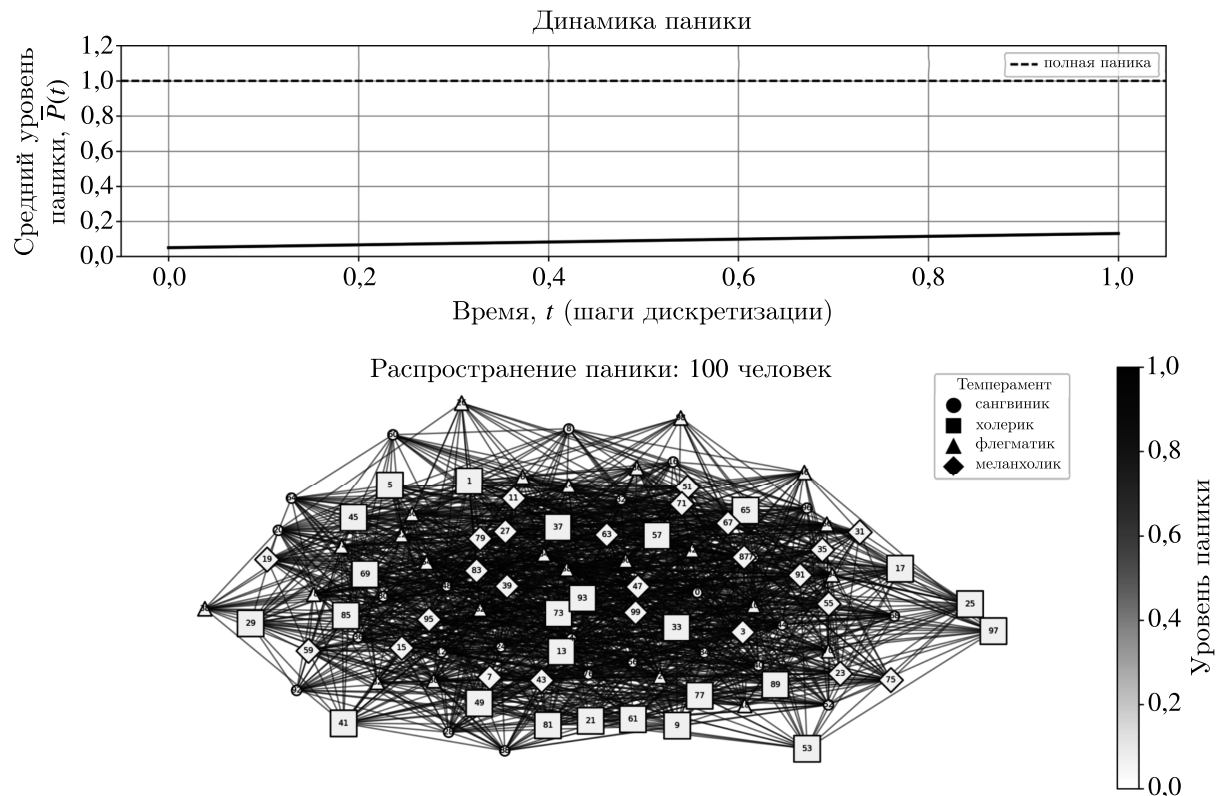


Рис. 1. Динамика распространения паники в гетерогенной группе ($N = 100$ чел.) по шагам дискретизации ($t = 1$)

Кривая среднего уровня паники демонстрирует, как средний уровень эмоционального возбуждения накапливается во времени. На графике отмечается шаг времени t_{full} , когда все люди

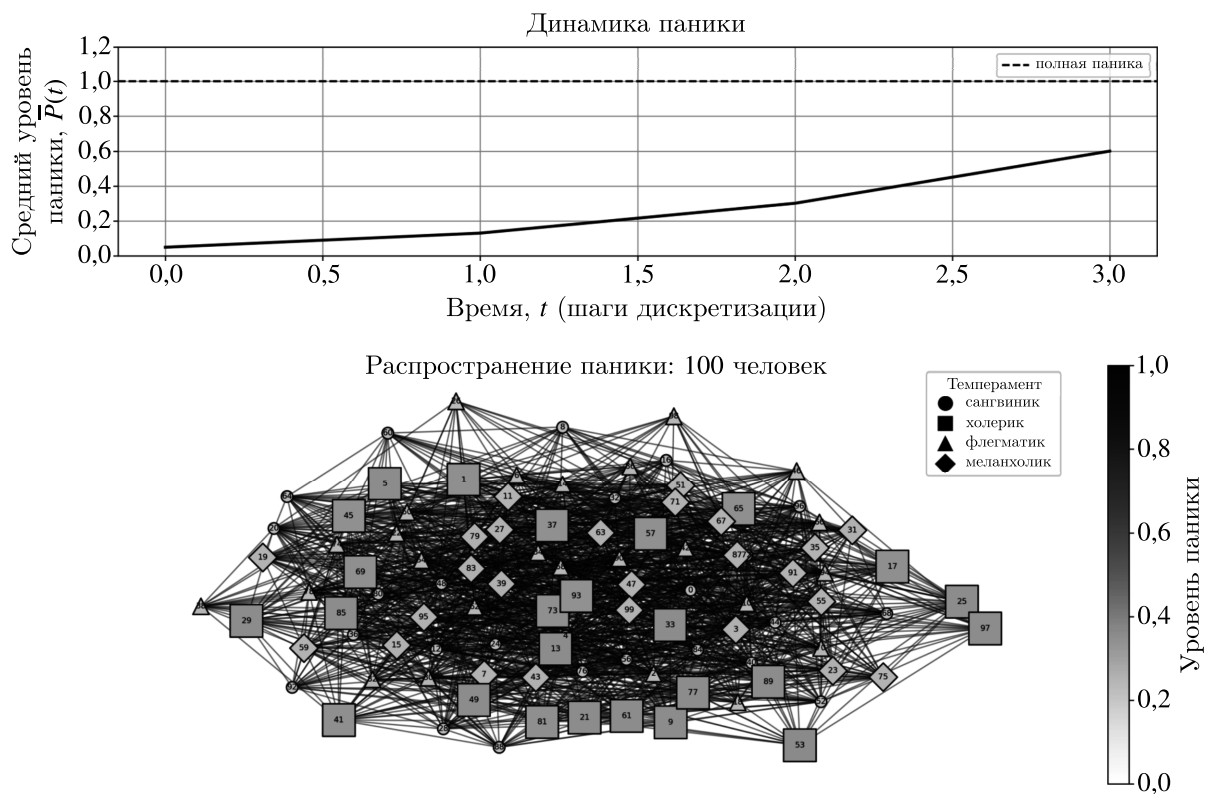


Рис. 2. Динамика распространения паники в гетерогенной группе ($N = 100$ чел.) по шагам дискретизации ($t = 3$)

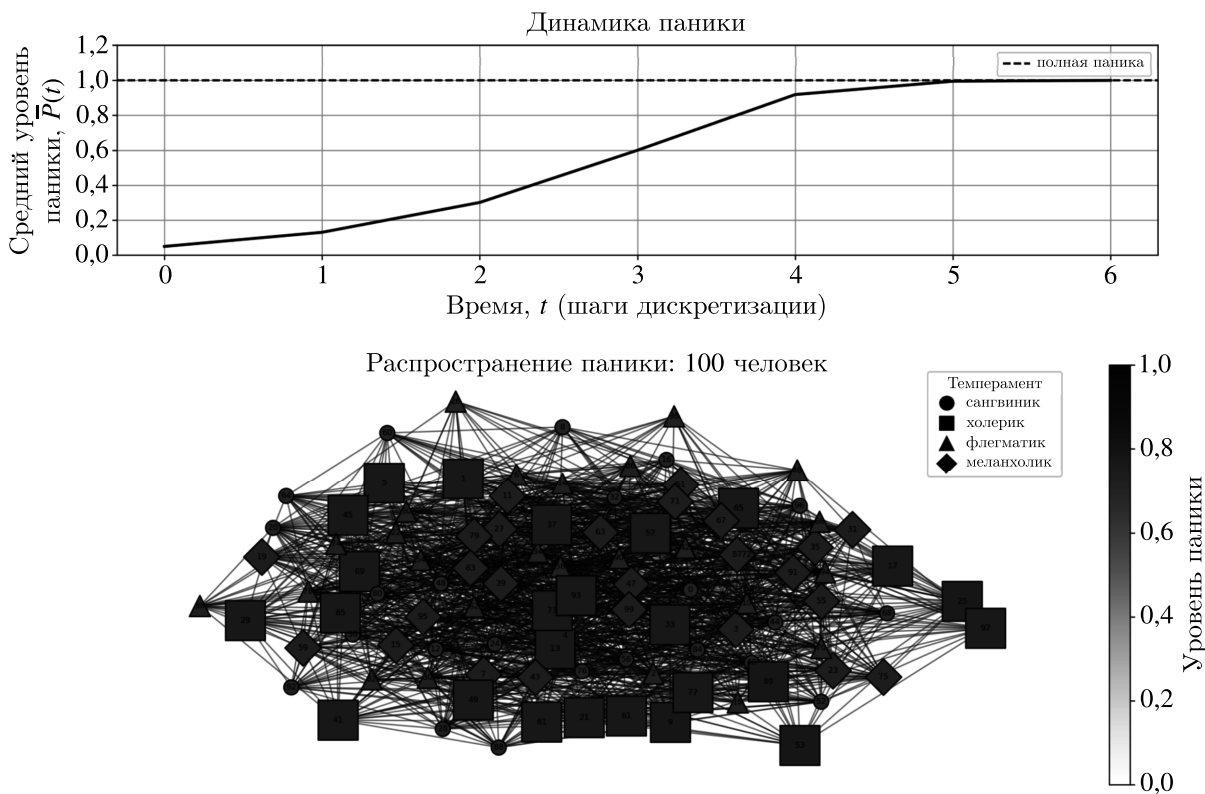


Рис. 3. Динамика распространения паники в гетерогенной группе ($N = 100$ чел.) по шагам дискретизации ($t = 6$)

достигают уровня $P_i(t) \geq 0,99$. Это позволяет оценивать скорость распространения паники и выявлять критические моменты, когда группа полностью вовлечена в эмоциональное возбуждение. Построение кривых для различных параметров сети или состава темпераментов позволяет анализировать чувствительность модели к структурным и психологическим факторам. График среднего уровня паники является удобным инструментом количественного анализа и помогает визуализировать коллективную динамику в компактной форме.

Второй компонент визуализации — это сеть социальных контактов, где каждый узел соответствует человеку, а ребра отражают социальные связи. На этом уровне можно наблюдать локальные паттерны распространения паники. Цвет узлов кодируется в соответствии с уровнем паники, где более темный оттенок обозначает более высокий уровень паники. Это позволяет наблюдать прогрессирующее вовлечение отдельных участников под воздействием социальных и коллективных факторов. Размер узлов также изменяется динамически, чтобы подчеркнуть эмоциональную значимость человека, где базовый размер узла зависит от типа темперамента. Таким образом, по мере увеличения $P_i(t)$ узел становится крупнее, что визуально отражает увеличение эмоционального воздействия человека на группу.

Плавное изменение цвета и размера узлов во времени создает эффект анимации, имитирующий постепенное распространение паники и визуальное ощущение лавинообразного усиления. Такой подход позволяет отслеживать динамику отдельных людей и видеть, какие узлы первоначально инициируют волну паники; выявлять кластеры высокой активности, где паника усиливается быстрее всего, что может соответствовать узким социальным подгруппам или сильным контактам внутри сети; визуально сопоставлять темперамент и реакцию. Легенда сети показывает, как тип темперамента влияет на скорость вовлечения узла в эмоциональное возбуждение: например, холерики быстрее достигают максимальной паники, что видно по более быстрому увеличению размеров и затемнению узлов.

Комбинированная визуализация предоставляет многоуровневый инструмент анализа, позволяющий исследовать динамику на уровне всей группы и отдельных людей, выявлять критические моменты и оценивать влияние структуры сети и психологических факторов на процесс распространения паники. Визуализация является важным элементом как экспериментальной проверки модели, так и обучающих симуляций, демонстрирующих механизмы эмоционального заражения в группах людей.

8. Оценка качества разработанной модели

Создавать в экспериментальных целях, подвергая людей опасности, настоящую ситуацию страха и паники является неэтичным и уголовно наказуемым деянием. Поэтому оценку качества разработанной математической модели проведем посредством вычисления коэффициента детерминации R^2 , характеризующего долю вариации выходного значения, учтенной в разработанной модели и обусловленной влиянием на нее факторов, включенных в модель.

Значение R^2 определяется по известной формуле [Фёрстер, Рёнц, 1983]:

$$R^2 = 1 - \frac{\Delta_{YX}}{\Delta_{XX}},$$

где Δ_{YX} — определитель симметричной квадратной матрицы выборочных парных коэффициентов корреляции $(p + 1)$ -го порядка:

$$YX = \begin{pmatrix} 1 & r_{01} & r_{02} & \cdots & r_{0p} \\ r_{10} & 1 & r_{12} & \cdots & r_{1p} \\ r_{20} & r_{21} & 1 & \cdots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p0} & r_{p1} & r_{p2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

с элементами $(k, l = 1, 2, \dots, p)$; Δ_{XX} — определитель матрицы

$$XX = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \cdots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \cdots & r_{2p} \\ r_{31} & r_{32} & 1 & \cdots & r_{3p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & r_{p3} & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

В таблице 1 представлены исходные данные для вычисления коэффициента детерминации R^2 , рассмотренные на примере распространения паники для гетерогенной группы ($N = 100$ чел.).

Таблица 1. Исходные данные для вычисления коэффициента детерминации R^2

Шаг t	Уровень паники $\bar{P}(t)$	Базовый стрессовый фактор f_{stress}	Лавинообразный эффект f_{cascade}	Коллективное заражение f_{crowd}	Социальное влияние f_{soc}	Индивидуальная динамика паники f_{ind}
0	0,05000	0,02000	0,00028	0,04065	0,00000	0,01567
1	0,12661	0,02000	0,00179	0,09781	0,00112	0,03649
3	0,59854	0,02000	0,00783	0,18492	0,00488	0,06708
6	1,00000	0,02000	0,01866	0,22165	0,00844	0,08094

В зависимости от уровня коэффициента детерминации принято разделять модели на группы:

- модель хорошего качества ($R^2 = 0,8-1,0$);
- модель приемлемого качества ($R^2 = 0,5-0,8$);
- модель плохого качества ($R^2 = 0-0,5$).

Согласно результатам расчета $R^2 = 0,99$, разработанная математическая модель относится к разряду моделей хорошего качества, что подтверждает правомерность принятых допущений при ее разработке.

9. Сравнительный анализ гетерогенной и однородных групп

Для проверки влияния гетерогенности состава группы на динамику распространения паники проведена серия численных экспериментов.

Рассмотрены следующие сценарии.

Однородные группы:

- 1) группа, состоящая только из холериков (100 чел.);
- 2) группа, состоящая только из сангвиников (100 чел.);
- 3) группа, состоящая только из флегматиков (100 чел.);
- 4) группа, состоящая только из меланхоликов (100 чел.);
- 5) гетерогенная группа (100 чел.).

В качестве количественных характеристик анализировались:

- а) шаги дискретизации до достижения полной паники t ;
- б) динамика среднего уровня паники $\bar{P}(t)$;
- в) форма кривой (наличие ускорений и насыщения).

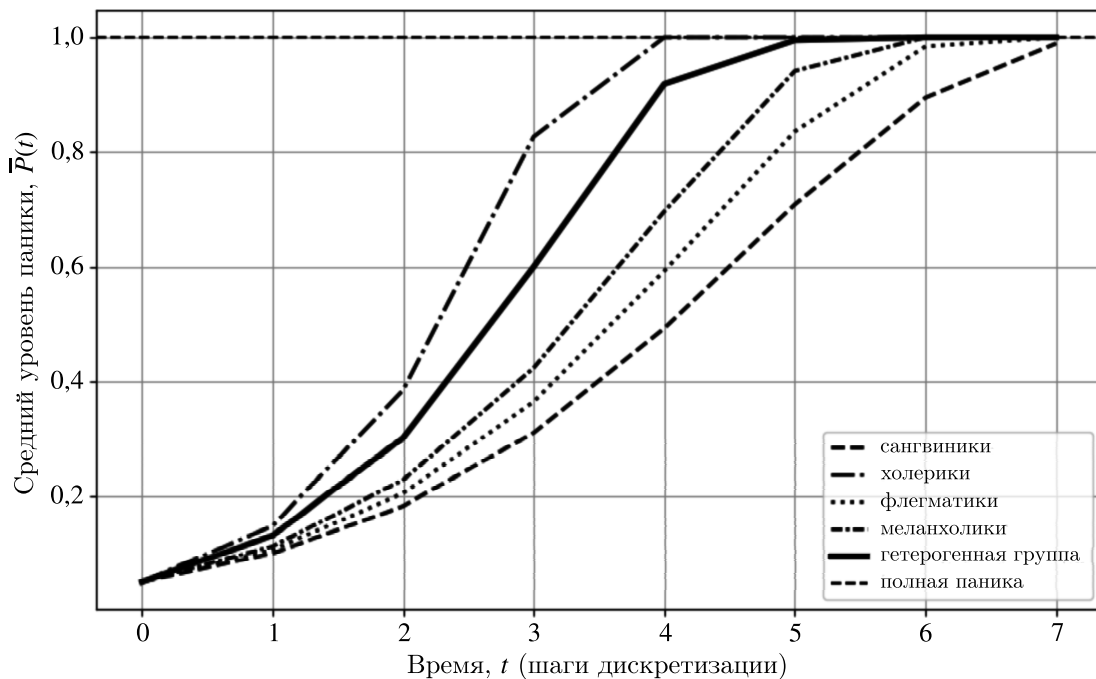


Рис. 4. Динамики распространения паники гетерогенной и однородных групп

Результаты моделирования показали (рис. 4), что однородные группы демонстрируют различающуюся динамику паники. В частности, группа холериков характеризуется наиболее быстрым ростом среднего уровня паники и достигает практически полной паники к шагу 4. Кривая для холериков не идеально линейная, но она ближе всего к линейному росту по сравнению с другими группами, что отражает высокую эмоциональную возбудимость данной группы.

Группа сангвиников демонстрирует наименьшую скорость распространения паники. Прирост паники постепенный, без резких скачков, и остается ниже показателей других групп.

Медленный рост паники для флегматиков подтверждает низкую эмоциональную возбудимость и ограниченную социальную диффузию, а для меланхоликов — умеренную чувствительность группы к коллективному заражению и среднюю скорость эмоционального отклика.

Гетерогенная группа показывает ускоренное развитие паники по сравнению с большинством однородных групп, однако ее динамика не является простой суперпозицией кривых «чистых» темпераментов. Даже небольшая доля высоковозбудимых индивидов (холериков) служит инициатором распространения паники, тогда как более устойчивые участники (флегматики и сангвиники) частично сглаживают лавинообразный рост, что приводит к характерной кривой с быстрым и почти линейным ростом на средних шагах моделирования. Это наглядно демонстрирует эффект социального усиления, то есть взаимодействие различных темпераментов ускоряет общий рост эмоционального заражения.

Таким образом, результаты численного моделирования подтверждают, что гетерогенность состава группы является существенным фактором, влияющим на скорость распространения паники. Наблюдаемая динамика распространения паники показывает, что индивидуальные характеристики темперамента определяют темп и интенсивность эмоционального заражения: холерики способствуют быстрому росту паники, флегматики и сангвиники замедляют ее распространение, а меланхолики занимают промежуточное положение. Гетерогенная группа демонстрирует ускорение распространения паники по сравнению с однородными группами, что объясняется межтемпераментным взаимодействием: высоковозбудимые индивиды служат инициаторами эмоцио-

нальной реакции, тогда как более устойчивые участники частично сглаживают лавинообразный рост.

Заключение

В работе разработана дискретная сетевая динамическая система на графе, предназначенная для моделирования и анализа процессов формирования и распространения панических состояний в социальных группах с относительно устойчивыми межличностными взаимодействиями. В отличие от существующих подходов предложенная модель интегрирует индивидуальные психологические характеристики личности (тип темперамента), структуру межличностных (информационных и эмоциональных) взаимодействий и нелинейные коллективные эффекты эмоционального заражения. Это позволяет более адекватно описывать механизмы возникновения, усиления и насыщения панических состояний на уровне социальной группы.

Проведенная оценка качества модели с использованием коэффициента детерминации показала высокую степень согласованности результатов моделирования ($R^2 = 0,99$), что свидетельствует о корректности выбранных допущений и внутренней согласованности разработанного математического аппарата. При этом следует учитывать, что оценка выполнена в рамках модельных данных, что открывает перспективы дальнейшей эмпирической валидации.

Результаты численного моделирования подтвердили, что гетерогенность состава группы является существенным фактором, влияющим на скорость распространения паники. Динамика эмоционального заражения зависит от индивидуальных характеристик темперамента: холерики способствуют быстрому росту паники, флегматики и сангвиники замедляют ее распространение, а меланхолики занимают промежуточное положение. Смешанная группа демонстрирует ускорение распространения паники по сравнению с однородными группами, что объясняется межтемпераментным взаимодействием: высоковозбудимые индивиды выступают инициаторами панической реакции, тогда как более устойчивые участники частично сглаживают лавинообразный рост.

Предложенная модель ориентирована на описание процессов эмоционального заражения в условиях квазистационарных социальных структур, где взаимодействия между участниками могут быть аппроксимированы фиксированной или медленно изменяющейся сетью контактов. В связи с этим она не предназначена для прямого моделирования динамики паники в плотных движущихся толпах (например, при эвакуации в условиях пожара или аварии), где структура взаимодействий определяется пространственным положением людей и быстро изменяется во времени.

Практическая значимость модели заключается в возможности ее применения для анализа распространения панических состояний на предэвакуационных этапах, оценки эмоциональной устойчивости социальных групп, а также исследования влияния структуры взаимодействий и психологического состава группы на динамику коллективного поведения. Модель может использоваться при разработке интеллектуальных систем мониторинга и прогнозирования поведения людей, в том числе для оценки рисков на массовых мероприятиях, анализа информационных воздействий и изучения устойчивости групп к паническим реакциям.

Перспективы дальнейших исследований связаны с расширением модели в направлении учета временно изменяющихся сетей взаимодействий, введения направленных и неоднородных связей, а также интеграции пространственной динамики движения людей. Дополнительным направлением является калибровка параметров модели на основе эмпирических данных и ее валидация в реальных социальных системах.

Таким образом, предложенный подход формирует основу для дальнейшего развития математических моделей эмоционального заражения, ориентированных на более реалистичное описание коллективного поведения людей с учетом психологических и сетевых факторов.

Список литературы (References)

- Айзенк Г. Ю. Структура личности. — М.: КСП+; СПб.: Ювента, 1999. — 463 с.
Eysenck H. J. Struktura lichnosti [The structure of personality]. — Moscow: KSP+ Publ.; Saint Petersburg: Juventas Publ., 1999. — 463 p. (in Russian).
- Аптуков А. М., Брацун Д. А., Люшин А. В. Моделирование поведения паникующей толпы в многоуровневом разветвленном помещении // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5, № 3. — С. 491–508.
Aptukov A. M., Bratsun D. A., Lyushnin A. V. Modelirovaniye povedeniya panikuyushchey tolpy v mnogourovnevom razvetvlennom pomeshchenii [Modeling of behavior of panicked crowd in multi-floor branched space] // Computer Research and Modeling. — 2013. — Vol. 5, No. 3. — P. 491–508 (in Russian).
- Аткинсон У. Наука самосовершенствования и влияния на других / пер. с англ. — М.: Эксмо, 2012. — 285 с.
Atkinson W. The science of self-improvement and influencing others. — JMW Group, Inc., 2004. — 285 p. (Russ. ed.: *Atkinson W.* Nauka samovershenstvovaniya i vliyaniya na drugikh / translation from English. — Moscow: Eksmo Publ., 2012. — 285 p.)
- Бреер В. В., Новиков Д. А., Рогаткин А. Д. Управление толпой: математические модели порогового коллективного поведения. — М.: URSS, 2016. — 166 с.
Breer V. V., Novikov D. A., Rogatkin A. D. Upravleniye tolпой: matematicheskiye modeli porogovogo kolektivnogo povedeniya [Crowd management: mathematical models of threshold collective behavior]. — Moscow: URSS Publ., 2016. — 166 p. (in Russian).
- Калачин С. В. Нечеткое моделирование механизма передачи панического состояния среди людей с различными видами темперамента // Компьютерные исследования и моделирование. — 2021. — Т. 13, № 5. — С. 1079–1092.
Kalachin S. V. Nechotkoye modelirovaniye mekhanizma peredachi panicheskogo sostoyaniya sredi lyudey s razlichnymi vidami temperamenta [Fuzzy modeling the mechanism of transmitting panic state among people with various temperament species] // Computer Research and Modeling. — 2021. — Vol. 13, No. 5. — P. 1079–1092 (in Russian).
- Лебон Г., Тард Г. Психология толп. — М.: Институт психологии РАН, КСП+, 1999. — 412 с.
Lebon G., Tarde G. Psikhologiya tolп [Psychology of crowds]. — Moscow: Publishing house of Institute of psychology of the Russian Academy of Sciences, KSP+ Publ., 1999. — 412 p. (in Russian).
- Фёрстер Э., Рёнц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа: руководство для экономистов. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 302 с.
Förster E., Rönz B. Methoden der korrelation und regressionsanalyse. — Berlin: Verlag Die Wirtschaft, 1979. — 369 p. (Russ. ed.: *Ferster E., Rents B.* Metody korrelyatsionnogo i regressionnogo analiza: rukovodstvo dlya ekonomistov / translation from German. — Moscow: Finansy i statistika, 1983. — 302 p.)
- Barabási A.-L., Albert R. Emergence of scaling in random networks // Science. — 1999. — Vol. 286. — P. 509–512.
- Erdős P., Rényi A. On random graphs. I // Publicationes Mathematicae Debrecen. — 1959. — Vol. 6. — P. 290–297.
- Granovetter M. Threshold models of collective behavior // American Journal of Sociology. — 1978. — Vol. 83, No. 6. — P. 1420–1443.
- Gray J. A. The psychology of fear and stress. — Cambridge: Cambridge University Press, 1987. — 422 p.
- Helbing D., Farkas I., Vicsek T. Simulating dynamical features of escape panic // Nature. — 2000. — Vol. 407. — P. 487–490.
- Helbing D., Johansson A. Pedestrian, crowd and evacuation dynamics // Encyclopedia of Complexity and Systems Science. — New York: Springer, 2010. — P. 6476–6495.
- Moussaïd M., Helbing D., Theraulaz G. How simple rules determine pedestrian behavior and crowd disasters // PNAS. — 2011. — Vol. 108, No. 17. — P. 6884–6888.
- Perna G., Di Pasquale D., Grassi M., Vanni G., Bellodi L., Caldirola D. Temperament, character, and anxiety sensitivity in panic disorder: a high-risk study // Psychopathology. — 2012. — Vol. 45, No. 5. — P. 300–304.
- Watts D. J., Strogatz S. H. Collective dynamics of “Small-World” networks // Nature. — 1998. — Vol. 393. — P. 440–442.