

УДК: 510.3:519.25:001.83

## Применение индекса дружбы и фильтра диспаритета для анализа библиометрических журнальных сетей

А. А. Печников

Карельский научный центр Российской академии наук,  
Россия, 185910, г. Петрозаводск, ул. Пушкинская, д. 11

E-mail: pechnikov@krc.karelia.ru

*Получено 24.01.2026, после доработки — 07.04.2026.*

*Принято к публикации 10.04.2026.*

Традиционный подход к исследованию коммуникаций между журналами заключается в исследовании журнальных графов цитирования. В работе предложен подход к анализу сети журналов с использованием библиометрического графа нового типа — графа журнальных пересечений, основанного на бинарной операции пересечения множеств, — с применением методов, основанных на индексе дружбы и функции диспаритета. Подход демонстрируется на относительно небольшом примере реальной сети журналов, данные о которых содержатся в информационной системе Общероссийского портала Math-Net.Ru: 63 журнала за 2008–2021 годы, удовлетворяющие определенным требованиям и содержащие почти 69 тысяч статей, принадлежащих 54 тысячам авторов. Математическая модель этой реальной сети представляется графом пересечений с использованием коэффициента Жаккара, обладающим специфическими свойствами: малая размерность, высокая плотность графа, распределение весов ребер не аппроксимируется степенной функцией. К полученным результатам относится сетевая структура связей множества исследуемых журналов, учитывающая степень их взаимодействия, и выявление значимых вершин с использованием индекса дружбы, улавливающее его структурные свойства и имеющее очевидную содержательную интерпретацию, позволяющее ранжировать журналы по данному показателю. Тем самым реализуется инструмент для различения вершин-лидеров по индексу дружбы и «сетевых интеграторов» (closeness/betweenness) и демонстрируется качественное изменение структурных свойств при снижении плотности и сохранении связности графа, достигаемого применением функцией диспаритета. Последовательное применение функции диспаритета при уменьшении порога значимости позволяет выявить ядро графа, содержащее наиболее сильно связанные вершины, что в свою очередь позволяет определить множество вершин (и, соответственно, журналов), одновременно входящих в ядро и имеющих наивысшую значимость по индексу дружбы. Анализ уровней полученного множества журналов в «Белом списке» подтверждает высокий рейтинг этих журналов. Полученные результаты дают более глубокое понимание структуры отношений в сетях научных журналов и определяют новые подходы к их исследованию.

Ключевые слова: сеть научных журналов, библиометрический граф, пересечение множеств, коэффициент Жаккара, индекс дружбы, функция диспаритета

Работа выполнена при финансовой поддержке по проекту FMEN-2024-0005 «Случайные графы, структура и информационный поиск, кооперация и конкуренция в сетях и приложения в сложных системах».

UDC: 510.3:519.25:001.83

## Application of the friendship index and disparity filter for the analysis of bibliometric journal networks

A. A. Pechnikov

Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences,  
11 Pushkinskaya st., Petrozavodsk, Karelia, 185910, Russia

E-mail: pechnikov@krc.karelia.ru

*Received 24.01.2026, after completion — 07.04.2026.*

*Accepted for publication 10.04.2026.*

The traditional approach to studying inter-journal communication involves analyzing journal citation graphs. This paper proposes a method for analyzing journal networks using a new type of bibliometric graph — a journal intersection graph based on the binary operation of set intersection — employing techniques grounded in the friendship index and the disparity function. The approach is demonstrated using a relatively small example of a real journal network, with data sourced from the All-Russian portal Math-Net.Ru information system: 63 journals from 2008–2021 meeting specific criteria, containing almost 69 thousand articles authored by 54 thousand individuals. The mathematical model of this real-world network is represented as an intersection graph using the Jaccard coefficient, which exhibits specific properties: low dimensionality, high graph density, and an edge weight distribution that is not approximated by a power law function. The obtained results include the network structure of connections within the studied set of journals, accounting for their degree of interaction, and the identification of significant vertices using the friendship index. This captures the graph's structural properties, offers an obvious substantive interpretation, and allows for ranking journals by this metric. Thus, the method implements a tool for distinguishing between vertices that are leaders in terms of the friendship index and “network integrators” (based on closeness/betweenness centrality). It also demonstrates a qualitative change in structural properties when reducing graph density while maintaining connectivity, achieved by applying the disparity function. The sequential application of the disparity function while lowering the significance threshold allows for the identification of the graph's core, containing the most strongly connected vertices. This, in turn, enables the determination of a set of vertices (and corresponding journals) that are simultaneously part of the core and have the highest significance according to the friendship index. An analysis of the levels of this resulting journal set within the “Belyi Spisok” (“White List”) shows these journals have a high rating. The findings provide a deeper understanding of the relationship structure within scientific journal networks and define new approaches for their study.

**Keywords:** network of scientific journals, bibliometric graph, intersection of sets, Jaccard coefficient, friendship index, disparity function

**Citation:** *Computer Research and Modeling*, 2026, vol. 18, no. 2, pp. 519–535 (Russian).

The work was financially supported by the FMEN-2024-0005 project “Random graphs, structure and information search, cooperation and competition in networks and applications in complex systems”.

## 1. Введение

В работе [Fortunato et al., 2018] сказано, что «наука может быть описана как сложная, самоорганизующаяся и постоянно развивающаяся многомасштабная сеть». Отсюда следует, что одним из важных направлений наукометрии является изучение научных сетей во всем их многообразии с использованием математических моделей и методов. Библиометрические сети — это классическая и самая распространенная разновидность научных сетей, как правило основанных на данных, хранящихся в электронном представлении в библиографических базах, таких как американская Web of Science, европейская Scopus или российская РИНЦ. Наиболее очевидными моделями библиометрических сетей являются теоретико-графовые структуры, которые в этом случае называются библиометрическими графами.

На практике термины «библиометрическая сеть» и «библиометрический граф» часто используются как синонимы, однако между ними есть смысловое различие. Библиометрическая сеть — это более общее понятие, описывающее сам феномен как взаимосвязи в научной среде, когда акцент делается на содержании, а библиометрический граф — это формальная модель этой сети, ее абстрактное представление с акцентом на методах анализа.

Библиометрические сети как явление обладают чертами сложных сетей (гетерогенность, кластеризация) [Newman, 2003], хотя при этом не обязательно имеют большую размерность. Прямых исследований, формально устанавливающих «практические ориентиры размерности» для сетей научного сотрудничества, не существует, эти ориентиры во многом определяются целями конкретных исследований.

Например, в работе [Знаменская и др., 2026] исследование научных коммуникаций проводится по данным Math-Net.Ru для 63 журналов за период с 2008 по 2021 год, в которых фиксируется 68 906 статей, принадлежащих 54 530 авторам. В плане размерности это не идет ни в какое сравнение с исследованием [Williams, Chen, 2025], где рассматривается 272 миллиона узлов в графе Microsoft Academic Graph с 1800 по 2020 год. Очевидно, сеть из 63 журналов можно назвать малой, сеть Microsoft Academic Graph — большой (крупной), а сети статей и авторов с десятками тысяч участников — по-видимому, сетями среднего масштаба. В зависимости от размерности сетей формулируются различные цели исследования (от полного описания конкретной коммуникационной структуры до обнаружения универсальных законов) и разные методы и подходы (от вычисления метрик каждого участника до асимптотического анализа и вероятностных моделей).

Одним из подходов к исследованию, применимость которого показана для сетей различной размерности, является подход, основанный на так называемом парадоксе дружбы. Парадокс дружбы (англ. friendship paradox) — это явление, которое в 1991 году обнаружил социолог Scott L. Feld, изучая социальные сети, и которое состоит в том, что, как правило, у большинства людей друзей меньше, чем в среднем у их друзей [Feld, 1991]. Заметим, что это было еще до появления Facebook, «ВКонтакте» и им подобных, и поэтому термин «социальные сети» имел точное социологическое определение как устойчивая структура социальных отношений между отдельными индивидами или группами [Сушко, 2017].

В качестве примеров исследования сетей научного сотрудничества с использованием парадокса дружбы можно привести работы [Eom, Jo, 2014] (используются данные о профилях почти 30 тысяч ученых Google Scholar, что можно отнести к среднему масштабу сети) и [Kong et al., 2019] (по данным библиографической базы Digital Bibliography & Library Project о 1,75 млн. ученых, что является крупномасштабной сетью).

Еще один подход, применимый к сетям различной размерности, основан на фильтре диспаритета (disparity filter) [Serrano et al., 2009]. Фильтр диспаритета представляет собой процедуру для извлечения значимого связующего каркаса в сложных сетях, сохраняя статистически значимые ребра. Фактически фильтр отсеивает множество слабых, возможно, случайных связей

и выделяет устойчивое ядро значимых взаимодействий между участниками. Этот подход применяется в [Neal, 2014] для решения задачи корректного выделения значимых связей соавторства в двудольном графе «авторы – журналы». При этом предполагается, что ученый, написавший много статей, с большой вероятностью будет иметь множество слабых связей с другими авторами по совместным статьям, имеющими мало публикаций.

С высокой долей уверенности можно сказать, что библиометрические сети, построенные на отношениях цитирования и соавторства, являются наиболее исследованными [Ding, 2011; Segura-Robles et al., 2020; Бредихин и др., 2021]. Верно и то, что исследования библиометрических сетей ученых проводились в большем объеме, чем исследования на уровне журналов [Бредихин и др., 2017; Vaccini et al., 2020].

Отношения между журналами многогранны и имеют разную природу, в совокупности формируя связи в сложной сети журнальной коммуникации. С позиций системного анализа [Новиков, Новиков, 2007] на первом этапе требуется декомпозиция системы: считая фиксированным множество ее элементов, рассматриваются различные слои, соответствующие конкретным отношениям, таким как цитирование, общие авторы, общие члены редколлегий, общие учредители и/или издатели. Малая размерность графов позволяет решать такие задачи, как полное описание конкретных структур, точный сетевой анализ с вычислением метрик каждого узла, проверка гипотез о конкретных связях и содержательная интерпретация полученных результатов.

Характерным является исследование [Vaccini et al., 2020], где проведен сравнительный анализ графов социцитирования, общих авторов и общих членов редколлегий в трех научных областях (статистика, 79 журналов; экономика, 169 журналов; библиотековедение и наука об информации, 59 журналов) статистическими методами на основе как соответствующих матриц, так и построенных сообществ графов.

Заметим, что в российском сегменте исследований библиометрических графов журналов основное внимание уделяется отношениям на основе цитирования. В отличие от этого уже упомянутая работа [Знаменская и др., 2026] посвящена исследованию графа журналов, построенного на основе общих авторов. К полученным результатам относится сетевая структура связей множества исследуемых журналов, учитывающая степень их взаимодействия, с возможностями выявления компонент связности и сообществ, интерпретируемых содержательно. Для нахождения сообществ использовался популярный эвристический алгоритм, предложенный в работе [Blondel et al., 2008] и использующий модулярность Ньюмана – Гирван [Newman, Girvan, 2004].

Целью исследования, результаты которого изложены в этой статье, является в некотором смысле продолжение исследований, изложенных в работе [Знаменская и др., 2026]. В качестве исходных данных используются те же данные, однако здесь применяются не только традиционные подходы (типа вычисления центральностей), но и описанные выше парадокс дружбы и фильтр диспаритета. Это позволяет сравнить результаты, полученные традиционными методами, с результатами, полученными с использованием методов, нечасто применяемых для исследования научного сотрудничества в российских журналах. Полученные результаты предлагают простой ключ к пониманию взаимосвязей в сетях журналов, что позволяет глубже изучить их сложную структуру, скрытую за малой размерностью таких сетей.

## 2. Графы пересечений как модели журнальных сетей

Дадим краткие описания используемых далее теоретико-графовых моделей, в основном следуя работе [Печников, 2025]. Заметим, что в русскоязычной литературе нами был введен термин «граф пересечений» в смысле математического англоязычного аналога *intersection graph*. В зарубежной литературе используется термин *interlocking authorship network*, то есть «переплетенная сеть соавторства», который, по-видимому, пришел из социологии (см., например, [Vaccini et al., 2020]).

Пусть имеется множество журналов  $J = \{1, \dots, n\}$ , где каждый журнал идентифицируется его номером  $j \in J$ . Обозначим через  $A(j)$  множество авторов, имеющих публикации в журнале  $j$ . Считаем, что  $A(j)$  является множеством без повторяющихся элементов, то есть каждый автор учитывается один раз независимо от количества его статей в этом журнале. Пересечение  $A(i) \cap A(j)$  содержательно задает подмножество авторов, имеющих публикации как в журнале  $i$ , так и в  $j$ .

Определим взвешенный граф журнальных пересечений:

$$G_W = G(J, E, W), \quad W = \{\{w_{ij}\} \mid w_{ij} = \text{card}(A(i) \cap A(j)), i, j = \overline{1, n}\},$$

где  $\text{card}(M)$  — мощность некоторого множества  $M$ , а значит,  $w_{ij}$  — вес ребра  $(i, j)$ , равный количеству авторов, имеющих публикации в обоих журналах-вершинах  $i$  и  $j$ . Понятно, что для каждой петли  $(i, i)$  вес  $w_{ij}$  — это мощность множества авторов  $A(i)$ .

Следующая модификация графа журнальных пересечений выполняется с учетом того, что мощности множеств авторов журналов могут значительно отличаться между собой. Для этого будем использовать такую меру близости множеств, как коэффициент сходства Жаккара, введенный еще в начале прошлого века. В современной записи (например, как в [Segura-Robles et al., 2020]) коэффициент сходства для журналов  $i$  и  $j$  можно записать так:

$$k_{ij} = \frac{\text{card}(A(i) \cap A(j))}{\text{card}(A(i) \cup A(j))}. \quad (1)$$

При этом  $0 \leq k_{ij} \leq 1$  и  $k_{ij} = 0$  при  $A(i) \cap A(j) = \emptyset$ ,  $k_{ij} = 1$  при  $A(i) = A(j)$ .

Тогда граф пересечений, построенный с использованием коэффициента Жаккара, можно определить как

$$G_K = G(J, E, K),$$

где  $K = \{\{k_{ij}\}, i, j = \overline{1, n}\}$ ,  $k_{ij}$  — вес ребра  $(i, j)$ .

Назовем граф  $G_K$  графом близости журналов по коэффициенту сходства Жаккара.

Обратим внимание на то, что при построении графов журнальных пересечений существенным фактором является временной отрезок, на котором формируются соответствующие множества авторов журналов: вряд ли имеет смысл построение графовых конструкций на множествах авторов, относящихся к различным отрезкам времени.

### 3. Об индексе дружбы и фильтре диспаритета

Подход, основанный на использовании индекса дружбы и фильтра диспаритета применительно к описанным выше графам пересечений, в кратком виде можно описать так. Индекс дружбы в данном случае рассматривается как показатель значимости вершин графа, дополняющий классические показатели (показатели центральности, Page Rank) и добавляющий к анализу структуры анализ качества связей. Фильтр диспаритета для графов, как уже было сказано, — это статистический метод для выделения значимого каркаса графа за счет отбрасывания несущественных связей (ребер). Совместное применение индекса дружбы и фильтра диспаритета позволяет находить наиболее значимые вершины не только в исходном графе, но и на его каркасе, выявляя, таким образом, устойчивое ядро, не зависящее от слабых связей.

В терминологии теории графов парадокс дружбы утверждает, что в простом связном неориентированном конечном графе средняя степень вершин, смежных с данной, не меньше, чем степень самой вершины. Равенство достигается только в случае, если в графе степени всех вершин равны [Evtushenko, Kleinberg, 2024]. Количественным показателем для измерения парадокса дружбы является индекс дружбы (Friendship Index,  $FI$ ).

За 34 года после опубликования статьи [Feld, 1991] исследованиям парадокса дружбы уделялось большое внимание. Процесс развития исследований парадокса дружбы описан в работе [Evtushenko, Kleinberg, 2024], где рассматриваются восемь версий парадокса дружбы и два его направления на уровне единичного узла и на уровне сети в целом. На уровне единичного узла это индивидуальная оценка каждого узла и сравнение его со смежными узлами, а на уровне сети это оценка, характерен ли парадокс для всей сети в целом. Основные версии модификации базовой модели заключаются в учете как весов ребер, так и произвольных атрибутов узлов, что приближает модели к реальным сетям.

Для целей нашего исследования нам достаточно версии модели на уровне единичного узла, которая в англоязычной литературе называется SWFP (Singular Weighted Friendship Paradox), рассматриваемой на графе с взвешенными ребрами. И в том и в другом случае основным понятием является так называемый индекс дружбы, используемый для количественного измерения парадокса дружбы.

Приведем формальное определение индекса дружбы для SWFP. Пусть дан взвешенный граф  $G = (V, E, W)$ , где  $V$  и  $E \subseteq V \times V$  — множества вершин и ребер соответственно,  $|V| = n$ , а  $W$  — множество весов ребер,  $w_{ij}$  — вес ребра  $(i, j) \in E$ . По определению,  $w_{ij} \geq 0$  (содержательно это значит, что чем больше  $w_{ij}$ , тем сильнее связь между вершинами, а  $w_{ij} = 0$  означает отсутствие ребра).

Обозначим через  $N(i)$  множество вершин, смежных с вершиной  $i$ . Сила вершины  $i$  (ее взвешенная степень) — это  $s_i = \sum_{j=1}^n w_{ij}$ , считается, что  $s_i > 0$  для любых  $i$ , поскольку любая вершина инцидентна хотя бы одному ребру.

Средневзвешенная сила соседей вершины  $i$  определяется как

$$f_i = \frac{1}{s_i} \sum_{j \in N(i)} w_{ij} s_j.$$

Тогда взвешенный индекс дружбы равен

$$WFI_i = \frac{f_i}{s_i} - 1.$$

Ключевая интерпретация парадокса дружбы такова: если  $WFI_i > 0$ , то для вершины  $i$  выполняется парадокс — ее соседи в среднем «популярнее», чем она сама.

Опишем работу фильтра диспаратета в виде алгоритма в соответствии с методом, изложенным в [Serrano et al., 2009] и считающимся каноническим.

Пусть неориентированный взвешенный граф с  $n$  узлами задан симметричной матрицей смежности  $W$  размерностью  $n \times n$ , где  $w_{ij} \geq 0$  — это вес ребра между вершинами  $i$  и  $j$ . Если ребра нет, то  $w_{ij} = 0$ ; петли обычно не рассматриваются, поэтому  $w_{ii} = 0$ .

### Шаг 1: вычисление силы вершин графа

Для каждой вершины  $i$  вычисляем ее силу  $s_i$  — сумму весов всех инцидентных ей ребер:

$$s_i = \sum_{j=1}^n w_{ij}.$$

**Шаг 2: локальная нормализация весов**

Для каждого ненулевого веса  $w_{ij}$  ( $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$ ) вычисляем его нормированную значимость относительно силы вершины:

$$p_{ij} = \frac{w_{ij}}{s_i}.$$

**Шаг 3: формулировка нулевой гипотезы**

Для каждой вершины  $i$  со степенью  $k_i$  (количеством смежных вершин) сформулируем нулевую гипотезу: ее сила  $s_i$  распределена между  $k_i$  соседями абсолютно случайно.

Для этого представим, что единичный ресурс (отрезок  $[0, 1]$ ) разбивается на  $k_i$  случайных частей. Это моделируется расстановкой  $k_i - 1$  независимых случайных точек, равномерно распределенных на  $[0, 1]$ . Длины получившихся  $k_i$  отрезков  $\{x_1, \dots, x_{k_i}\}$  примем как возможные значения (реализации) нормированных весов  $q_{ij}$  для случайного распределения ресурса  $s_i$ .

**Шаг 4: вычисление значимости связи**

Для каждой пары  $(i, j)$  и  $p_{ij}$ , вычисленных на шаге 2, оценивается, насколько это значение маловероятно (аномально велико) в рамках нулевой модели.

Статистическая значимость  $\alpha_{ij}$  — это вероятность того, что в нулевой модели  $q_{ij}$  будет не меньше, чем  $p_{ij}$ , то есть

$$\alpha_{ij} = P(q_{ij} \geq p_{ij} | k_i) = (1 - p_{ij})^{(k_i-1)}.$$

**Шаг 5: двусторонняя проверка и назначение весовой метки**

Поскольку сеть неориентированная, каждое ребро  $(i, j)$  получает две оценки значимости:  $\alpha_{ij}$  (со стороны  $i$ ) и  $\alpha_{ji}$  (со стороны  $j$ ). По консервативной стратегии объединения ему присваивается большее значение, т. е.  $\alpha_{ij} = \max(\alpha_{ij}, \alpha_{ji})$ .

**Шаг 6: фильтрация по уровню значимости**

По заданному пользователем порогу значимости  $\alpha_c$  в финальный каркас включаются только те ребра, для которых  $\alpha_{ij} \leq \alpha_c$ , с сохранением их весов. Результат формируется в виде матрицы смежности  $W^*$ , имеющей ту же размерность  $n \times n$ , что и исходная матрица  $W$ .

Выбор порога значимости  $\alpha_c$  зависит от постановки задачи. Очевидно, что чем меньше  $\alpha_c$ , тем строже фильтр и тем меньше ребер сохранится в каркасе. Для выбора требуемого значения  $\alpha_c$  обычно строится семейство каркасов для задаваемого диапазона (например, от 0,01 до 0,3 с шагом 0,01) и отслеживается изменение ключевых свойств графа (например, количество компонент связности).

Реализация алгоритмов вычисления индекса дружбы, фильтра диспаритета и вычисления некоторых использующихся далее классических мер центральности выполнена на языке Python.

**4. Исходные данные**

Данный раздел с некоторыми сокращениями и изменениями повторяет такой же раздел из [Знаменская и др., 2026], поскольку базируется на тех же исходных данных.

Источником данных является информационная система известного Общероссийского портала Math-Net.Ru, содержащая на декабрь 2025 года 384 328 научных статей из 158 журналов. В Math-Net.Ru данные накапливаются с 2006 года, и наполнение системы по годам по различным причинам было неоднородным. Поэтому формирование исходного множества журналов следовало двум противоречащим установкам: хотелось получить как можно больше журналов для исследования за максимально длительный временной отрезок.

Поскольку «наукометрические данные должны содержать корректные и полные сведения об описываемом объекте» [Гуськов, Шрайберг, 2023], требовалось выполнение двух условий для журналов, которые войдут в исходное множество: журналы должны иметь полнотекстовые архивы в базе данных Math-Net.Ru, а число неидентифицированных авторов в этих журналах должно быть минимально (допустимое значение не более 1 %). В результате было сформировано исходное множество, содержащее 63 журнала за период с 2008 по 2021 год. За этот период в журналах исходного множества фиксируется 68 906 статей, принадлежащих 54 530 авторам.

Основные характеристики журналов за этот период указаны табл. 1.

Таблица 1. Исходное множество журналов

| id    | Название  | Статей | Авт. | Смеж. | <i>FI</i>    |
|-------|---|--------|------|-------|--------------|
| rm    | «Успехи математических наук»  | 799    | 1185 | 60    | <b>0,572</b> |
| mzm   | «Математические заметки»  | 2800   | 2399 | 58    | <b>0,622</b> |
| smj   | «Сибирский математический журнал»   | 1535   | 1166 | 56    | <b>0,678</b> |
| sm    | «Математический сборник»  | 1070   | 947  | 54    | <b>0,679</b> |
| tm    | «Труды Математического института имени В. А. Стеклова»  | 1177   | 1143 | 59    | <b>0,686</b> |
| semr  | «Сибирские электронные математические известия»   | 1341   | 1165 | 59    | <b>0,714</b> |
| zvmmf | «Журнал вычислительной математики и математической физики»                                    | 2468   | 2240 | 61    | <b>0,716</b> |
| im    | «Известия Российской академии наук». Серия математическая                                     | 701    | 623  | 57    | <b>0,762</b> |
| timm  | «Труды Института математики и механики УрО РАН»   | 1505   | 902  | 60    | <b>0,820</b> |
| ivm   | «Известия высших учебных заведений. Математика»   | 1596   | 1362 | 57    | <b>0,825</b> |
| at    | «Автоматика и телемеханика»   | 1974   | 1798 | 57    | <b>0,879</b> |
| mm    | «Математическое моделирование»  | 1677   | 2190 | 57    | <b>0,911</b> |
| sjim  | «Сибирский журнал индустриальной математики»  | 674    | 688  | 55    | <b>0,985</b> |
| aa    | «Алгебра и анализ»  | 720    | 725  | 54    | 1,044        |
| ia    | «Информатика и ее применения»   | 752    | 602  | 46    | 1,066        |
| cheb  | «Чебышевский сборник»   | 1080   | 944  | 61    | 1,097        |
| faa   | «Функциональный анализ и его приложения»  | 557    | 537  | 47    | 1,186        |
| ssi   | «Системы и средства информатики»  | 714    | 561  | 43    | 1,266        |
| nd    | Russian Journal of Nonlinear Dynamics   | 685    | 639  | 52    | 1,294        |
| pu    | «Проблемы управления»   | 878    | 894  | 51    | 1,296        |
| vuu   | «Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки»                  | 738    | 650  | 55    | 1,333        |
| ufn   | «Успехи физических наук»  | 1748   | 2323 | 52    | 1,353        |
| jetpl | «Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики»                                    | 4117   | 7280 | 58    | 1,359        |
| ubs   | «Управление большими системами»   | 1193   | 855  | 53    | 1,383        |
| dm    | «Дискретная математика»   | 620    | 411  | 53    | 1,386        |
| rcr   | «Успехи химии»  | 723    | 1696 | 24    | 1,386        |
| vmumm | «Вестник Московского университета». Серия 1: «Математика. Механика»                           | 1188   | 1003 | 59    | 1,398        |
| vmj   | «Владикавказский математический журнал»   | 532    | 496  | 52    | 1,414        |
| itvs  | «Информационные технологии и вычислительные системы»  | 560    | 868  | 47    | 1,416        |
| vmr   | «Вычислительные методы и программирование»  | 755    | 954  | 51    | 1,442        |
| znsi  | «Записки научных семинаров ПОМИ»  | 1972   | 1088 | 56    | 1,445        |
| mt    | «Математические труды»  | 242    | 201  | 49    | 1,448        |
| tmf   | «Теоретическая и математическая физика»   | 1899   | 1814 | 58    | 1,456        |
| isu   | «Известия Саратовского университета». Новая серия. Серия: «Математика. Механика. Информатика» | 851    | 833  | 58    | 1,456        |

Таблица 1 (окончание)

| id    | Название  | Статей | Авт. | Смеж. | <i>FI</i> |
|-------|---|--------|------|-------|-----------|
| cmfd  | «Современная математика. Фундаментальные направления»   | 331    | 401  | 54    | 1,473     |
| mendc | Mendeleev Communications  | 2468   | 5701 | 26    | 1,595     |
| da    | «Дискретный анализ и исследование операций»   | 467    | 322  | 46    | 1,603     |
| sjvm  | «Сибирский журнал вычислительной математики»  | 476    | 559  | 49    | 1,620     |
| al    | «Алгебра и логика»  | 684    | 360  | 40    | 1,628     |
| pmtf  | «Прикладная механика и техническая физика»  | 1761   | 2610 | 50    | 1,660     |
| mmj   | Moscow Mathematical Journal   | 483    | 683  | 41    | 1,729     |
| vsgtu | «Вестник Самарского государственного технического университета». Серия «Физико-математические науки»  | 966    | 917  | 56    | 1,739     |
| qe    | «Квантовая электроника»   | 2976   | 5379 | 50    | 1,753     |
| mp    | «Математическое просвещение»  | 348    | 222  | 45    | 1,791     |
| rcd   | Regular and Chaotic Dynamics  | 711    | 725  | 46    | 1,807     |
| ipmp  | Препринты Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН                                       | 1712   | 1117 | 49    | 1,819     |
| uzku  | «Ученые записки Казанского университета». Серия «Физико-математические науки»                         | 857    | 1190 | 60    | 1,897     |
| dvmg  | «Дальневосточный математический журнал»   | 317    | 248  | 53    | 1,979     |
| timb  | «Труды Института математики НАН Беларуси»   | 286    | 264  | 40    | 1,987     |
| mais  | «Моделирование и анализ информационных систем»  | 718    | 615  | 55    | 2,056     |
| kvant | «Квант»   | 2923   | 585  | 50    | 2,218     |
| ppi   | «Проблемы передачи информации»  | 424    | 372  | 49    | 2,241     |
| tvp   | «Теория вероятностей и ее применения»   | 770    | 669  | 49    | 2,282     |
| vtgu  | «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика»                               | 881    | 954  | 51    | 2,444     |
| mbb   | «Математическая биология и биоинформатика»  | 445    | 768  | 48    | 3,111     |
| mo    | «Математическое образование»  | 450    | 267  | 49    | 3,183     |
| sigma | Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications  | 1542   | 2117 | 47    | 3,296     |
| fgv   | «Физика горения и взрыва»   | 1295   | 2074 | 31    | 3,472     |
| trspy | «Информатика и автоматизация»   | 904    | 1202 | 47    | 3,539     |
| basn  | Buletinul Academiei de științe a Republicii Moldova. Matematica                                       | 393    | 400  | 40    | 3,676     |
| adm   | Algebra and Discrete Mathematics  | 609    | 780  | 33    | 3,751     |
| isuph | «Известия Саратовского университета». Новая серия. Серия: «Физика»                                    | 407    | 660  | 26    | 3,850     |
| uzeru | «Ученые записки Ереванского государственного университета». Серия «Физические и математические науки» | 461    | 467  | 41    | 7,705     |

Поясним обозначения колонок:

- id — идентификатор журнала, используемый в Math-Net.Ru;
- название — название журнала;
- статей — количество статей в журнале;
- авт. — количество авторов в журнале, каждый автор считается один раз;
- смеж. — количество журналов, имеющих общих авторов с данным журналом;

содержание колонки *FI* будет пояснено позже.

## 5. Исследование графов пересечений, построенных по данным Math-Net.Ru

На начальном этапе исследования на основе данных Math-Net.Ru были построены матрицы смежности графов журнальных пересечений:  $G_W$  (взвешенный граф, матрица  $W$ ) и  $G_K$  (граф близости по коэффициенту сходства Жаккара, матрица  $K$ ) для исходного множества журналов, указанных в таблице 1, за период с 2008 по 2021 год.

Фрагмент матрицы  $W$  приводится ниже:

$$W = \begin{matrix} & \text{cheb} & \text{da} & \text{dm} & \text{mzm} & \text{ppi} & \text{tvp} & \text{vmumm} \\ \text{cheb} & [944] & 3 & 34 & 163 & 8 & 10 & 94 \\ \text{da} & 3 & [322] & 48 & 24 & 20 & 0 & 13 \\ \text{dm} & 34 & 48 & [411] & 65 & 21 & 31 & 44 \\ \text{mzm} & 163 & 24 & 65 & [2399] & 36 & 56 & 171 \\ \text{ppi} & 8 & 20 & 21 & 36 & [372] & 22 & 9 \\ \text{tvp} & 10 & 0 & 31 & 56 & 22 & [669] & 34 \\ \text{vmumm} & 94 & 13 & 44 & 171 & 9 & 34 & [1003] \end{matrix}.$$

К примеру, в матрице  $W$  элемент  $W(\text{da}, \text{da}) = 322$  — это количество авторов в журнале «Дискретный анализ и исследование операций», а  $W(\text{tvp}, \text{dm}) = 31$  — количество общих авторов в журналах «Теория вероятностей и ее применения» и «Дискретная математика». Поскольку в алгоритмах, реализующих методы, основанные на индексе дружбы и фильтре диспаратета, петли в графах не рассматриваются, соответствующие элементы главной диагонали заключены в квадратные скобки, что означает их обнуление при дальнейшей обработке.

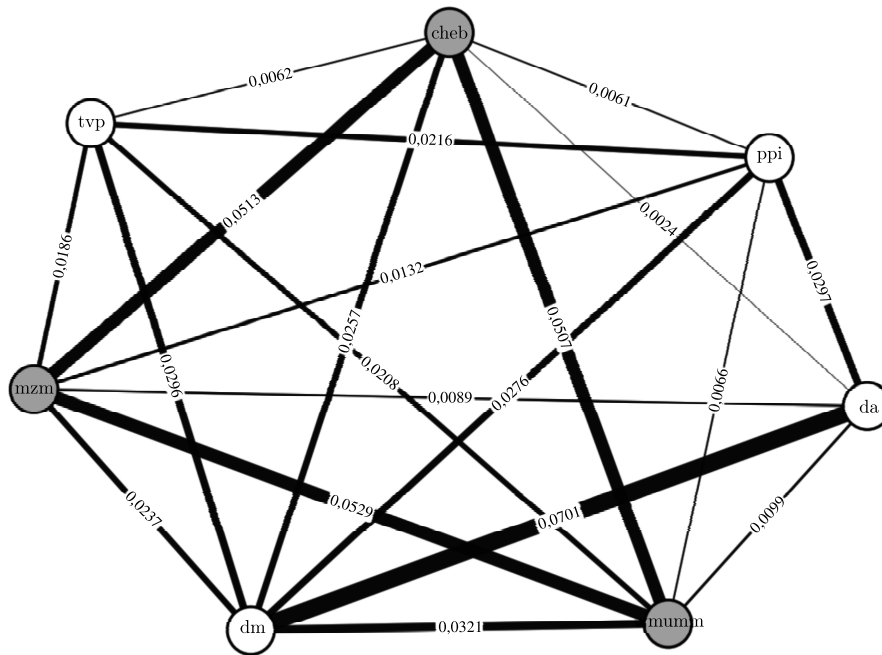
Фрагмент матрицы  $K$ , вычисленной по формуле (1) применительно к матрице  $W$ , выглядит с учетом ее симметричности относительно главной диагонали так:

$$K = \begin{matrix} & \text{cheb} & \text{da} & \text{dm} & \text{mzm} & \text{ppi} & \text{tvp} & \text{vmumm} \\ \text{cheb} & 0,0000 & 0,0024 & 0,0257 & 0,0513 & 0,061 & 0,0062 & 0,0507 \\ \text{da} & & 0,0000 & 0,0701 & 0,0089 & 0,0297 & 0,0000 & 0,0099 \\ \text{dm} & & & 0,0000 & 0,0237 & 0,0276 & 0,0296 & 0,0321 \\ \text{mzm} & & & & 0,0000 & 0,0132 & 0,0186 & 0,0529 \\ \text{ppi} & & & & & 0,0000 & 0,0216 & 0,0066 \\ \text{tvp} & & & & & & 0,0000 & 0,0208 \\ \text{vmumm} & & & & & & & 0,0000 \end{matrix}.$$

Часть графа близости журналов  $G_K$ , соответствующая приведенному фрагменту матрицы  $K$ , изображена на рис. 1. Вершины графа обозначены идентификаторами  $\text{id}$  из таблицы 1, толщина ребер пропорциональна значениям элементов матрицы.

Укажем основные характеристики графа  $G_K = G(J, E, K)$ , полученные с использованием программного пакета для сетевого анализа и визуализации Gephi [Gephi, 2026]. Граф является связным и имеет очень высокую плотность, равную 0,806: на 63 вершины приходится 1575 ребер (до полного графа не хватает 378 ребер). Средняя степень вершины равна 50, а средняя взвешенная степень с учетом весов инцидентных ребер — 0,548.

Широко признано, что степенное распределение (power-law distribution) является неотъемлемой чертой многих социальных сетей. Однако в [Broido, Clauset, 2019] на основе анализа 1000 реальных сетей показано, что лишь немногие сети (включая социальные) строго соответствуют степенному закону, но при этом подтверждено, что «тяжелые хвосты» распределения — повсеместное явление. В графе  $G_K$  распределение взвешенных степеней вершин достаточно


 Рис. 1. Фрагмент графа близости журналов  $G_K = G(J, E, K)$ 

близко к степенному закону. Чего нельзя сказать о распределении весов ребер, аппроксимируемого полиномом 10-й степени, имеющем «тяжелый хвост»: только 60 ребер из 1575 имеют вес, больший 0,05.

В контексте сетей и графов сообщество (модуль, кластер) это подмножество вершин, которые тесно связаны между собой внутри подмножества, но слабее связаны с вершинами других подмножеств. Одной из мер для оценки качества разбиения графа на сообщества является так называемая модулярность Ньюмана – Гирван  $Q$ , показывающая, насколько при заданном разбиении графа плотность связей внутри сообществ больше плотности связей между сообществами [Newman, Girvan, 2004; Newman, 2006]. В нашем случае мы имеем значение  $Q = 0,242$ , что говорит о том, что граф не имеет различимой структуры с сообществами.

Меры центральности измеряют относительную важность или влияние вершин в графе, тем самым помогая обнаруживать ключевые элементы в сложной системе связей. Классическими мерами центральности можно считать степень посредничества (betweenness centrality), степень близости (closeness centrality) и PageRank [Savić et al., 2019]. Известно, что при высокой плотности графа и слабой различимости его структуры многие классические меры центральности теряют дифференцирующую силу [Rajeh et al., 2021].

Для того чтобы понизить плотность и получить более различимую структуру сообществ, был применен описанный ранее фильтр диспаритета. Основная идея заключалась в удалении ребер, имеющих незначительный вес, за счет подбора такого порога значимости параметра  $\alpha_c$ , который сохраняет связность графа. В нашем случае для графа  $G_K = G(J, E, K)$  было получено  $\alpha_c = 0,89$ . Фильтрация по данному значению  $\alpha_c$  позволила построить финальный каркас как граф  $G_K^* = G(J, E^*, K^*)$ , в котором осталось 731 ребро, а его плотность понизилась до 0,374, а модулярность выросла до 0,319, что позволяет различить 4 сообщества в графе  $G_K^*$ .

Обратим внимание на полученное высокое значение порога значимости, сохраняющее связность графа. Содержательно это можно интерпретировать так: удаляются только те ребра, которые с вероятностью большей 0,89 могли бы получиться случайно с точки зрения любого из двух узлов ребра. Фактически мы получили граф, в котором сохранены все ребра, которые

хотя бы минимально значимы с точки зрения локального распределения веса узлов; то есть полученный граф представляет собой не ядро сильнейших связей, а минимально очищенную от локального шума версию исходного графа, где сохранена вся структура, устойчивая к мягкому статистическому критерию. Данное утверждение подтверждается и тем фактом, что в графе  $G^*$  минимальный вес ребра (0,0073) в 31 раз больше, чем минимальный вес ребра в графе  $G$  (0,000236).

Далее для графов  $G_K$  и  $G_K^*$  были вычислены значения трех классических мер центральности и индексов дружбы. Значения индекса дружбы для журналов, по которым построен граф  $G_K$ , указаны в таблице 1 (колонка  $FI$ , упорядоченная по возрастанию  $FI$ , то есть по убыванию значимости журнала по этому показателю).

По полученным значениям мер центральности было выполнено ранжирование вершин по убыванию их значений и, соответственно, ранжирование вершин по возрастанию значений индекса дружбы. Часть результатов ранжирования приводится в таблице 2. Из полной таблицы взяты первые десять строк после упорядочения их по возрастанию ранга  $FI$  (RankFI).

Таблица 2. Результаты ранжирования вершин графа  $G_K$

| id    | Название   | Closeness | Betweenness | PageRank | RankFI |
|-------|--|-----------|-------------|----------|--------|
| gm    | «Успехи математических наук»                               | 5         | 2           | 1        | 1      |
| mzm   | «Математические заметки»                                   | 1         | 3           | 2        | 2      |
| smj   | «Сибирский математический журнал»                          | 4         | 6           | 5        | 3      |
| sm    | «Математический сборник»                                   | 6         | 28          | 3        | 4      |
| tm    | «Труды Математического института имени В. А. Стеклова»     | 3         | 7           | 4        | 5      |
| semr  | «Сибирские электронные математические известия»            | 7         | 5           | 7        | 6      |
| zvmmf | «Журнал вычислительной математики и математической физики» | 11        | 11          | 8        | 7      |
| im    | «Известия Российской академии наук». Серия математическая  | 8         | 12          | 6        | 8      |
| timm  | «Труды Института математики и механики УрО РАН»            | 2         | 1           | 10       | 9      |
| ivm   | «Известия высших учебных заведений. Математика»            | 9         | 13          | 9        | 10     |

Далее для проверки степени зависимости центральностей и индекса дружбы был использован известный коэффициент ранговой корреляции Спирмена  $\rho$ ;  $\rho \in [-1, 1]$  и  $-1$  означает полностью противоположное ранжирование, а  $+1$  — полное совпадение ранжирований [Гмурман, 2004].

Таблица 3 содержит вычисленные значения  $\rho$  для графов  $G_K$  и  $G_K^*$ . К примеру, во второй строке таблицы число 0,720 означает значение  $\rho(\text{RankFI}, \text{Closeness})$ . Отдельно вычисленная корреляция для рангов индексов дружбы  $\rho(\text{RankFI}, \text{RankFI}^*) = 0,979$ . Значения  $\rho$  получены программой на языке Python с использованием стандартной функции Spearmanr, вычисляющей коэффициент корреляции Спирмена. Все полученные результаты статистически значимы для общепринятого уровня значимости 0,05.

Небольшая по объему таблица 3 дает большие возможности для анализа и интерпретаций, которые мы постараемся изложить в краткой форме. Здесь стоит вспомнить работу Грановеттера о силе слабых связей в социальных сетях [Granovetter, 1973], где все связи делятся на две категории — сильные и слабые — с целью формализации межличностных отношений на основе длительности и частоты контактов. Применение фильтра диспаритета к графу  $G_K$  можно

Таблица 3. Значения  $\rho$  для графов  $G_K$  и  $G_K^*$

|              |           |             |          |
|--------------|-----------|-------------|----------|
| граф $G_K$   | Closeness | Betweenness | PageRank |
| RankFI       | 0,720     | 0,736       | 0,885    |
| граф $G_K^*$ | Closeness | Betweenness | PageRank |
| RankFI*      | 0,041     | -0,042      | 0,833    |

интерпретировать как удаление слабых ребер при сохранении его связности, что является необходимым условием вычисления  $FI$ . Поэтому из того, что  $\rho(\text{RankFI}, \text{RankFI}^*) = 0,979$ , можно сделать вывод о том, что индекс дружбы почти не меняется при удалении слабых ребер.

Полученные положительные и достаточно сильные значения корреляции (более 0,6) для графа  $G_K$  между RankFI и тремя центральностями показывает, что  $FI$  почти идентичен по поведению классическому PageRank, в то же время отражая связующую роль вершин и близости к другим вершинам. Известно, что PageRank измеряет важность вершины, учитывая важность тех вершин, кто связан с ней не только непосредственно, но и через большое количество посредников. Близость  $FI$  к классическому PageRank подтверждает тот факт, что  $FI$  измеряет важность вершин с учетом важности вершин, смежных с ней.

Результат высокого значения корреляции для графа  $G_K^*$  между RankFI\* и PageRank показывает, что  $FI$  определяется сильными связями. Даже когда сеть упрощается до своего каркаса, иерархия их влияния в основном сохраняется.

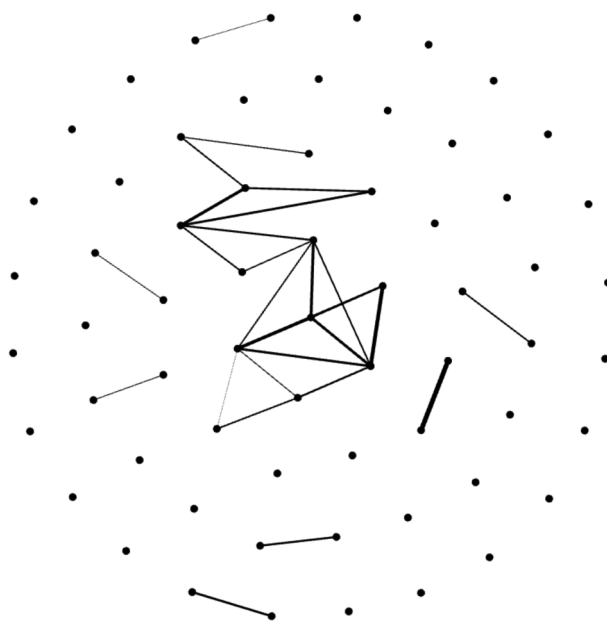
Почему упали значения корреляции между RankFI\* с closeness и betweenness? Это объясняется перестройкой структуры графа. Для степени близости (closeness) в исходном графе  $G_K$  вершины с высоким значением  $FI$  имели тесную близость благодаря множеству альтернативных путей (включая слабые связи). В графе  $G_K^*$  без слабых ребер иерархия близости полностью перестроилась. Теперь иметь высокий  $FI$  не значит быть ближе ко всем. Для степени посредничества (betweenness) структура связей стала более централизованной и жесткой, и существовавшая корреляция с  $FI$  исчезла вместе со слабыми ребрами.

Продолжим использование функции диспаритета к графу  $G_K$ , уменьшая порог значимости параметра  $\alpha_c$  от 0,8 до 0,3 с шагом 0,1. Очевидно, что при этих значениях  $\alpha_c$  связность графа утрачивается, однако мы собираемся теперь не вычислять значения индексов дружбы, а определить устойчивое ядро значимых взаимодействий между участниками. Основные числовые результаты сведены в таблицу 4.

Таблица 4. Числовые характеристики графов при изменении  $\alpha_c$

| Граф      | $\alpha$ | Кол-во ребер | Кол-во компонент | Макс. компонента | Три вершины | Две вершины | Изолир. вершины |
|-----------|----------|--------------|------------------|------------------|-------------|-------------|-----------------|
| $G_K^*$   | 0,89     | 629          | 1                | 63               |             |             |                 |
| $G_{0,8}$ | 0,8      | 396          | 3                | 60               |             | 1           | 1               |
| $G_{0,7}$ | 0,7      | 211          | 7                | 54               | 1           | 1           | 4               |
| $G_{0,6}$ | 0,6      | 114          | 15               | 43               | 2           | 2           | 10              |
| $G_{0,5}$ | 0,5      | 70           | 27               | 30               | 1           | 5           | 20              |
| $G_{0,4}$ | 0,4      | 39           | 37               | 18               | 2           | 5           | 29              |
| $G_{0,3}$ | 0,3      | 28           | 44               | 13               |             | 7           | 36              |

В колонке «Граф»  $G_K^*$ , как и ранее, является графом, полученным из графа  $G_K$  при  $\alpha_c = 0,89$ , остальные графы помечены подстрочным текстом с соответствующим значением  $\alpha_c$ . Несмотря на практически экспоненциальное убывание количества ребер при уменьшении  $\alpha_c$ , мы имеем почти линейный рост количества компонент и убывание размерности максимальной

Рис. 2. Граф  $G_{0,3}$ 

компоненты. Кроме того, во всех случаях остальные компоненты либо являются изолированными вершинами, либо имеют размерность не более трех. Описываемая структура графа  $G_{0,3}$  хорошо просматривается на рис. 2, где очевидно выявляется структура ядра из 13 вершин (это вершины  $aa$ ,  $al$ ,  $faa$ ,  $im$ ,  $ivm$ ,  $mzm$ ,  $rm$ ,  $semr$ ,  $sjim$ ,  $sjvm$ ,  $sm$  и  $smj$ ).

Сравнивая множество вершин построенного ядра с множеством вершин графа  $G_K$ , имеющих значения  $FI < 1$  (так называемых хабов), получаем результат, оформленный в виде таблицы 5.

Таблица 5. Журналы, одновременно входящие в ядро и являющиеся хабами

| Название  | id   | БС-2025 |
|---|------|---------|
| «Известия Российской академии наук». Серия математическая | im   | 1       |
| «Известия высших учебных заведений. Математика»           | ivm  | 2       |
| «Математические заметки»                                  | mzm  | 1       |
| «Успехи математических наук»                              | rm   | 1       |
| «Сибирские электронные математические известия»           | semr | 2       |
| «Сибирский журнал индустриальной математики»              | sjim | 2       |
| «Математический сборник»                                  | sm   | 1       |
| «Сибирский математический журнал»                         | smj  | 1       |
| «Труды Математического института имени В. А. Стеклова»    | tm   | 1       |

В колонке «БС-2025» представлены значения уровней журналов по данным «Белого списка» научных журналов за 2025 год (<https://journalrank.rcsi.science>), подчеркивающие высокий рейтинг этих изданий.

## 6. Заключение

В статье рассматривается реальная журнальная библиографическая сеть, отношения в которой формируются на основе общих авторов для каждой пары журналов. Математическая модель этой сети представляется графом пересечений с использованием коэффициента Жаккара,

обладающим специфическими свойствами: малая размерность, высокая плотность графа, распределение весов ребер не аппроксимируется степенной функцией.

Предложенный подход выявления значимых вершин с использованием индекса дружбы, демонстрируемый на данном графе, хорошо улавливает его структурные свойства и имеет очевидную содержательную интерпретацию, когда не только выявляются журналы, имеющие больший индекс дружбы, чем средний индекс дружбы его ближайших соседей, но и проводится ранжирование значимости журналов по данному показателю.

Кроме того, тем самым реализуется инструмент для различения вершин-лидеров по индексу дружбы и сетевых интеграторов (closeness/betweenness) и демонстрируется качественное изменение структурных свойств при снижении плотности и сохранении связности графа, достигаемого применением функцией диспаритета. Показано, что можно иметь высокий статус в своей группе смежных вершин, но быть периферийной для всего графа (низкий closeness); и наоборот: можно быть «связником» между группами (высокий betweenness), не имея особого статуса ни в одной из них.

Таким образом, показатель индекса дружбы  $FI$  демонстрирует устойчивость к изменениям сети, понятную содержательную интерпретацию и потенциально является вычислительно эффективным (поскольку его можно рассчитывать на графе меньшей плотности).

Последовательное применение функции диспаритета при уменьшении порога значимости позволяет выявить ядро графа, содержащее наиболее сильно связанные вершины, что в свою очередь позволяет определить множество вершин (и, соответственно, журналов), одновременно входящих в ядро и имеющих наивысшую значимость по индексу дружбы. Анализ уровней полученного множества журналов в «Белом списке» показывает высокий рейтинг этих журналов.

В завершение используем цитату из [Семёнов, 2023]: «Наука и ее коммуникационная подсистема обладают способностью самоорганизации, поэтому и вся наука, и сеть научных журналов имеют свою структуру, более сложную, чем насаждаемые извне квантили WoS или категории Перечня ВАК, и принципиально отличную от них». Надеемся, что результаты, изложенные в данной работе, являются маленьким шагом к выявлению естественной структуры сети научных журналов России, способствующим формированию целей и поиску решений для их достижения.

## Благодарности

Автор приносит благодарность своим коллегам из Математического института им. В. А. Стеклова РАН за предварительную подготовку и обработку данных, использованных в работе.

## Список литературы (References)

- Бредихин С. В., Ляпунов В. М., Щербакова Н. Г. Библиометрические сети научных статей и журналов. — Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2021. — 334 с.  
*Bredikhin S. V., Lyapunov V. M., Shcherbakova N. G. Bibliometric networks of scientific papers and journals*. — Novosibirsk: ICM&MG SB RAS, 2021. — 334 p. (in Russian).
- Бредихин С. В., Ляпунов В. М., Щербакова Н. Г. Структура сети цитирования научных журналов // Проблемы информатики. — 2017. — № 2 (35). — С. 38–52.  
*Bredikhin S. V., Lyapunov V. M., Shcherbakova N. G. Struktura seti citirovaniya nauchnykh zhurnalov* [The structure of the citation network of scientific journals] // *Problems of Informatics*. — 2017. — No. 2 (35). — P. 38–52 (in Russian).
- Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов. — 10-е издание, стереотипное. — М.: Высшая школа, 2004. — 479 с.  
*Gmurman V. E. Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika*. — Moscow: Higher School Publishing House, 2004. — 479 p. (in Russian).

- Гуськов А. Е., Шрайберг Я. Л. Вызовы для развития наукометрических исследований // Научные и технические библиотеки. — 2023. — № 2. — С. 37–58.  
*Guskov A. E., Shrayberg Ya. L. Vyzovy dlya razvitiya naukometricheskikh issledovaniy [Challenges to develop scientometric studies] // Scientific and Technical Libraries. — 2023. — No. 2. — P. 37–58 (in Russian).*
- Знаменская Е. А., Печников А. А., Чебуков Д. Е. Изучение взаимосвязей математических журналов России с использованием библиометрического графа пересечений // Вестник Российской академии наук. — 2026 (в печати).  
*Znamenskaya E. A., Pechnikov A. A., Chebukov D. E. Izuchenie vzaimosvyazei matematicheskikh zhurnalov Rossii s ispol'zovaniem bibliometricheskogo grafa peresechenii [Studying the relationships between Russian mathematical journals using a bibliometric intersection graph] // Herald of the Russian Academy of Sciences. — 2026 (in Russian).*
- Новиков А. М., Новиков Д. А. Методология. — М.: СИНТЕГ, 2007. — 668 с.  
*Novikov A. M., Novikov D. A. Metodologiya [Methodology]. — Moscow: SINTEG, 2007. — 668 p. (in Russian).*
- Печников А. А. Граф журнального пересечения: определение, модификации и содержательный пример // Управление большими системами. — 2025. — Вып. 114. — С. 122–137.  
*Pechnikov A. A. Graf zhurnal'nogo peresecheniya: opredelenie, modifikacii i sodержatel'nyi primer [Journal intersection graph: definition, modifications, and a substantive example] // Large-Scale Systems Control. — 2025. — No. 114. — P. 122–137 (in Russian).*
- Семёнов Е. В. Развитие сети научных журналов в России: стратегические, технологические и организационные вопросы // Социологическая наука и социальная практика. — 2023. — Т. 11, № 3. — С. 116–140.  
*Semenov E. V. Razvitie seti nauchnykh zhurnalov v Rossii: strategicheskie, tehnologicheskie i organizacionnye voprosy [Development of the scientific journals network in Russia: strategic, technological and organizational issues] // The journal Sociological Science and Social Practice. — 2023. — Vol. 11, No. 3. — P. 116–140 (in Russian).*
- Сушко В. А. Метод социометрии и анализ социальных сетей. — М.: ООО «Издательский дом КДУ», 2017. — 310 с.  
*Sushko V. A. Metod sociometrii i analiz social'nykh setei [Sociometry method and social network analysis]. — Moscow: KDU Publishing House, 2017. — 310 p. (in Russian).*
- Baccini A., Barabesi L., Khelifaoui M., Gingras Y. Intellectual and social similarity among scholarly journals: An exploratory comparison of the networks of editors, authors and co-citations // Quantitative Science Studies. — 2020. — Vol. 1, No. 1. — P. 277–289.
- Blondel V.D., Guillaume J.-L., Lambiotte R., Lefebvre E. Fast unfolding of communities in large networks // Journal of statistical mechanics: theory and experiment. — 2008. — Vol. 2008, No. 10. — P10008.
- Broido A.D., Clauset A. Scale-free networks are rare // Nature Communications. — 2019. — Vol. 10. — Article 1017.
- Ding Y. Scientific collaboration and endorsement: Network analysis of coauthorship and citation networks // Journal of informetrics. — 2011. — Vol. 5, No. 1. — P. 187–203.
- Eom Y.H., Jo H.H. Generalized friendship paradox in complex networks: The case of scientific collaboration // Scientific reports. — 2014. — Vol. 4. — P. 4603.
- Evtushenko A., Kleinberg J. A comprehensive generalization of the Friendship Paradox to weights and attributes // Scientific Reports. — 2024. — Vol. 14. — Article 13730.
- Feld S.L. Why your friends have more friends than you do // The American Journal of Sociology. — 1991. — Vol. 96, No. 6. — P. 1464–1477.
- Fortunato S., Bergstrom C.T., Börner K., Evans J.A., Helbing D., Milojević S., Petersen A.M., Radicchi F., Sinatra R., Uzzi B., Vespignani A., Waltman L., Wang D., Barabási A.-L. Science of Science // Science. — 2018. — Vol. 359, No. 6379. — P. eaao0185.
- Gephi — The Open Graph Viz Platform. — [Electronic resource]. — <https://gephi.org> (date accessed: 23.01.26).
- Granovetter M.S. The strength of weak ties // American journal of sociology. — 1973. — Vol. 78, No. 6. — P. 1360–1380.
- Kong X., Mao M., Jiang H., Yu S., Wan L. How does collaboration affect researchers' positions in co-authorship networks? // Journal of Informetrics. — 2019. — Vol. 13, No. 3. — P. 887–900.

- Neal Z.* The backbone of bipartite projections: Inferring relationships from co-authorship, co-sponsorship, co-attendance and other co-behaviors // *Social Networks*. — 2014. — Vol. 39. — P. 84–97.
- Newman M.E.J.* Modularity and community structure in networks // *Proceedings of the national academy of sciences*. — 2006. — Vol. 103, No. 23. — P. 8577–8582.
- Newman M.E.J.* The structure and function of complex networks // *SIAM review*. — 2003. — Vol. 45, No. 2. — P. 167–256.
- Newman M.E.J., Girvan M.* Finding and evaluating community structure in networks // *Physical review E*. — 2004. — Vol. 69, No. 2. — P. 026113.
- Rajeh S., Savonnet M., Leclercq E., Cherifi H.* Characterizing the interactions between classical and community-aware centrality measures in complex networks // *Scientific Reports*. — 2021. — No. 11. — Article 10088.
- Savić M., Ivanović M., Jain L. C.* Complex networks in software, knowledge, and social systems. — Springer, 2019. — 331 p.
- Segura-Robles A., Parra-González M.E., Gallardo-Vigil M.Á.* Bibliometric and collaborative network analysis on active methodologies in education // *Journal of New Approaches in Educational Research*. — 2020. — Vol. 9, No. 2. — P. 259–274.
- Serrano M.Á., Boguná M., Vespignani A.* Extracting the multiscale backbone of complex weighted networks // *Proceedings of the national academy of sciences*. — 2009. — Vol. 106, No. 16. — P. 6483–6488.
- Williams P., Chen Z.* Explosive growth in large-scale collaboration networks // *arXiv preprint*. — 2025. — arXiv:2502.11109