

УДК: 519.6:616.132.2-073.756.5

Метод оценки скорости коронарного кровотока по ангиографическим изображениям

А. А. Реброва^{1,a}, А. А. Данилов^{1,2,3,b}

¹Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Губкина, д. 8

²Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Россия, 141700, г. Долгопрудный, пер. Институтский, д. 9

³Первый МГМУ им. И. М. Сеченова Минздрава России (Сеченовский университет),
Россия, 119048, г. Москва, ул. Трубецкая, д. 8, стр. 2

E-mail: ^a lina.rebrova@yandex.ru, ^b a.danilov@inm.ras.ru

Получено 10.04.2026, после доработки — 23.04.2026.

Принято к публикации 23.04.2026.

В современной кардиологии точная оценка функциональной значимости стенозов коронарных артерий является критическим фактором для выбора тактики лечения и принятия обоснованных клинических решений. В данной работе представлен автоматизированный алгоритм для обработки динамических последовательностей рентгеновских ангиографических изображений, направленный на оценку скорости кровотока. Данный параметр служит основой для определения количественного соотношения кровотока (QFR), выступающего эффективной неинвазивной альтернативой традиционному инвазивному измерению фракционного резерва кровотока. Предложенная методика успешно преодолевает классические трудности ангиографического анализа, такие как артефакты движения сосудов в ходе сердечно-дыхательного цикла, неравномерная контрастная плотность и геометрическая сложность сосудистого дерева в двумерных проекциях.

Представленный алгоритм обработки включает в себя несколько ключевых стадий. Первоначально выполняется предобработка кадров для подавления шумов и фильтрации анатомического фона. Далее проводится сегментация с использованием фильтра Сато и пороговой обработки Оцу, после чего производится скелетонизация для извлечения центральных линий сосудов. Особое внимание уделено алгоритму автоматической идентификации точек бифуркации и фильтрации артефактных пересечений, возникающих при наложении сосудов. Для обеспечения непрерывности данных применяется метод временного отслеживания целевого сегмента на основе корреляции шаблонов, что особенно важно в фазах с низкой концентрацией контрастного вещества. Математическое ядро алгоритма основано на решении обратной одномерной задачи для уравнения адвекции – диффузии, что позволяет восстановить скорость кровотока по временным кривым интенсивности.

В рамках исследования проведена детальная валидация метода путем сопоставления результатов автоматического расчета с ручными экспертными измерениями на десяти наборах клинических данных. Полученные результаты подтверждают устойчивость вычислительной схемы в физиологически значимых диапазонах и ее способность значительно снижать межэкспертную вариабельность. Разработанный подход минимизирует необходимость врачебного вмешательства в процесс обработки данных, открывая перспективы для создания систем поддержки принятия врачебных решений в реальном времени в условиях катетеризационной лаборатории.

Ключевые слова: сегментация медицинских изображений, коронарное кровообращение, фракционный резерв кровотока, резерв коронарного кровотока, количественное соотношение кровотока, ангиография, скорость кровотока, обратные задачи, численные методы

Работа выполнена при поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики в ИВМ РАН (Соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2025-347).

© 2026 Алина Александровна Реброва, Александр Анатольевич Данилов
Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

UDC: 519.6:616.132.2-073.756.5

Method for coronary blood flow velocity estimation based on angiographic images

A. A. Rebrova^{1,a}, A. A. Danilov^{1,2,3,b}

¹Marchuk Institute of Numerical Mathematics RAS,
8 Gubkina st., Moscow, 119333, Russia

²Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University),
9 Institutskii per., Dolgoprudny, 141700, Russia

³Sechenov First Moscow State Medical University,
8/2 Trubetskaya st., Moscow, 119048, Russia

E-mail: ^a lina.rebrova@yandex.ru, ^b a.danilov@inm.ras.ru

Received 10.04.2026, after completion — 23.04.2026.

Accepted for publication 23.04.2026.

In modern cardiology, accurate assessment of the functional significance of coronary artery stenoses is a critical factor for selecting treatment strategies and making informed clinical decisions. This paper presents an automated algorithm for processing dynamic X-ray angiographic image sequences aimed at estimating blood flow velocity. This parameter serves as the basis for determining the Quantitative Flow Ratio (QFR), which acts as an effective noninvasive alternative to traditional invasive fractional flow reserve (FFR) measurements. The proposed methodology successfully overcomes classic challenges of angiographic analysis, such as vessel motion artifacts during the cardio-respiratory cycle, variable contrast opacification, and the geometric complexity of the vascular tree in two-dimensional projections.

The presented processing workflow includes several key stages. Initially, frame preprocessing is performed to suppress noise and filter out the anatomical background. Subsequently, segmentation is implemented using a Sato filter and Otsu thresholding, followed by skeletonization to extract vessel centerlines. Particular attention is paid to the algorithm for automated identification of bifurcation points and the filtration of artifactual intersections caused by vessel overlapping. To ensure data continuity, a temporal tracking method for the target segment based on template correlation is applied, which is especially important during phases with low contrast agent concentration. The mathematical core of the algorithm is based on solving a 1D inverse problem for the advection-diffusion equation, allowing for the recovery of blood flow velocity from temporal intensity curves.

As part of the study, a detailed validation of the method was conducted by comparing automated calculation results with manual expert measurements across ten clinical datasets. The results confirm the robustness of the computational scheme within physiologically relevant ranges and its ability to significantly reduce inter-observer variability. The developed approach minimizes the need for physician intervention in the data processing stage, opening up prospects for creating real-time clinical decision support systems in the catheterization laboratory setting.

Keywords: medical image segmentation, coronary circulation, fractional flow reserve, coronary flow reserve, quantitative flow ratio, angiography, blood flow velocity, inverse problems, numerical methods

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2026, vol. 18, no. 3, pp. 715–735 (Russian).

This work was supported by the Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics at INM RAS (Agreement with the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation No. 075-15-2025-347).

Введение

В современной кардиологии точная оценка функциональной значимости стенозов коронарных артерий является критическим фактором для принятия обоснованных клинических решений. Золотым стандартом такой оценки долгое время было инвазивное измерение фракционного резерва кровотока (ФРК, Fractional Flow Reserve, FFR), требующее использования дорогостоящих датчиков на проводниках [Conte et al., 2020]. Альтернативной неинвазивной методикой, основанной на данных компьютерной томографии (КТ), является виртуальный ФРК (vFFR) — технология, основанная на трехмерной модели коронарных артерий и применении физических законов течения жидкости [Pantos, Katritsis, 2014; Tu et al., 2014; Haley et al., 2021]. Виртуальный ФРК обладает такими клиническими преимуществами, как меньший риск для пациента, отсутствие необходимости в катетеризации и возможность проведения как анатомической, так и физиологической оценки в рамках одного исследования. Это позволяет более эффективно определять тактику реваскуляризации и прогнозировать долгосрочные результаты лучше, чем при использовании только КТ-ангиографии [Ihdayhid et al., 2019; Zhuang et al., 2019; Guan et al., 2023]. К ограничениям метода относятся вариативность диагностической эффективности в зависимости от тяжести стеноза, значительное время обработки данных и потребность в высоком качестве изображений; некоторые подходы также требуют передовых вычислительных ресурсов или алгоритмов машинного обучения [Ko et al., 2017; Tesche et al., 2018]. По сравнению с инвазивным ФРК неинвазивный виртуальный ФРК пока не может полностью заменить прямые измерения во всех случаях, однако он служит ценным инструментом предварительного отбора, позволяющим сократить количество ненужных инвазивных процедур при сохранении высокого уровня диагностической достоверности [Guan et al., 2023; Peters et al., 2024].

Другой неинвазивный подход — количественное соотношение кровотока (Quantitative Flow Ratio, QFR) — неинвазивный метод, основанный на анализе стандартных последовательностей рентгеновских ангиограмм [Saito et al., 1990; Chu et al., 2022]. Его точность и клиническая применимость напрямую зависят от надежности алгоритмов автоматической обработки изображений, которые должны обеспечивать корректный анализ временной динамики распространения контрастного вещества. Количественное соотношение кровотока (QFR), определяемое на основе ангиографии, демонстрирует высокую диагностическую точность в выявлении гемодинамически значимого стеноза коронарных артерий по сравнению с инвазивным фракционным резервом кровотока (FFR), при этом чувствительность и специфичность часто превышают 85–90% в многочисленных исследованиях [Xu et al., 2017; Westra et al., 2018a; Westra et al., 2018b]. QFR предлагает менее инвазивную альтернативу, которую можно быстро рассчитать во время коронарной ангиографии, что повышает осуществимость процедуры и сокращает время по сравнению с FFR [Westra et al., 2018a; O'Brien et al., 2023]. Однако в крупном рандомизированном исследовании (FAVOR III Europe) реваскуляризация под контролем QFR уступила стратегии под контролем FFR по результатам через 12 месяцев, что позволяет предположить, что FFR остается предпочтительным методом, если он доступен [Andersen et al., 2024]. Диагностическое соответствие между QFR и FFR высокое даже при сложных заболеваниях коронарных артерий, хотя локализация поражения может влиять на согласованность [Kawashima et al., 2022]. При кальцифицированных поражениях вариант QFR, основанный на законе Мюррея (μ QFR), демонстрирует умеренную диагностическую точность, но несколько более низкие чувствительность и специфичность, чем в некальцифицированных сосудах [Bennar et al., 2025]. В целом метод QFR демонстрирует хорошие диагностические характеристики, но еще не является полной заменой инвазивного FFR [Xu et al., 2017; Westra et al., 2018a; Westra et al., 2018b; Andersen et al., 2024].

Последние достижения в области глубокого обучения значительно улучшили автоматическую сегментацию коронарных артерий в рентгеновской ангиографии, решив такие проблемы, как низкий контраст, артефакты движения и перекрывающиеся структуры. Модели, такие как

сеть временной сегментации сосудов (TVS-Net), используют временную информацию из последовательных кадров для достижения высокой точности (показатели Dice около 83–86 %) и устойчивости на разных наборах данных [He et al., 2025]. Полностью сверточные сети, обученные на больших наборах данных, продемонстрировали сегментацию в реальном времени с высокими показателями F1 около 0,92, эффективно выявляя области стеноза и связность сосудов [Yang et al., 2019]. Ансамблевые методы, сочетающие глубокое обучение с признаками на основе фильтров, также показывают высокую точность, достигая показателей F1 около 0,87 и высокой специфичности, что способствует точной оценке стеноза [Gao et al., 2022]. Механизмы внимания, многомасштабное контекстное слияние и облегченные архитектуры дополнительно повышают точность сегментации, одновременно снижая вычислительные затраты, при этом чувствительность и специфичность часто превышают 80–90 % [Algarni et al., 2022; Li, Fan, 2024; Tao et al., 2022; Zhang et al., 2023]. Кроме того, некоторые подходы интегрируют методы предварительной обработки, такие как повышение контрастности, и постобработки для улучшения непрерывности сосудов и уменьшения количества ложных срабатываний, что способствует более надежной клинической диагностике и планированию лечения [Nobre Menezes et al., 2023; Hassan et al., 2025]. Однако автоматическая оценка скорости кровотока с использованием глубокого обучения в рентгеновской ангиографии остается менее изученной в этих исследованиях.

Вычисление QFR требует персонализированных данных, включая геометрию сосудов, а также профили давления и скорости. В то время как геометрия обычно реконструируется по бипланарным ангиографическим проекциям, а давление может быть получено прямыми или косвенными измерениями, оценка скорости остается более сложной задачей. Обычные подходы к оценке скорости включают подсчет кадров, отслеживание болюса [Zhang et al., 2018; Sokolov et al., 2019] и анализ времени транзита [Wu et al., 2022]. В нашем исследовании мы предлагаем альтернативную методику оценки скорости, основанную на формулировке и решении обратной одномерной задачи переноса. Методика решения обратной задачи была предложена В. И. Васильевым и соавторами [Васильев и др., 2026].

Ключевая технологическая проблема при реализации QFR заключается в обработке ангиографических данных, которая включает сегментацию сосудов, реконструкцию их центральных линий, идентификацию характерных точек (таких как бифуркации) и, что наиболее важно, временной анализ для определения скорости кровотока. Этот процесс осложняется несколькими факторами: движением сосудов из-за сердечных и дыхательных артефактов, низкой видимостью структур в фазах без контраста и сложными случаями геометрии сосудов, включающими самопересечения на проекционных плоскостях. Традиционные методы обработки часто требуют ручной коррекции.

Данная статья описывает комплексный алгоритмический подход к автоматической обработке ангиографических изображений для расчета QFR. Представленная методология охватывает полный алгоритм: от этапа предобработки данных и сегментации сосудов до выделения центральных линий, временного анализа распространения контраста и непосредственного вычисления скорости кровотока. Цель этой работы — создать надежный инструмент, способный минимизировать необходимость вмешательства врача на этапе анализа и повысить точность неинвазивной оценки гемодинамических нарушений, что имеет значительный потенциал для широкого внедрения в клиническую практику.

Идентификация скорости в одномерной модели переноса

Перенос концентрации контрастного вещества $C(x, t)$ в одномерном сегменте сосуда $x \in [0, L]$ описывается уравнением адвекции – диффузии:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} - D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0, \quad x \in (0, L), \quad t \in (0, T), \quad (1)$$

где $V(t)$ представляет скорость потока, подлежащую идентификации, а D — эффективный продольный коэффициент диффузии. В нашей работе мы предполагаем, что коэффициент диффузии D постоянен, а скорость $V(t)$ одинакова вдоль всего сегмента и зависит только от времени. Система дополняется начальным условием $C(x, 0) = C_0(x)$, представляющим начальную концентрацию в сосуде до инъекции, и наблюдаемыми граничными условиями на входе и выходе: $C(0, t) = g_0(t)$, $C(L, t) = g_1(t)$, которые описывают временной профиль контрастного вещества.

Прямая задача состоит в нахождении $C(x, t)$ при известной скорости $V(t)$. В данном исследовании мы рассматриваем обратную коэффициентную задачу, где скорость неизвестна и должна быть восстановлена по экспериментальным наблюдениям. Мы предполагаем, что концентрация известна в начальный момент времени, а также наблюдается на входе и выходе сосуда, что дает измеренные данные $C_0(x)$, $g_0(t)$ и $g_1(t)$. Также предполагается использование дополнительного интегрального условия переопределения:

$$\int_0^L C(x, t) dx = \Phi(t). \quad (2)$$

Таким образом, обратная задача определяется как нахождение параметра $V(t)$ такого, что решение уравнения переноса (1) соответствует наблюдаемому интегральному условию переопределения (2).

В нашей работе используется вычислительная методика решения обратной задачи, предложенная В. И. Васильевым и соавторами из Северо-Восточного федерального университета имени М. К. Аммосова и представленная на VI Международной конференции «Суперкомпьютерные технологии математического моделирования» в июле 2025 года [Васильев и др., 2026]. Методика основана на декомпозиции решения, аналогичной предложенной в предыдущей работе [Вабищевич, Васильев, 2014]. Кратко изложим вычислительную методику ниже с незначительными изменениями в используемых обозначениях и учетом коэффициента диффузии D . Для простоты предполагаем, что эффективный продольный коэффициент диффузии D постоянен.

Рассмотрим конечно-разностную аппроксимацию $y_i^j = C(x_i, t_j)$ на равномерной сетке $x_i = ih$, где $h = \frac{L}{N}$, и $t_j = j\tau$, где $\tau = \frac{T}{M}$. Полуявная схема для задачи переноса (1) дает

$$\frac{y_i^j - y_i^{j-1}}{\tau} + V^j \frac{y_i^{j-1} - y_{i-1}^{j-1}}{h} - D \frac{y_{i+1}^j - 2y_i^j + y_{i-1}^j}{h^2} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (3)$$

$$y_0^j = g_0(t_j), \quad y_N^j = g_1(t_j), \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (4)$$

$$y_i^0 = C_0(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, N. \quad (5)$$

Интегральное условие переопределения дает

$$\sum_{i=0}^N y_i^j \tilde{h}_i = \Phi(t_j), \quad j = 0, 1, \dots, M, \quad (6)$$

где

$$\tilde{h}_i = \begin{cases} h, & i = 1, 2, \dots, N-1, \\ \frac{h}{2}, & \text{если иначе.} \end{cases}$$

Вводя константы $r = \frac{h^2}{D\tau}$, $c = r + 2$ и $g = \frac{h}{D}$, можно переписать (3) на временном слое τ_j в следующем виде (с обратными знаками выражений):

$$y_{i-1}^j - cy_i^j + y_{i+1}^j + ry_i^{j-1} - Vy_i^j g (y_i^{j-1} - y_{i-1}^{j-1}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (7)$$

$$y_0^j = g_0(\tau_j), \quad y_N^j = g_1(\tau_j).$$

Далее можно представить решение следующим образом:

$$y_i^j = V^j w_i^j + z_i^j, \quad i = 0, 1, \dots, N. \quad (8)$$

Используя эту декомпозицию, уравнение (7) дает

$$V^j \{w_{i-1}^j - cw_i^j + w_{i+1}^j - g(y_i^{j-1} - y_{i-1}^{j-1})\} + \{z_{i-1}^j - cz_i^j + z_{i+1}^j + ry_i^{j-1}\} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (9)$$

Если оба выражения в фигурных скобках равны нулю, то и все выражение будет равно нулю. Таким образом, достаточным условием для решения (9) является пара двух линейных систем с одной и той же трехдиагональной матрицей:

$$\begin{cases} w_{i-1}^j - cw_i^j + w_{i+1}^j = g(y_i^{j-1} - y_{i-1}^{j-1}), & i = 1, 2, \dots, N-1, \quad w_0 = w_N = 0, \\ z_{i-1}^j - cz_i^j + z_{i+1}^j = -ry_i^{j-1}, & i = 1, 2, \dots, N-1, \quad z_0 = g_0(\tau_j), \quad z_N = g_1(\tau_j). \end{cases} \quad (10)$$

Скорость V^j вычисляется из интегрального условия переопределения (6) следующим образом:

$$V^j = \frac{\Phi^j - \sum_{i=0}^N z_i^j \hbar_i}{\sum_{i=0}^N w_i^j \hbar_i}. \quad (11)$$

Таким образом, общая процедура, предложенная В.И. Васильевым и соавторами для решения обратной задачи идентификации скорости, удовлетворяющей уравнениям (1) и (2), может быть кратко изложена следующим образом: на каждом временном шаге решаются линейные системы с трехдиагональной матрицей (10) с использованием граничных условий (4) для правых частей и начального условия (5) для первого временного шага, затем вычисляется скорость с использованием (11) и обновляется решение с использованием (8).

Для применения описанного алгоритма необходимо извлечь следующие данные из медицинских изображений:

- 1) длину L сегмента сосуда,
- 2) начальную концентрацию $C_0(x)$ вдоль сегмента сосуда на равномерной сетке (см. (5)),
- 3) профили концентрации $g_0(t)$ и $g_1(t)$ для граничных условий на входе и выходе (см. (4)),
- 4) интегральный профиль концентрации $\Phi(t)$ по всему сегменту сосуда как интегральное условие переопределения (см. (2)).

В данной работе мы также сравниваем наши результаты с более классическим подходом, использующим метод центра тяжести [Wu et al., 2022]. Последний подход не требует интегрального профиля концентрации $\Phi(t)$, и скорость просто оценивается как $V_{TCG} = \frac{L}{t_{CG1} - t_{CG0}}$, где времена прибытия контрастного вещества t_{CG*} вычисляются как центр тяжести профилей концентрации $g_*(t)$ на входе и выходе сегмента сосуда, т. е.

$$t_{CG*} = \frac{\int_0^T g_*(t) t dt}{\int_0^T g_*(t) dt}. \quad (12)$$

Сегментация ангиографических изображений

Реализация предложенного численного метода идентификации скорости кровотока требует извлечения входных параметров из последовательностей ангиографических кадров. Математическая формулировка обратной задачи (1)–(2) опирается на значения длины рассматриваемого сегмента L , граничных условий $g_0(t)$ и $g_1(t)$, а также интегрального условия переопределения $\Phi(t)$ и начального распределения концентрации $C_0(x)$. В этом разделе мы описываем автоматические алгоритмы сегментации и отслеживания сосуда на ангиографических снимках. Автоматизация получения данных характеристик позволит минимизировать влияние шума и артефактов движения на формирование вычислительной области. С этой целью предлагаемый подход объединяет этапы калибровки интенсивности изображения, морфологической обработки и отслеживания сосудистого дерева по характерным точкам.

Полный алгоритм автоматического определения скорости кровотока может быть представлен в виде следующей последовательности шагов:

- 1) предобработка изображения,
- 2) сегментация сосудов,
- 3) обнаружение точек ветвления сосудов,
- 4) обнаружение сосуда на всех временных кадрах,
- 5) расчет концентрации контрастного вещества в сосудах,
- 6) расчет скорости кровотока.

Входными данными является последовательность кадров рентгеновской ангиографии, фиксирующая прохождение контрастного вещества через коронарные артерии.

На этапе предобработки (шаг 1) для каждого набора ангиографических кадров вычисляется усредненное по времени изображение (рис. 1). Это усредненное изображение представляет стационарный анатомический фон (такой как кости и прочие ткани) и исходный вид сосуда без контраста. Вычитая это усредненное изображение из каждого кадра, мы значительно уменьшаем шум и артефакты, не связанные с динамикой контраста, тем самым повышая надежность последующего анализа.

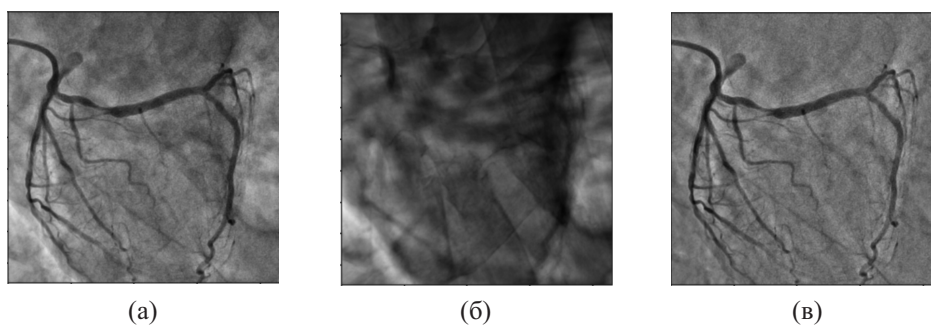


Рис. 1. Этапы предобработки: а) исходные данные, кадр № 72; б) усредненное по времени ангиографическое изображение (всего 156 кадров); в) данные после обработки, кадр № 72

На шаге 2 производится сегментация сосудов. Для каждого кадра нормализованного изображения применяется многомасштабный фильтр усиления сосудов (фильтр Сато [Sato et al., 1998]), который выделяет трубчатые структуры заданного радиуса r . Этот фильтр вычисляет

отклик для заданного диапазона радиусов r , соответствующего ожидаемому диапазону диаметров сосудов на изображении. Значения r выбирались дискретно в диапазоне от r_{\min} до r_{\max} , выраженных в пикселях. Нижняя граница $r_{\min} = 0,8$ мм соответствует самым тонким видимым сосудам, а верхняя граница $r_{\max} = 2,5$ мм — самым широким. Итоговый отклик фильтра для каждого пикселя определялся как максимальный отклик по всем масштабам r .

Полученный отклик сосудистости $W(x, y, t)$ затем бинаризуется с использованием метода пороговой обработки Оцу [Otsu, 1979]. Для устранения мелких разрывов и шумовых включений к бинарной маске применялась операция морфологического замыкания с использованием дискообразного структурного элемента радиусом 0,5 мм. Этот радиус был выбран эмпирически как компромисс между эффективностью соединения близко расположенных сегментов сосудов и минимизацией искажения их геометрии для получения итоговой бинарной маски сосуда M_t (рис. 2). Даже после предобработки результирующая составная маска может содержать несколько несвязанных компонентов. Это происходит из-за присущего изображению шума, неравномерного распределения контраста в просвете сосуда и временных вариаций видимости контраста, когда определенные сегменты могут казаться прерывистыми между кадрами.

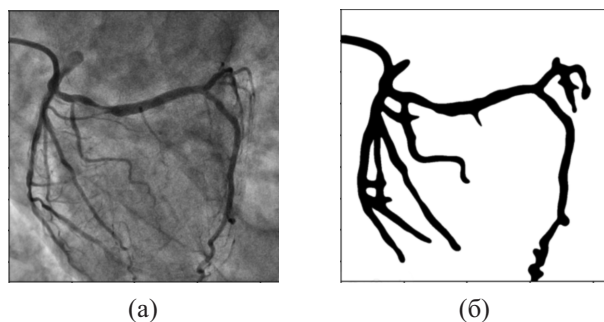


Рис. 2. Сегментация сосудов: а) исходные данные; б) бинарная сегментация

Извлеченные бинарные маски используются для автоматической реконструкции центральных линий сосудов и идентификации точек сосудистых бифуркаций.

Из каждой бинарной маски сосуда M_t мы вычисляем центральные линии сосудов с помощью алгоритма скелетонизации [Lü, Wang, 1986]. Скелетонизация сводит бинарные области сосудов к центральным линиям шириной в один пиксель S_t , эффективно захватывая срединные пути сосудов. Эти центральные линии образуют граф связанных сегментов, где концевые точки соответствуют окончаниям сосудов, а соединения в скелете — точкам ветвления в сосудистой сети. Мы обнаруживаем все точки ветвления на скелете S_t , находя пиксели, имеющие более двух соседей на центральной линии (т. е. где сосуд разделяется на две или более ветви) (рис. 3).

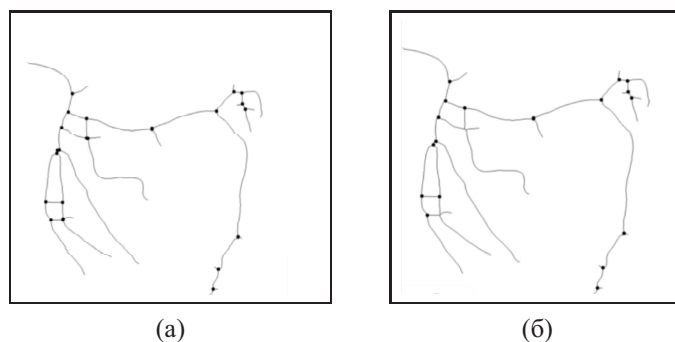


Рис. 3. Выделение центральной линии сосуда и точек ветвления: а) все точки бифуркаций; б) точки, которые выглядят как множественные пересекающиеся сегменты, исключены из набора точек ветвления

Обычно бифуркация в древовидной структуре выглядит как соединение скелета с 3 связными сегментами (один родительский сосуд, разделяющийся на два дочерних). Однако в 2D-проекции разные сосуды могут перекрываться, создавая пересечение, которое также может выглядеть как связное соединение в скелете.

Чтобы отличить истинные точки ветвления сосуда от артефактных пересечений, для каждой точки-кандидата p на центральной линии сосуда определяется квадратная окрестность $N(p)$ фиксированного размера (например, 9×9 пикселей). Бинарная маска сосуда внутри $N(p)$ анализируется на предмет того, как она разделяет всю область окрестности на отдельные области фона.

Точка p классифицируется как точка самопересечения, если структура сосуда разделяет $N(p)$ на четыре или более таких областей фона. Если соединение скелета имеет четыре или более связных сегмента, это, вероятно, проекция двух пересекающихся сосудов, а не анатомическая бифуркация. Наш алгоритм идентифицирует такие соединения и удаляет их или помечает как небифуркационные пересечения. Отфильтровывая эти узлы с высокой степенью связности, мы получаем набор истинных точек ветвления B_t для каждого кадра t , которые представляют фактические бифуркации в коронарном дереве (рис. 3).

Чтобы сфокусироваться на конкретном сегменте сосуда, содержащем интересующий стеноз, мы изолируем этот сосуд от полной сосудистой сети. Мы предполагаем, что проксимальная (выше по течению) и дистальная (ниже по течению) конечные точки целевого сегмента сосуда известны или могут быть выбраны (например, путем ввода пользователем или с использованием клинических знаний о местоположении поражения).

Для перехода от динамической последовательности изображений к одномерной расчетной модели необходимо определить эталонное состояние сосудистого сегмента, в котором геометрические характеристики проявляются наиболее отчетливо. Использование произвольного кадра для реконструкции центральной линии сопряжено с рисками, вызванными неравномерным заполнением просвета артерии контрастным веществом и наличием шумов, искажающих видимые границы и длину сосуда. В связи с этим в алгоритме предусмотрен этап автоматического поиска кадра с максимальным контрастным заполнением f_{\max} . Этот кадр определяется на основе анализа бинарных масок сосудов, полученных при предварительной сегментации всех кадров последовательности. Выбирается кадр, для которого общая площадь сегментированной маски сосуда в области интереса достигает своего глобального максимума. Этот критерий непосредственно соответствует фазе максимального заполнения просвета контрастным веществом.

Мы используем кадр с максимальным контрастным заполнением в качестве эталона, поскольку в этом кадре сосуд наиболее четко виден и его легче всего сегментировать. В этом кадре (f_{\max}) мы исследуем скелет и точки ветвления, чтобы идентифицировать путь между заданными конечными точками. Именно этот кадр используется для формирования эталонной маски сосуда, которая в дальнейшем используется как для определения физической длины L , так и в качестве базиса для пространственно-временного отслеживания геометрии сосуда на кадрах с низкой или отсутствующей видимостью контраста.

По сути, мы вырезаем единственный интересующий сосуд из сложной сети. Вдоль этого пути могут быть одна или несколько точек ветвления, где расходятся боковые ветви. Мы идентифицируем точки ветвления на конечных точках выбранного сегмента или вблизи них. В частности, мы ищем точку ветвления, ближайшую к проксимальной конечной точке (где целевой сосуд соединяется с более крупной артерией), и точку ветвления, ближайшую к дистальной конечной точке (где целевой сосуд заканчивается или отдает конечную ветвь). Эти две точки ветвления обозначаются как *крайние точки бифуркации* сегмента сосуда. Они будут служить ключевыми ориентирами (характерными точками) для отслеживания движения сосуда (рис. 4). Маска фиксированной ширины генерируется путем расширения центральной линии сосуда. Ширина выбирается так, чтобы немного превышать максимальный видимый диаметр сосуда, обеспечивая полное

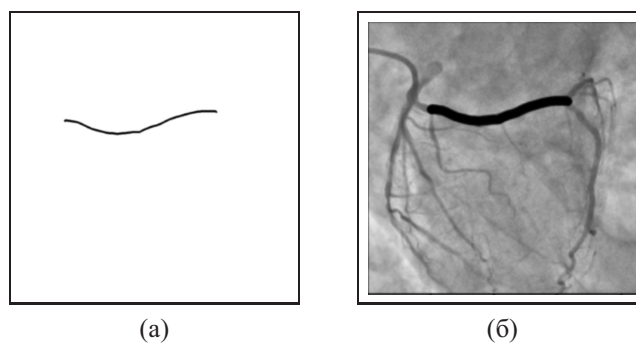


Рис. 4. Идентификация целевого сегмента сосуда со стенозом: а) центральная линия целевого сосуда; б) результирующая маска, примененная к изображению

покрытие просвета. Эта маска затем служит эталонным шаблоном. В фазы отсутствия контраста траектория сосуда отслеживается с помощью экстраполяции движения, и эта предопределенная маска применяется в предсказанных местоположениях для поддержания согласованной области для анализа сигнала на протяжении всей временной последовательности.

После того как целевой сегмент сосуда определен на эталонном кадре f_{\max} , следующим шагом является отслеживание этого сегмента по временной последовательности. Основная проблема заключается в том, что сосуд движется во времени из-за сердечных сокращений, и в некоторых кадрах сосуд может быть плохо заполнен контрастом или невидим, если контраст еще не поступил или уже вышел. Мы решаем эту проблему, отслеживая положения характерных точек ветвления (таких как две крайние точки бифуркации, идентифицированные выше, и, возможно, дополнительные точки ветвления вдоль сегмента) от кадра к кадру.

Наш алгоритм отслеживания работает в обоих направлениях: начиная с эталонного кадра f_{\max} , мы отслеживаем каждую точку ветвления назад во времени (к более ранним кадрам) и вперед во времени (к более поздним кадрам). Для каждой точки ветвления в кадре t мы ищем в кадре $t-1$ ближайшую точку ветвления в B_{t-1} , которая лежит в небольшой окрестности предыдущего местоположения. Если соответствующая точка найдена (на основе минимального расстояния или порога), мы считаем ее той же физической точкой в момент времени $t-1$. Повторяя это для $t-1$, $t-2$ и так далее, точка ветвления прослеживается либо назад до кадра, где она исчезает (соответствие не найдено, возможно, потому что сосуд больше не виден), либо до начала последовательности. Аналогичная процедура применяется вперед во времени для кадров $t+1$, $t+2$ и т. д. Это дает траекторию каждой точки ветвления через последовательность.

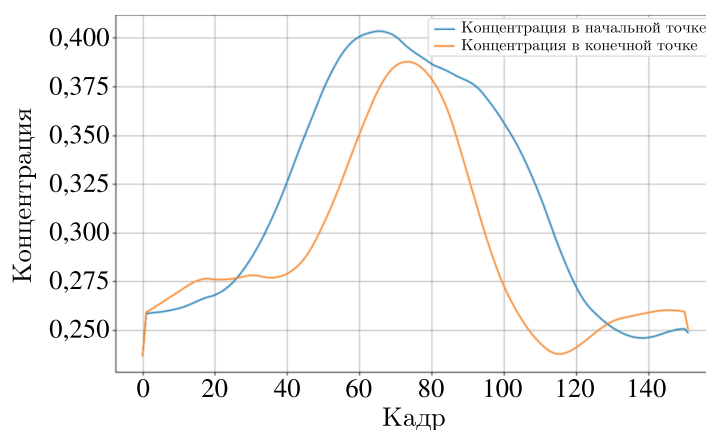
Для обеспечения непрерывного отслеживания сосуда в кадрах изображения, где характерные точки бифуркации не были видны или были плохо определены (например, из-за низкого контраста или перекрывающихся структур), был применен подход отслеживания на основе шаблона.

Квадратная область интереса (ROI), содержащая характерную локальную текстуру, была выбрана из эталонного кадра, где сосуд был четко виден. В последующих кадрах положение этой ROI определялось путем максимизации нормированного коэффициента взаимной корреляции между эталонным шаблоном и областью поиска. Этот метод основан на согласованности локальных паттернов изображения, вызванных стенкой сосуда и окружающими тканями, которые остаются относительно стабильными даже в отсутствие контрастного вещества [Zaffino et al., 2022]. Вычисленный вектор смещения центра ROI использовался для экстраполяции положения сегмента сосуда, тем самым поддерживая непрерывность отслеживания на протяжении всей ангиографической последовательности.

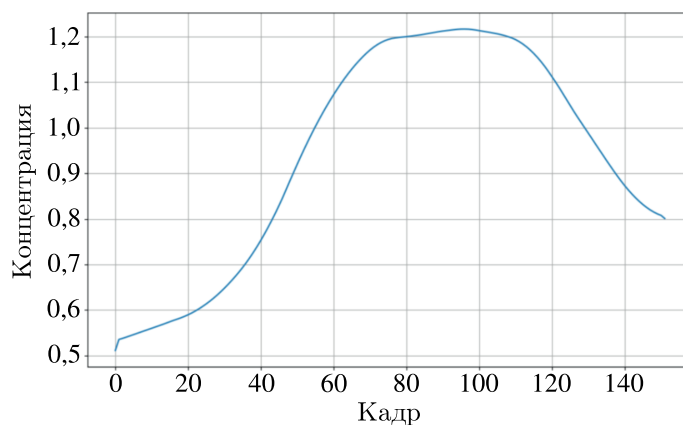
Этот подход эффективно «заполняет» сегментацию сосуда для кадров без контраста, используя информацию о движении, полученную из кадров с контрастом. Результатом является полная сегментация целевого сосуда по всем временным кадрам последовательности.

После получения пространственно-временной сегментации сосуда мы анализируем интенсивность контраста внутри сосуда во времени для оценки характеристик потока (шаг 5). Для каждого кадра t мы вычисляем среднюю интенсивность пикселей внутри сегментированной области сосуда (используя исходные ангиографические кадры, а не обработанные, чтобы измерялись исходные значения градаций серого). Мы предполагаем примерно линейную зависимость между интенсивностью изображения и концентрацией контрастного вещества в интересующем диапазоне.

Затем мы преобразуем измеренные интенсивности в количественные значения концентрации контрастного вещества (рис. 5). Линейное отображение строится таким образом, что максимальное значение интенсивности внутри сосуда соответствует нулевой концентрации контрастного вещества, а минимальная интенсивность соответствует концентрации контрастного вещества, равной единице. Это дает обратную линейную зависимость между интенсивностью и концентрацией контрастного вещества. Отображение разработано таким образом, потому что по мере протекания контрастного вещества через сосуд соответствующее значение интенсивности на изображении уменьшается.



(а)



(б)

Рис. 5. Измеренные концентрации контрастного вещества: а) концентрации контрастного вещества в начальной и конечной точках сосуда во времени; б) интегральные концентрации контрастного вещества в сосуде во времени

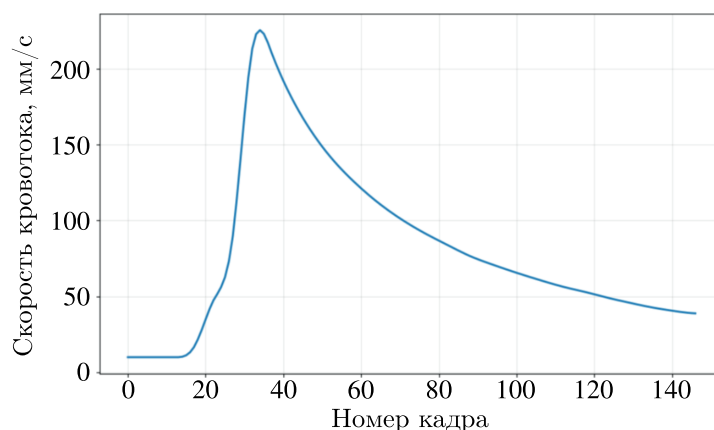


Рис. 6. Скорость кровотока

Наконец (шаг 6), мы оцениваем скорость кровотока по временной кривой контраста (рис. 6). Мы используем алгоритм, предложенный в предыдущем разделе, для идентификации скорости $V(t)$ по кривым концентрации $g_0(t)$ и $g_1(t)$ на проксимальном и дистальном концах, а также по интегральному профилю концентрации $\Phi(t)$ и начальному условию $C_0(x)$. Перед применением алгоритма полученные концентрационные кривые подвергаются сглаживанию методом скользящего среднего с окном шириной приблизительно 2–5 % от общего числа кадров.

Конечная скорость кровотока определяется как среднее по времени от момента прибытия контраста до момента полного заполнения целевого сосуда контрастом. Оба момента были автоматически идентифицированы алгоритмом по изменению средней интенсивности в маске сосуда: t_{start} — начало монотонного роста интенсивности (приход контраста), t_{max} — момент, когда профиль концентрации достигает своего максимума.

Результатом этих вычислений является оценка скорости потока через стенозированный сосуд.

Результаты

В данном разделе представлены результаты апробации разработанного автоматизированного алгоритма оценки скорости кровотока. Первоочередной задачей исследования является анализ чувствительности вычислительной схемы к варьированию ключевых параметров, таких как ширина маски сегментации, коэффициент диффузии, а также пространственно-временное разрешение расчетной сетки и методы предварительного сглаживания данных. Для минимизации влияния внешних факторов и обеспечения достоверности численных оценок на этапе калибровки первый цикл вычислительных экспериментов проводится на референтном наборе ангиографических данных, характеризующемся наименьшим количеством артефактов движения и высоким качеством визуализации контрастного болюса. Это позволяет определить оптимальные значения параметров модели, обеспечивающие устойчивость решения и физическую правдоподобность результатов. В дальнейшем для подтверждения надежности и универсальности предложенного подхода проводится расширенное исследование на группе пациентов с различными патологиями коронарного русла, данные которых отражают типичную клиническую вариабельность и наличие артефактов, встречающихся в повседневной клинической практике.

При использовании различных вариаций линейного отображения между интенсивностями исходного изображения и концентрацией контрастного вещества в одномерной задаче расчетная скорость кровотока не меняется, что обусловлено линейностью одномерной задачи (1)–(2). Однако если исходные данные используются без отображения, то есть в качестве концентрации в одномерной задаче подставляются значения интенсивности исходного изображения, то

результатирующая скорость становится отрицательной, потому что интенсивность изображения уменьшается по мере накопления контрастного вещества. Это говорит о том, что без правильной калибровки интенсивности в концентрацию вычисление скорости будет давать ложные отрицательные значения из-за обратной зависимости между интенсивностью и концентрацией контрастного вещества.

Оценим влияние ширины маски на этапе сегментации на вычисленную скорость кровотока. Диаметр сосуда составляет в среднем не более 6–8 мм. Если маска построена с шириной, близкой к ширине сосуда, скорость существенно не меняется. Если ширина маски больше, это приводит к большему сглаживанию исходных данных, но результат остается тем же. Если маска слишком узкая, она чувствительна к шуму, и численная схема расходится.

Таблица 1. Зависимость скорости кровотока от ширины маски

Ширина маски (пиксели)	Скорость при $D = 50 \text{ мм}^2/\text{с}$ (мм/с)
45	285
55	285
65	286
100	289
35	<i>Схема расходится</i>
25	–91
10	330
1	<i>Схема расходится</i>

Для ширины маски около 8–16 мм (45–100 пикселей) результирующая скорость остается приблизительно 285–289 мм/с. Использование маски большего размера, чем сосуд, только больше сглаживает данные, не меняя результат. Однако очень узкая маска приводит к нестабильности: при 35 пикселях (5 мм) и 1 пикселе (0,15 мм) численная схема расходится, в то время как промежуточные малые ширины 25 пикселей (3,8 мм) или 10 пикселей (1,5 мм) дают нефизические скорости (отрицательные или чрезвычайно высокие), см. таблицу 1.

Оценим зависимость от коэффициента диффузии на вычисленную скорость кровотока.

Таблица 2. Зависимость скорости кровотока от коэффициента диффузии

D (мм ² /с)	V (мм/с)
14	70
28	130
42	216
50	285
54	293
56	313
71	329
85	347
99	348
113	485
128	529
142	1170

Из представленных данных видно, что расчетная скорость кровотока V сильно зависит от коэффициента диффузии D . При $D = 14 \text{ мм}^2/\text{с}$ скорость составляет всего 70 мм/с, тогда как при $D = 142 \text{ мм}^2/\text{с}$ она достигает 1170 мм/с, что выходит за пределы физиологических значений. Согласно литературным данным [Svitnikov et al., 2018], для коронарных артерий ха-

рактен коэффициент диффузии в диапазоне 50–100 мм²/с. Этому диапазону соответствуют скорости 285–350 мм/с, которые хорошо согласуются с известными физиологическими нормами. Дальнейшее увеличение D приводит к нефизиологическому росту скорости, что свидетельствует о нарушении устойчивости численной схемы или выходе модели за пределы применимости.

Таблица 3. Влияние различных настроек временного и пространственного разрешения на скорость

Настройка моделирования	Скорость (мм/с)
Без интерполяции	285
Временная сетка в 2 раза мельче	282
Пространственная сетка в 2 раза грубее	321

Таблица 3 показывает влияние различных настроек временного и пространственного разрешения на скорость. Эталонный случай (без интерполяции) дает $V \approx 285$ мм/с. Вдвое меньший временной шаг (половина исходного шага) дает практически ту же скорость (282 мм/с), что указывает на то, что временное разрешение уже достаточно. Использование пространственной сетки в два раза грубее (половина пространственного разрешения) значительно увеличивает вычисленную скорость (до 321 мм/с). Это показывает, что недостаточное пространственное разрешение может сильно исказить результаты.

Оценим разные способы сглаживания граничных и начальных условий на вычисленную скорость кровотока.

Таблица 4. Влияние методов сглаживания на рассчитанную скорость кровотока

Метод сглаживания	Скорость (мм/с)
Без сглаживания	323
Скользящее среднее (окно = 10)	285
Фильтр Гаусса	292
Фильтр Савицкого – Голея (окно = 10, порядок = 3)	287

Применение различных методов сглаживания к данным влияет на результирующую скорость (таблица 4). Простое скользящее среднее (длина окна – 10, что соответствует приблизительно 1% точек данных), которое было выбрано по умолчанию в алгоритме обработки, дает скорость около 285 мм/с, в то время как фильтр Гаусса дает немного более высокую скорость (292 мм/с). Использование фильтра Савицкого – Голея (окно = 10, порядок полинома – 1) дает скорость 287 мм/с. Это указывает на то, что выбор метода сглаживания может влиять на расчет скорости, вероятно, потому что каждый фильтр по-разному обрабатывает шум и тренды данных.

При применении сглаживания на основе скользящего среднего разная ширина окна также оказывает влияние на значение скорости. При отсутствии сглаживания решение неустойчиво из-за шумовой составляющей. При окне шириной 10 кадров решение сглаживается и наблюдается первоначальный рост скорости с последующим затуханием. При окне шириной 30 кадров скорость монотонно падает начиная с 35-го кадра. В случае обрезания последовательности до кадров с видимым контрастом значение скорости оказывается несколько заниженным вследствие отсутствия сглаживания по начальным кадрам (рис. 7).

Для проверки точности автоматического расчета скорости результаты были сравнены с результатами, оцененными вручную. Ручная эталонная скорость рассчитывалась как длина центральной линии сосуда, деленная на время транзита контраста, где время транзита определялось как интервал между прибытием болюса контраста в проксимальную и дистальную конечные точки, определенный путем визуального анализа ангиографической последовательности.

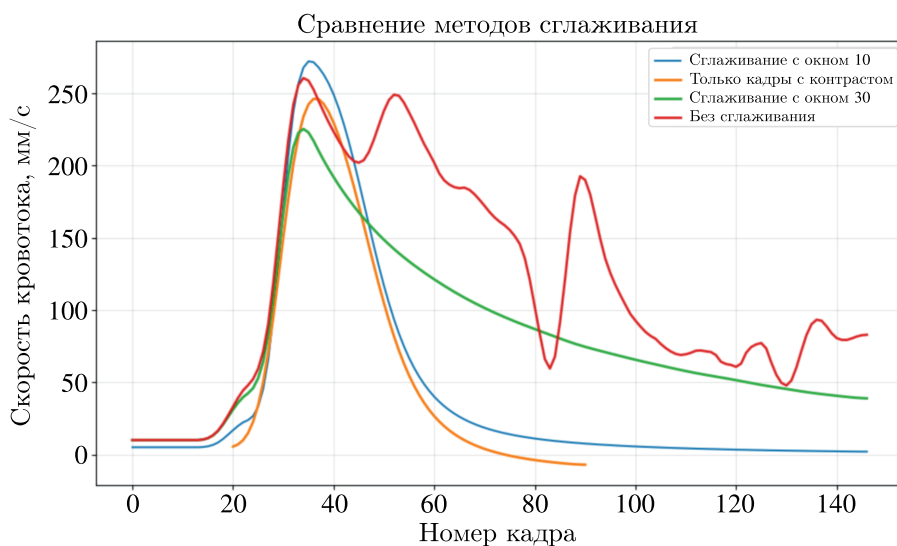


Рис. 7. Скорость кровотока, рассчитанная с различными параметрами сглаживания: без сглаживания, со скользящим средним с размерами окна 10 и 30 кадров и с использованием только кадров, на которых происходит распространение контраста

Наш автоматизированный метод дал скорость $v = 285$ мм/с. Ручное измерение для того же набора данных дало $v = 299 \pm 27$ мм/с. Близкое соответствие демонстрирует клиническую достоверность и точность предложенного автоматизированного алгоритма.

Данные литературы [Svitenkov et al., 2018] указывают на физиологический коэффициент диффузии для передней нисходящей артерии (ПНА) со средним значением 50 мм²/с и максимумом 110 мм²/с. Наш параметр моделирования D , установленный как 50 мм²/с, согласуется со средним значением клинически наблюдаемого спектра, тем самым обеспечивая физическую правдоподобность вычисленных гемодинамических результатов.

Валидация разработанного алгоритма проводилась путем сравнения расчетной скорости кровотока (V_{calc}) с эталонной скоростью, измеренной вручную (V_{man}), для десяти анонимизированных наборов данных пациентов. Скорость, измеренная вручную, была получена экспертом путем покадрового анализа распространения контрастного вещества. Скорость, рассчитанная вручную по визуальной оценке (V_{man}), определялась по той же ангиографической последовательности с использованием следующей процедуры:

Кадр, соответствующий началу прибытия болюса контраста в проксимальную точку сосуда (t_{start}), был идентифицирован как момент времени, когда средний профиль интенсивности внутри маски сосуда начинал монотонно возрастать. Кадр максимального заполнения (t_{max}) был идентифицирован как точка, где этот профиль интенсивности достигал своего глобального максимума.

Время распространения (Δt) рассчитывалось как разность индексов кадров между t_{start} и t_{max} , умноженная на известный временной интервал между последовательными кадрами. Физическая длина сегмента сосуда (L) измерялась в миллиметрах вдоль его центральной линии.

Чтобы учесть присущую неопределенность в точной идентификации начального и конечного кадров, был выполнен анализ чувствительности. Расчет скорости повторялся со сдвигом начального кадра на ± 1 кадр. Вариация результирующих скоростей дала оценку погрешности ручных измерений. Эта полученная вручную V_{man} служила эталоном для оценки точности полностью автоматизированного алгоритма оценки скорости.

Дополнительно для сравнения были реализованы два альтернативных метода: метод центра тяжести (V_{TCG}), основанный на анализе кривых «концентрация–время» [Wu et al., 2022],

и метод визуальной оценки (V_{calc_2}), где время транзита определялось алгоритмическим анализом распространения контраста по кадрам. Для расчета скорости мы записывали моменты времени, в которые исчезал контраст на проксимальном и дистальном концах сегмента сосуда; разница между этими моментами, умноженная на интервал кадра, давала время прохождения, а скорость V_{calc_2} затем рассчитывалась как длина сосуда, деленная на это время.

Результаты сведены в таблицу 5.

Таблица 5. Сравнение скоростей кровотока (в мм/с), измеренных вручную и рассчитанных алгоритмом, для двух проекционных углов. Коэффициент диффузии $D = 50 \text{ мм}^2/\text{с}$

Пациент	Ветвь	Проекция 1				Проекция 2			
		V_{calc}	V_{man}	V_{TCG}	V_{calc_2}	V_{calc}	V_{man}	V_{TCG}	V_{calc_2}
1	Левая	142	155 ± 15	249	226	285	299 ± 27	350	226
2	Левая	332	312 ± 39	110	266	301	298 ± 42	181	259
3	Левая	272	305 ± 43	136	192	201	237 ± 23	282	263
4	Правая	345	319 ± 45	252	309	321	304 ± 32	332	359
5	Правая	115	114 ± 24	270	305	182	215 ± 23	369	257
6	Правая	176	210 ± 52	303	432	152	196 ± 65	130	225
7	Левая	80	100 ± 30	207	461	83	88 ± 8	146	122
8	Правая	303	284 ± 17	351	327	198	245 ± 35	298	287
9	Правая	265	294 ± 29	182	218	257	95 ± 6	196	204
10	Левая	207	125 ± 5	148	169	168	126 ± 5	192	141

Как показано в таблице 5, алгоритм демонстрирует хорошее согласие с ручными измерениями.

Обсуждение и выводы

В данном исследовании представлен полностью автоматизированный алгоритм для сегментации коронарных сосудов в ангиографических последовательностях и получения гемодинамических параметров, критически важных для расчета количественного соотношения кровотока (QFR). Предлагаемая методология решает ключевые проблемы ангиографического анализа — а именно, движение сосудов, переменную видимость контраста и сложные 2D-проекции — путем интеграции временного отслеживания, экстраполяции движения и физиологически калиброванного анализа интенсивности.

Важно отметить, что скорость кровотока рассчитывается по отдельным 2D-проекциям. Проекция длины сосуда обычно оказывается меньше, чем длина реального сосуда, что приводит к систематической недооценке скорости. При наличии двух ортогональных проекций длина проекций может существенно различаться. Если в одной из проекций сосуд оказывается сильно укороченным (например, при съемке вдоль оси сосуда), расчетная скорость будет значительно ниже истинной.

Если скорости, рассчитанные по двум проекциям, сильно различаются, предпочтение следует отдавать той проекции, где скорость выше. Более высокая скорость, скорее всего, получена из проекции с меньшим проекционным укорочением, то есть с более точной оценкой длины сосуда. Заниженная скорость, напротив, указывает на то, что проекция оказалась «короткой» и не отражает реальной геометрии.

В зонах с разветвленной сетью сосудов и наложениями ветвей точность расчета скорости снижается: маска сосуда захватывает соседние структуры, что приводит к искажению концентрационных кривых и неверной оценке скорости, так как в расчетную область попадают пиксели, не относящиеся к целевому сосуду, что особенно критично в фазах вымывания контраста.

Кроме того, точки бифуркации в случае наличия самопересечений проекций сосудов могут детектироваться с ошибками, из-за чего нарушается траектория отслеживания сосуда от кадра к кадру.

Анализ скорости в таблице 5 показывает, что наибольшие расхождения между V_{calc} и V_{man} наблюдаются в тех случаях, когда проекция характеризуется сильным укорочением сосуда или большим количеством самопересечений. Наиболее показателен пример пациента 9 во второй проекции: здесь ручная оценка (95 мм/с) более чем вдвое ниже автоматической (257 мм/с). При визуальном контроле выяснилось, что целевой сосуд в этой проекции практически сливается с фоном, имеет множество самопересечений и перекрывается боковыми ветвями. Алгоритм, не имея априорной информации об анатомии, пытается выделить связную структуру, но ошибочно включает в маску соседние сосуды, что искажает как длину сегмента, так и концентрационный профиль.

Также стоит отметить, что в нашей одномерной задаче используется предположение о постоянной скорости $V(t)$ вдоль сосуда. В действительности из-за сужений сосуда скорость кровотока может изменяться вдоль сосуда. Аналогично: наблюдаемая скорость кровотока на двумерной проекции будет изменяться при изменении угла наклона сосуда к плоскости. Поэтому полученные в результате решения обратной одномерной задачи значения скорости нужно интерпретировать как средние значения скорости кровотока вдоль всего исследуемого участка сосуда.

Точное определение значений диффузии контрастного вещества и, в частности, коэффициентов продольной диффузии в одномерных моделях кровотока в коронарных артериях человека остается сложной задачей из-за сложного взаимодействия динамики потока, геометрии сосуда и физиологических условий. Исследования с использованием вычислительной гидродинамики показывают, что диффузия контрастного вещества увеличивается с пройденным расстоянием и диаметром сосуда, но уменьшается с увеличением скорости потока, вызывая систематические ошибки недооценки при количественной оценке кровотока в миокарде, варьирующиеся от примерно -28% в состоянии покоя до $-8,5\%$ при нагрузке [Martens et al., 2017; Martens et al., 2019]. Эффективный коэффициент продольной диффузии, имеющий отношение к коронарному артериальному кровотоку, имеет порядок $10\text{--}100\text{ мм}^2/\text{с}$, как показывают одномерные модели, учитывающие неравномерное распределение концентрации по поперечным сечениям сосуда [Svitenkov et al., 2018]. Эти модели включают два связанных уравнения для средней концентрации и параметра ее распределения в поперечном сечении, описывающих реалистичную динамику распространения, соответствующую паттернам рентгеновской ангиографии [Svitenkov et al., 2018]. Кроме того, степень стеноза влияет на перенос контрастного вещества, изменяя коэффициенты диффузии и адвекции [Graafen et al., 2011; Alves et al., 2023]. В целом, хотя точные подтвержденные численные значения варьируются в зависимости от допущений моделирования и факторов, специфичных для сосуда, типичные коэффициенты диффузии около $50\text{ мм}^2/\text{с}$ и эффекты диффузии, возрастающие с длиной сосуда, подтверждаются текущими вычислительными исследованиями коронарных артерий [Martens et al., 2017; Svitenkov et al., 2018; Martens et al., 2019].

Сильное влияние разрешения пространственной сетки на результаты подчеркивает вычислительные ограничения метода. В то время как временное измельчение оказало более тонкий эффект, значительное огрубление пространственной сетки привело к нефизическим оценкам скорости, подчеркивая, что геометрическая точность реконструкции сосуда имеет первостепенное значение. Умеренная изменчивость, вносимая различными фильтрами сглаживания, дополнительно иллюстрирует, что выбор предварительной обработки, хотя и необходимый для шумоподавления, напрямую влияет на конечный количественный результат и должен быть стандартизирован для клинической воспроизводимости.

Ключевой валидацией метода является его согласие с ручным клиническим стандартом оценки скорости — делением длины сосуда на визуально оцененное время транзита контраста.

Тесная корреляция между автоматическими и ручными измерениями подтверждает, что алгоритм успешно улавливает основное гемодинамическое событие. Автоматизируя этот процесс, алгоритм устраняет межэкспертную вариабельность и значительно сокращает время анализа, приближаясь к цели оценки QFR в реальном времени в катетеризационной лаборатории.

Список литературы (References)

- Вабищевич П. Н., Васильев В. И.* Вычислительная идентификация младшего коэффициента параболического уравнения // Доклады академии наук. Математика. — 2014. — Т. 455, № 3. — С. 258–260. — DOI: 10.1134/s1064562414020161
Vabishchevich P. N., Vasil'ev V. I. Computational determination of the lowest order coefficient in a parabolic equation // Doklady Mathematics. — 2014. — Vol. 89, No. 2. — P. 179–181. (Original Russian paper: *Vabishchevich P. N., Vasil'ev V. I.* Vychislitel'naya identifikatsiya mladshogo koeffitsienta parabolicheskogo uravneniya // Doklady akademii nauk. Matematika. — 2014. — Vol. 455, No. 3. — P. 258–260.)
- Васильев В. И., Кардашевский А. М., Иванов Д. К., Кардашевская К. С.* Идентификация нестационарного коэффициента младшей производной в параболическом уравнении // Компьютерные исследования и моделирование. — 2026. — Т. 18, № 3. — С. 607–620.
Vasil'ev V. I., Kardashevsky A. M., Ivanov D. K., Kardashevskaya K. S. Identification of the non-stationary coefficient of the lowest derivative in a parabolic equation // Computer Research and Modeling. — 2026. — Vol. 18, No. 3. — P. 607–620 (in Russian).
- Algarni M., Al-Rezqi A., Saeed F., Alsaedi A., Ghabban F.* Multi-constraints based deep learning model for automated segmentation and diagnosis of coronary artery disease in X-ray angiographic images // PeerJ Computer Science. — 2022. — Vol. 8. — P. e993. — DOI: 10.7717/peerj-cs.993
- Alves J. R., Berg L. A., Gaio E. D., Rocha B. M., de Queiroz R. A. B., dos Santos R. W.* A hybrid model for cardiac perfusion: Coupling a discrete coronary arterial tree model with a continuous porous-media flow model of the myocardium // Entropy. — 2023. — Vol. 25, No. 8. — P. 1229. — DOI: 10.3390/e25081229
- Andersen B. K., Sejr-Hansen M., Maillard L., Campo G., Råmunddal T., Stähli B. E., Guiducci V., Serafino L. D., Escaned J., Santos I. A., López-Palop R., Landmesser U., Dieu R. S., Mejía-Rentería H., Koltowski L., Žiubrytė G., Cetran L., Adjedj J., Abdelwahed Y. S., Liu T., Mogensen L. J. H., Eftekhari A., Westra J., Lenk K., Casella G., Van Belle E., Biscaglia S., Olsen N. T., Knaapen P., Kochman J., Santos R. C., Scarsini R., Christiansen E. H., Holm N. R.* Quantitative flow ratio versus fractional flow reserve for coronary revascularisation guidance (FAVOR III Europe): a multicentre, randomised, non-inferiority trial // The Lancet. — 2024. — Vol. 404, No. 10465. — P. 1835–1846. — DOI: 10.1016/s0140-6736(24)02175-5
- Bennar W., Arroyo D., Oppé C., Garin D., Allemann L., Pittet T., Meier P., Puricel S., Togni M., Cook S.* Diagnostic accuracy of angiography-derived Murray law-based quantitative flow ratio (μ QFR) versus pressure-derived fractional flow reserve (FFR) in moderate to severe calcified coronary lesions — the DIAMOND study // Catheterization and Cardiovascular Interventions. — 2025. — Vol. 106, No. 1. — P. 377–383. — DOI: 10.1002/ccd.31553
- Chu J., Lin H., Yan W., Yuan D., Lai Y., Liu X.* Angiographic quantitative flow ratio in acute coronary syndrome: beyond a tool to define ischemia-causing stenosis — a literature review // Cardiovascular Diagnosis and Therapy. — 2022. — Vol. 12, No. 6. — P. 892–907. — DOI: 10.21037/cdt-22-334
- Conte E., Sonck J., Mushtaq S., Collet C., Mizukami T., Barbato E., Tanzilli A., Nicoli F., De Bruyne B., Andreini D.* FFRCT and CT perfusion: A review on the evaluation of functional impact of coronary artery stenosis by cardiac CT // International Journal of Cardiology. — 2020. — Vol. 300. — P. 289–296. — DOI: 10.1016/j.ijcard.2019.08.018
- Gao Z., Wang L., Soroushmehr R., Wood A., Gryak J., Nallamothu B., Najarian K.* Vessel segmentation for X-ray coronary angiography using ensemble methods with deep learning and filter-based features // BMC Medical Imaging. — 2022. — Vol. 22, No. 1. — P. 10. — DOI: 10.1186/s12880-022-00734-4

- Graafen D., Hamer J., Weber S., Schreiber L. M.* Quantitative myocardial perfusion magnetic resonance imaging: the impact of pulsatile flow on contrast agent bolus dispersion // *Physics in Medicine and Biology*. — 2011. — Vol. 56, No. 16. — P. 5167–5185. — DOI: 10.1088/0031-9155/56/16/006
- Guan X., Song D., Li C., Hu Y., Leng X., Sheng X., Bao L., Pan Y., Dong L., Jiang J., Xiang J., Jiang W.* Functional assessment of coronary artery stenosis from coronary angiography and computed tomography: Angio-FFR vs. CT-FFR // *Journal of Cardiovascular Translational Research*. — 2023. — Vol. 16, No. 4. — P. 905–915. — DOI: 10.1007/s12265-023-10361-1
- Haley H. A., Ghobrial M., Morris P. D., Gosling R., Williams G., Mills M. T., Newman T., Rammohan V., Pederzani G., Lawford P. V., Hose R., Gunn J. P.* Virtual (Computed) Fractional flow reserve: Future role in acute coronary syndromes // *Frontiers in Cardiovascular Medicine*. — 2021. — Vol. 8. — P. 735008. — DOI: 10.3389/fcvm.2021.735008
- Hassan A., Sarmun R., Chowdhury M. E. H., Murugappan M., Alqahtani A., Balusamy B., Zoghoul S. B.* CASR-Net: an image processing-focused deep learning-based coronary artery segmentation and refinement network for X-ray coronary angiogram // *arXiv preprint*. — 2025. — DOI: 10.48550/arXiv.2510.27315
- He H., Banerjee A., Choudhury R. P., Grau V.* Deep learning based coronary vessels segmentation in X-ray angiography using temporal information // *Medical Image Analysis*. — 2025. — Vol. 102. — P. 103496. — DOI: 10.1016/j.media.2025.103496
- Ihdayhid A. R., Norgaard B. L., Gaur S., Leipsic J., Nerlekar N., Osawa K., Miyoshi T., Jensen J. M., Kimura T., Shiomi H., Erglis A., Jegere S., Oldroyd K. G., Botker H. E., Seneviratne S. K., Achenbach S., Ko B. S.* Prognostic value and risk continuum of noninvasive fractional flow reserve derived from coronary CT angiography // *Radiology*. — 2019. — Vol. 292, No. 2. — P. 343–351. — DOI: 10.1148/radiol.2019182264
- Kawashima H., Kogame N., Ono M., Hara H., Takahashi K., Reiber J. H., Thomsen B., de Winter R. J., Tanaka K., La Meir M., de Mey J., Schneider U., Doenst T., Teichgräber U., Wijns W., Mushtaq S., Pompilio G., Bartorelli A. L., Andreini D., Serruys P. W., Onuma Y.* Diagnostic concordance and discordance between angiography-based quantitative flow ratio and fractional flow reserve derived from computed tomography in complex coronary artery disease // *Journal of Cardiovascular Computed Tomography*. — 2022. — Vol. 16, No. 4. — P. 336–342. — DOI: 10.1016/j.jcct.2022.02.004
- Ko B. S., Cameron J. D., Munnur R. K., Wong D. T., Fujisawa Y., Sakaguchi T., Hirohata K., Hislop-Jambrich J., Fujimoto S., Takamura K., Crossett M., Leung M., Kuganesan A., Malaiapan Y., Nasis A., Troupis J., Meredith I. T., Seneviratne S. K.* Noninvasive CT-derived FFR based on structural and fluid analysis // *JACC: Cardiovascular Imaging*. — 2017. — Vol. 10, No. 6. — P. 663–673. — DOI: 10.1016/j.jcmg.2016.07.005
- Li S., Fan Y.* Coronary artery segmentation in X-ray angiography based on deep learning approach // 2024 43rd Chinese Control Conference (CCC). — IEEE, 2024. — P. 7345–7350. — DOI: 10.23919/ccc63176.2024.10662007
- Lü H., Wang P.* A comment on a fast parallel algorithm for thinning digital patterns // *Communications of the ACM*. — 1986. — Vol. 29. — P. 239–242. — DOI: 10.1145/5666.5670
- Martens J., Panzer S., van den Wijngaard J., Siebes M., Schreiber L. M.* Influence of contrast agent dispersion on bolus-based MRI myocardial perfusion measurements: A computational fluid dynamics study // *Magnetic Resonance in Medicine*. — 2019. — Vol. 84, No. 1. — P. 467–483. — DOI: 10.1002/mrm.28125
- Martens J., Panzer S., van den Wijngaard J. P. H. M., Siebes M., Schreiber L. M.* Analysis of coronary contrast agent transport in bolus-based quantitative myocardial perfusion MRI measurements with computational fluid dynamics simulations // *Functional Imaging and Modelling of the Heart*. — Springer International Publishing, 2017. — P. 369–380. — DOI: 10.1007/978-3-319-59448-4_35

- Nobre Menezes M., Silva J.L., Silva B., Rodrigues T., Guerreiro C., Guedes J.P., Santos M.O., Oliveira A.L., Pinto F.J.* Coronary X-ray angiography segmentation using Artificial Intelligence: a multicentric validation study of a deep learning model // *The International Journal of Cardiovascular Imaging*. — 2023. — Vol. 39, No. 7. — P. 1385–1396. — DOI: 10.1007/s10554-023-02839-5
- O'Brien J., Zhang M., Yong A., Psaltis P., Wong D.* Diagnostic performance of low frame rate functional angiography-derived quantitative flow ratio (QFR) compared with fractional flow reserve (FFR) // *Heart, Lung and Circulation*. — 2023. — Vol. 32. — P. S235–S236. — DOI: 10.1016/j.hlc.2023.06.256
- Otsu N.* A threshold selection method from gray-level histograms // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. — 1979. — Vol. 9. — P. 62–66. — DOI: 10.1109/TSMC.1979.4310076
- Pantos I., Katritsis D.* Fractional flow reserve derived from coronary imaging and computational fluid dynamics // *Interventional Cardiology Review*. — 2014. — Vol. 9, No. 3. — P. 145. — DOI: 10.15420/icr.2014.9.3.145
- Peters B., Paul J.-F., Symons R., Franssen W.M., Nchimi A., Ghekiere O.* Invasive fractional-flow-reserve prediction by coronary CT angiography using artificial intelligence vs. computational fluid dynamics software in intermediate-grade stenosis // *The International Journal of Cardiovascular Imaging*. — 2024. — Vol. 40, No. 9. — P. 1875–1880. — DOI: 10.1007/s10554-024-03173-0
- Saito T., Misaki M., Shirato K., Takishima T.* Three-dimensional quantitative coronary angiography // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. — 1990. — Vol. 37. — P. 768–777. — DOI: 10.1109/10.102792
- Sato Y., Nakajima S., Shiraga N., Atsumi H., Yoshida S., Koller T., Gerig G., Kikinis R.* Three-dimensional multi-scale line filter for segmentation and visualization of curvilinear structures in medical images // *Medical Image Analysis*. — 1998. — Vol. 2. — P. 143–168. — DOI: 10.1016/S1361-8415(98)80009-1
- Sokolov S. Yu., Volchkov S. O., Bessonov I. S., Chestukhin V. V., Kurlyandskaya G. V., Blyakhman F. A.* Estimation of blood flow velocity in coronary arteries based on the movement of radiopaque agent // *Pattern Recognition and Image Analysis*. — 2019. — Vol. 29, No. 4. — P. 750–762. — DOI: 10.1134/s1054661819040163
- Svitenkov A., Pavlov I., Chivilikhin S.* A one-dimensional model of agent propagation in arterial blood flow // *Procedia Computer Science*. — 2018. — Vol. 136. — P. 416–424. — DOI: 10.1016/j.procs.2018.08.277
- Tao X., Dang H., Zhou X., Xu X., Xiong D.* A lightweight network for accurate coronary artery segmentation using X-ray angiograms // *Frontiers in Public Health*. — 2022. — Vol. 10. — P. 892418. — DOI: 10.3389/fpubh.2022.892418
- Tesche C., De Cecco C.N., Baumann S., Renker M., McLaurin T.W., Duguay T.M., Bayer R.R., Steinberg D.H., Grant K.L., Canstein C., Schwemmer C., Schoebinger M., Itu L.M., Rapaka S., Sharma P., Schoepf U.J.* Coronary CT angiography-derived fractional flow reserve: machine learning algorithm versus computational fluid dynamics modeling // *Radiology*. — 2018. — Vol. 288, No. 1. — P. 64–72. — DOI: 10.1148/radiol.2018171291
- Tu S., Barbato E., Köszegi Z., Yang J., Sun Z., Holm N.R., Tar B., Li Y., Rusinaru D., Wijns W., Reiber J.H.C.* Fractional flow reserve calculation from 3-dimensional quantitative coronary angiography and TIMI frame count // *JACC: Cardiovascular Interventions*. — 2014. — Vol. 7, No. 7. — P. 768–777. — DOI: 10.1016/j.jcin.2014.03.004
- Westra J., Andersen B.K., Campo G., Matsuo H., Koltowski L., Eftekhari A., Liu T., Di Serafino L., Di Girolamo D., Escaned J., Nef H., Naber C., Barbierato M., Tu S., Neghabat O., Madsen M., Tebaldi M., Tanigaki T., Kochman J., Somi S., Esposito G., Merccone G., Mejia-Renteria H.,*

- Ronco F., Bøtker H. E., Wijns W., Christiansen E. H., Holm N. R. Diagnostic performance of in-procedure angiography-derived quantitative flow reserve compared to pressure-derived fractional flow reserve: The FAVOR II Europe – Japan study // *Journal of the American Heart Association*. — 2018a. — Vol. 7, No. 14. — P. e009603. — DOI: 10.1161/jaha.118.009603
- Westra J., Tu S., Winther S., Nissen L., Vestergaard M.-B., Andersen B. K., Holck E. N., Fox Maule C., Johansen J. K., Andreasen L. N., Simonsen J. K., Zhang Y., Kristensen S. D., Maeng M., Kaltoft A., Terkelsen C. J., Krusell L. R., Jakobsen L., Reiber J. H., Lassen J. F., Bøttcher M., Bøtker H. E., Christiansen E. H., Holm N. R. Evaluation of coronary artery stenosis by quantitative flow ratio during invasive coronary angiography: The WIFI II study (wire-free functional imaging II) // *Circulation: Cardiovascular Imaging*. — 2018b. — Vol. 11, No. 3. — P. 892418. — DOI: 10.1161/circimaging.117.007107
- Wu Q., Vassilevski Y., Simakov S., Liang F. Comparison of algorithms for estimating blood flow velocities in cerebral arteries based on the transport information of contrast agent: An in silico study // *Computers in Biology and Medicine*. — 2022. — Vol. 141. — P. 105040. — DOI: 10.1016/j.compbiomed.2021.105040
- Xu B., Tu S., Qiao S., Qu X., Chen Y., Yang J., Guo L., Sun Z., Li Z., Tian F., Fang W., Chen J., Li W., Guan C., Holm N. R., Wijns W., Hu S. Diagnostic accuracy of angiography-based quantitative flow ratio measurements for online assessment of coronary stenosis // *Journal of the American College of Cardiology*. — 2017. — Vol. 70, No. 25. — P. 3077–3087. — DOI: 10.1016/j.jacc.2017.10.035
- Yang S., Kweon J., Roh J.-H., Lee J.-H., Kang H., Park L.-J., Kim D. J., Yang H., Hur J., Kang D.-Y., Lee P. H., Ahn J.-M., Kang S.-J., Park D.-W., Lee S.-W., Kim Y.-H., Lee C. W., Park S.-W., Park S.-J. Deep learning segmentation of major vessels in X-ray coronary angiography // *Scientific Reports*. — 2019. — Vol. 9, No. 1. — DOI: 10.1038/s41598-019-53254-7
- Zaffino P., Spadea M. F., De Rosa S. CoroFinder: A new tool for real time detection and tracking of coronary arteries in contrast-free cine-angiography // *Journal of Personalized Medicine*. — 2022. — Vol. 12, No. 3. — P. 411. — DOI: 10.3390/jpm12030411
- Zhang Y., Gao Y., Zhou G., He J., Xia J., Peng G., Lou X., Zhou S., Tang H., Chen Y. Centerline-supervision multi-task learning network for coronary angiography segmentation // *Biomedical Signal Processing and Control*. — 2023. — Vol. 82. — P. 104510. — DOI: 10.1016/j.bspc.2022.104510
- Zhang Y., Zhang S., Westra J., Ding D., Zhao Q., Yang J., Sun Z., Huang J., Pu J., Xu B., Tu S. Automatic coronary blood flow computation: validation in quantitative flow ratio from coronary angiography // *The International Journal of Cardiovascular Imaging*. — 2018. — Vol. 35, No. 4. — P. 587–595. — DOI: 10.1007/s10554-018-1506-y
- Zhuang B., Wang S., Zhao S., Lu M. Computed tomography angiography-derived fractional flow reserve (CT-FFR) for the detection of myocardial ischemia with invasive fractional flow reserve as reference: systematic review and meta-analysis // *European Radiology*. — 2019. — Vol. 30, No. 2. — P. 712–725. — DOI: 10.1007/s00330-019-06470-8